

УДК 532.516:669.015.023

В.Л. МАЛЫШЕВ

ВЯЗКИЙ РЕЖИМ ИСПАРЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СИСТЕМЕ СООБЩАЮЩИХСЯ КАПИЛЛЯРОВ

Для пористой среды характерно свойство сообщаемости пор, а пространство, в котором осуществляется массоперенос, представляет собой комплекс каналов, непрерывно переходящих один в другой. Поэтому его нельзя моделировать в виде обособленных капилляров.

Рассматривается высокотемпературное испарение жидкостей из системы продольных сообщающихся каналов, когда в отличие от нормальных условий, массообменные процессы в капиллярах отличающихся сечений происходят не последовательно (сначала из более широких, затем – из более узких), а синхронно, снижая скорость движения мениска в широких и увеличивая в узких каналах за счет перераспределения жидкости в связанных объемах.

Получены выражения для общей координаты межфазной границы и скорости испарения жидкости из системы смежных цилиндрических капилляров различных радиусов.

Впервые исследуются особенности фазового перехода "жидкость – пар" при смещении испаряющей поверхности в единый для совокупности капилляров объем. Дается аналитическое описание характера парообразования в полости, связанной с внешней средой множеством пор произвольного диаметра.

Введение

Как известно, при нормальных условиях под действием капиллярных сил устанавливается уровень жидкости тем выше, чем меньше радиус канала. В сообщающихся капиллярах ($d_1 \neq d_2$) сначала испаряется жидкость из более широкого, а капиллярные силы в узком не дают уровням в них установиться на одной высоте [1; 2]. Нагревание эти силы уменьшает, поэтому из заполненных при нормальных условиях сообщающихся капилляров ($d_1 \neq d_2$) после нагревания до температур $T > T_{\text{крит}}$ перетекание жидкости из узкого канала в широкий замедляет испарение из широкого, но ускоряет процесс в узком. Таким образом, при высоких температурах испарение из сообщающихся каналов должно протекать синхронно, причем время его будет зависеть от соотношения между радиусами.

Основная часть

Испарение из капилляра большего радиуса r_1 происходит интенсивнее, чем из узкого капилляра радиуса r_2 , поэтому поверхность фазового превращения сместится на расстояния l' и l'' , соответственно (рис. 1). Как следует из закона Паскаля, уровни однородной жидкости в сообщающихся каналах устанавливаются на одной высоте l_x . При этом новое положение межфазной границы определяется из условия несжимаемости жидкости, из которого следует равенство объемов V_2 , перешедшего из малого капилляра, и V_1 , поступившего в широкий капилляр,

$$\pi r_1^2 (l' - l_x) = \pi r_2^2 (l_x - l''), \quad (1)$$

$$l_x = \frac{r_1^2 l' + r_2^2 l''}{r_1^2 + r_2^2}. \quad (2)$$

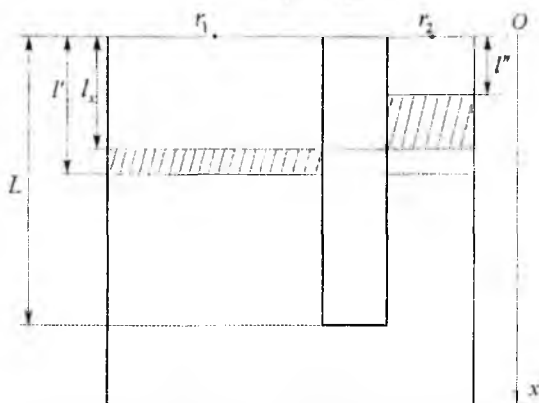


Рис. 1. Схема испарения из смежных цилиндрических каналов различных диаметров

При температурах испарения, превышающих точку кипения жидкости, реализуется вязкий режим течения пара [3]:

$$M = \frac{r^2 (P_s^2 - P_0^2)}{16\eta RTl}, \quad (3)$$

где M – молярная плотность потока пара, r – радиус канала, P_s – давление насыщенного пара при температуре T , P_0 – давление окружающей газовой среды, R – универсальная газовая постоянная, l – координата мениска испаряющейся жидкости, η – коэффициент динамической вязкости парогазовой смеси.

Масса dm испарившейся за малый промежуток времени dt жидкости определяется как

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt}, \quad (4)$$

где ρ – плотность жидкости, $dV = \pi r^2 dl$.

Количество испарившейся жидкости, с другой стороны, связано с молярной плотностью потока пара (3):

$$\frac{dm}{dt} = M\mu\pi r^2, \quad (5)$$

где μ – молярная масса молекул пара.

Поэтому из (4) и (5) следует, что

$$\frac{dl}{dt} = M \frac{\mu}{\rho}. \quad (6)$$

Подставляя (3) в (6), получим

$$dt = \frac{l dl}{Ar^2}, \quad (7)$$

где

$$A = \frac{(P_s^2 - P_0^2)\mu}{16\eta RT\rho}. \quad (8)$$

Коэффициент A в изотермических условиях является константой.

При независимом испарении за одинаковый отрезок времени уровни жидкости сместились бы на разные расстояния, которые определяются путем интегрирования (7):

$$t_1 = \frac{1}{2Ar_1^2} \left[(l_2')^2 - (l_1')^2 \right], \quad (9)$$

$$t_1 = \frac{1}{2Ar_2^2} \left[(l_2'')^2 - (l_1'')^2 \right]. \quad (10)$$

Приравнявая (9) и (10), найдем новое положение мениска в узком капилляре l_2'' по заданному исходному положению границы жидкость – пар ($l_1' = l_1''$) и любому выбранному изменению координаты l_2' .

$$(l_2'') = \sqrt{(l_1'')^2 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 [(l_2')^2 - (l_1')^2]} \quad (11)$$

или

$$(l_2'') = \sqrt{(l_1')^2 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 [(l_2'')^2 - (l_1')^2]} \quad (12)$$

Расчеты удобнее проводить в относительных единицах, не уточняя конкретных численных значений и размерностей исследуемых параметров.

С этой целью можно ввести следующие безразмерные величины:

$$\text{относительный радиус } a = \frac{r_1}{r_2} > 1, \quad (13)$$

$$\text{относительная координата } z = \frac{l}{L} \leq 1, \quad (14)$$

где $z = 0$ – устье каналов, $z = 1$ – конечный уровень ($l = L$), L – полная длина капилляров.

Тогда (2) и (12) приводятся к выражениям вида:

$$z_x'' = \frac{(a^2 z_1' + z_2'')}{(a^2 + 1)}, \quad (15)$$

$$z_2'' = \sqrt{(z_1')^2 + \frac{1}{a^2} [(z_2'')^2 - (z_1')^2]}, \quad (16)$$

где z_1', z_2'' – относительные координаты мениска в каналах 1 и 2.

По полученным формулам проведены численные оценки времени испарения однородной жидкости из бинарной системы продольных сообщающихся цилиндрических каналов.

Время испарения определялось из соотношения (7) с учетом (8) и (14):

$$\Delta t = \frac{8\eta RT \rho L^2}{r_1^2 (P_S^2 - P_0^2) \mu} (z_x^2 - z_1^2). \quad (17)$$

Рассмотрено сочетание существенно отличающихся по сечению каналов ($r_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ м, $r_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ м) при $T > T_{\text{кин}}$ ($T = 378$ К). В этих условиях массоперенос в обоих каналах ($L = 5 \cdot 10^{-2}$ м) соответствует вязкому режиму течения пара. При оценках полагалось, что вода испаряется в воздух $\left(\eta = 1.66 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Нс}}{\text{м}^2} \quad [4, 5] \right)$. Результаты вычислений представлены в графическом виде на рисунке 2.

Обратимся далее к рассмотрению изменений в характере испарения жидкости после перехода межфазной границы в единый для обоих капилляров объем

(рис. 3). Скачкообразное увеличение площади испаряющей поверхности не ведет в данном случае к пропорциональному возрастанию интенсивности массопереноса поскольку расход пара при испарении жидкости в полости постоянно-го радиуса R_0 ограничен сечением горловин радиусами r_1 и r_2

$$M_1 \pi r_1^2 + M_2 \pi r_2^2 = M_x \pi R_0^2. \quad (18)$$

Поэтому плотность потока пара определяется не формулой (6), а выражением

$$M_x = M_1 \left(\frac{r_1}{R_0} \right)^2 + M_2 \left(\frac{r_2}{R_0} \right)^2 \quad (19)$$

$$\text{или } M_x = \frac{M_1}{a_1^2} + \frac{M_2}{a_2^2},$$

где $a_i = R_0/r_i$ – относительный радиус горловины, i – номер капилляра.

Для применения формулы вязкого течения (3) к расчету M_1 и M_2 в капиллярах, в принципе, препятствий нет, однако возникает вопрос перепада давлений в них.

$t \cdot 10^4, c$

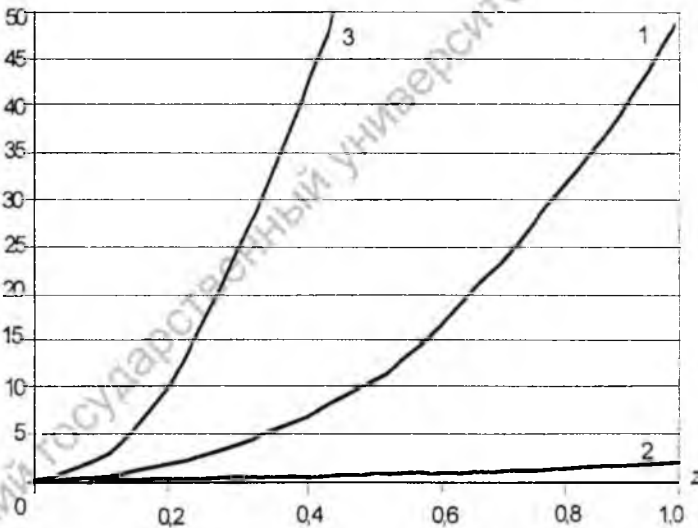


Рис. 2. Зависимость координаты мениска от времени испарения
1 – сообщающиеся каналы, 2 – “широкий” одиночный канал,
3 – “узкий” одиночный канал

Испаряющая поверхность с давлением насыщенного пара P_S находится в полости. Давление P_x на входе в горловину остается неопределенным. Принять его равным P_S было бы неверным, поскольку означало бы отсутствие перепада давлений в полости, а значит – прекращение процесса испарения. По мере заглубления мениска вглубь ступенчатой капиллярной системы градиент давления убывает с ростом l (координаты мениска) и определяется предельными давлениями P_S (над мениском в полости) и P_0 (на устье горловины).

Таким образом, на входе в капилляр устанавливается давление пара $P_0 < P_x < P_S$, которое зависит от его длины L_i , положения мениска l в полости (рис. 3) и определяется условием

$$\frac{P_x - P_0}{L_1} = \frac{P_S - P_0}{l}$$

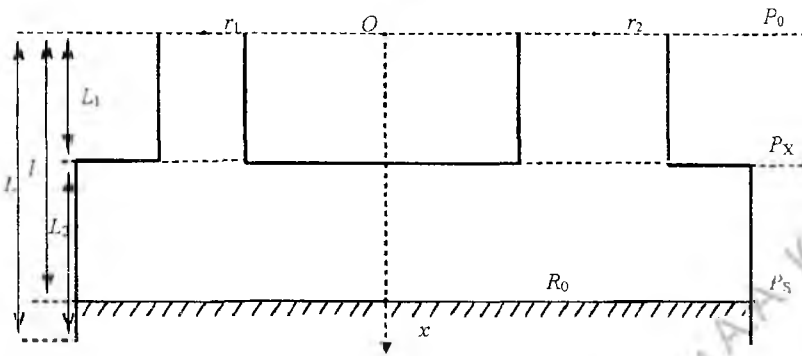


Рис. 3. Схема канала с бинарной системой цилиндрических горловин

Следовательно, общее давление на входе в горловины:

$$P_x = P_0 + (P_S - P_0) \frac{L_1}{l} \quad (20)$$

Скорость движения межфазной поверхности внутри полости в общем виде определяется как

$$\frac{dl}{dt} = M_x \frac{\mu}{\rho} \quad (21)$$

или с учетом (19) принимает вид

$$\frac{dl}{dt} = \frac{(P_x^2 - P_0^2)}{16\eta RTl} \left(\frac{r_1^2}{a_1^2} + \frac{r_2^2}{a_2^2} \right) \frac{\mu}{\rho}$$

Переходя к относительной координате мениска, после разделения переменных получим:

$$\frac{z dz}{(P_x^2 - P_0^2)} = \frac{\mu}{16\eta RTl^2 \rho} \left(\frac{r_1^2}{a_1^2} + \frac{r_2^2}{a_2^2} \right) dt, \quad (22)$$

где согласно (20) $(P_x^2 - P_0^2) = \frac{\alpha + bz}{z^2}$.

Здесь $\alpha \equiv (P_S - P_0)^2 z_1^2$, $b \equiv 2P_0(P_S - P_0)z_1$, $z_1 = L_1/L$.

Левая часть в (22) при интегрировании приводится к виду:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{z^3 dz}{\alpha + bz} = \frac{1}{b^4} \left[\frac{(\alpha + bz)^3}{3} - \frac{3\alpha(\alpha + bz)^2}{2} + 3\alpha^2(\alpha + bz) - \alpha^3 \ln|\alpha + bz| \right] \Bigg|_{z_1}^{z_2} =$$

$$= \frac{z^3}{3b} - \frac{\alpha z^2}{2b^2} + \frac{\alpha^2 z}{b^3} - \frac{\alpha^3}{b^4} \ln |\alpha + bz| \Big|_{z_1}^{z_j}, \quad (23)$$

где j – индекс изменяющегося положения мениска.

Таким образом, скорость смещения мениска $z(t)$ в ступенчатой системе с несколькими горловинами в исходных обозначениях определяется уравнением:

$$\frac{z^3}{6P_0(P_S - P_0)z_1} - \frac{z^2}{8P_0^2} + \frac{(P_S - P_0)z_1 z}{8P_0^3} - \frac{(P_S - P_0)^2 z_1}{16P_0^4} \ln \left| 2P_0(P_S - P_0)z_1 z + (P_S - P_0)^2 z_1^2 \right| \Big|_{z_1}^{z_j} =$$

$$= \frac{\mu}{16\eta RT \rho L^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{r_i}{a_i} \right)^2 \cdot \Delta t_j, \quad (24)$$

Заключение

Построены физико-математические модели согласованного испарения жидкостей из совокупности сообщающихся капилляров и удаления влаги из закрытого объема через систему произвольного количества свободных каналов.

Для расчета скорости испарения в фазе взаимосвязанного движения менисков в смежных каналах предлагается:

- выбрать общее начальное положение менисков в каналах ($l'_1 = l''_2$);
- задать произвольное смещение мениска l'_2 в широком канале с требуемым шагом;
- найти соответствующее предыдущему пункту положение мениска l''_2 в узком канале из уравнения (12);
- рассчитать следующий установившийся единый уровень l_x по формуле (2).

Специфика переноса пара из заполненной жидкостью полости через узкие капилляры отражена в уравнении (24).

Получено выражение (20) давления парогазовой смеси, возникающего на входах в горловины и определяющего интенсивность массообмена в ступенчатой системе сообщающихся каналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чураев, Н.В.** Физикохимия процессов массопереноса в пористых телах / Н.В. Чураев. – М., 1990. – 272 с.
2. **Гамаюнов, Н.И.** Тепло-массоперенос в пористых материалах / Н.И. Гамаюнов, В.А. Миронов, С.Н. Гамаюнов. – Тверь: ТвГТУ, 2002. – 224 с.
3. **Ландау, Л.** Механика сплошных сред / Л. Ландау, Е. Лифшиц. – М.: Гостехиздат, 1954. – 765 с.
4. **Вукалович, М.П.** Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара / М.П. Вукалович, С.Л. Ривкин, А.А. Александров. – М.: Изд-во стандартов, 1969. – 408 с.
5. **Варгафтик, Н.Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.Б. Варгафтик. – М.: Наука, 1972. – 720 с.