

РЕГУЛИРОВАНИЕ ЭНТРОПИИ И ИНФОРМАЦИИ СРЕДЫ СРЕДНЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Е. Н. Рогановская

(Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова»,
кафедра математики)

В статье приводится методика применения энтропии и информации системы с целью регулирования сложности среды математического образования.

По *Н. Винеру*: энтропия и информация характеризуют систему с позиции хаоса и порядка. Информационная энтропия – мера дезорганизации и неупорядоченности системы. Тогда как информация системы – в противоположность энтропии – средство повышения организованности и упорядоченности системы, т. е. «неэнтропия». Неэнтропия рассматривается только с опорой на понятие энтропии. По *Л. Бриллюэну*: информация – мера уменьшения энтропии, средство внесения определенности, упорядоченности, организации. По *В. Эшби*: информация – средство ограничения разнообразия. При этом управляющий блок системы допускает такое разнообразие системы, которое необходимо и полезно для функционирования системы.

Впервые в 1948 г. *К. Шеннон* связал понятия информации и энтропии: информация стала рассматриваться как уменьшение энтропии системы. Неполезные сигналы – это шумы, помехи. Им предложена формула, которой определяется энтропия (формула Шеннона).

Определение 1. **Энтропия H системы** есть величина, определяемая формулой

$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i = \sum_{i=1}^N p_i \log_2 \frac{1}{p_i},$$

где H – количество энтропии системы, N – количество состояний системы, p_i – вероятность i -го состояния системы, $\sum_{i=1}^N p_i = 1$ (полная система событий).

Если все N состояний равновероятны, то $p_i = \frac{1}{N}$ и из формулы Шеннона получается формула Хартли:

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N$$

В *прикладной теории информации* уменьшение энтропии (и соответствующее преобразование системы) называется *полезным*. На теоретическом уровне моделирования системы обычно стремятся создать равные условия для применения нескольких технологий обучения, тем самым, равную вероятность различных состояний системы.

Зададимся вопросом, насколько это возможно и целесообразно. Сравнение измеряемой энтропии H системы удобно проводить с максимальной энтропией H_{\max} этой системы, априорной величиной, находя-

мой по формуле Хартли. В этом случае всегда $H < H_{\max}$ и положительное значение ($H_{\max} - H$) примем за определение информации.

Определение 2. **Информация I системы** есть положительная величина $I = H_{\max} - H$, где H_{\max} – максимальное значение энтропии системы (априорная величина), H – измеряемая энтропия системы.

Проанализируем изменение энтропии и информации в процессе преобразования системы (таблица 1).

Таблица 1 – Регулирование энтропии и информации системы

1-я СИСТЕМА (характеризуется действующая система). Например: система имеет 4 состояния ($N = 4$), состояния не являются равновероятными		
$H_{\max} = 2$ – максимальная энтропия системы при $N = 4$, принимаемая за начало отсчета (априорная энтропия); $I_{\min} = 0$ – минимальная информация системы при $H_{\max} = 2$		
$N = 4, p_i \log_2 \frac{1}{p_i}, H_i = p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$ – энтропия i -го состояния системы		$I = H_{\text{априорная}} - H_{\text{измеряемая}}$ – информация системы $I = H_{\max} - H = 2 - 1,92 = 0,08$ – количество информации системы
$p_1 = 0,2$	0,47	
$p_2 = 0,3$	0,52	
$p_3 = 0,4$	0,60	
$p_4 = 0,1$	0,33	
$H = \sum H_i = 1,92$ – энтропия действующей системы		
2-я СИСТЕМА (преобразованная 1-я система): $N = 3$, одно из состояний планировалось приоритетным, два других равноценными		
$H_{\max} = 1,59$ – максимальная энтропия системы при $N = 3$, принимаемая за начало отсчета (априорная энтропия); $I_{\min} = 0$ – минимальная информация системы при $H_{\max} = 1,59$		
$N = 3, \sum_{i=1}^3 p_i = 1, H_i = p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$ – энтропия i -го состояния системы		$I = H_{\max} - H = 1,59 - 1,32 = 0,27$ – информация системы
$p_1 = 0,2$	0,46	
$p_2 = 0,2$	0,46	
$p_3 = 0,6$	0,4	
$H = \sum H_i = 1,32$ – энтропия системы		
Вывод. Во 2-ой системе произошло снижение энтропии на 0.6 бит и повышение информации на 0.19 бит, что означает полезность выполненного преобразования системы		

Более точное сравнение энтропии и информации систем возможно на уровне числа элементов системы, которое складывается из элементов компонентов. Допустим, что разбиение компонентов на элементы задается триадами (таблица 2).

Таблица 2 – Поэлементное представление системы: $A_1 - I_3$ [1–3]

Стратегические цели обучения: A_1 – интеграция инноваций и традиций, A_2 – создание одинаковых условий для их реализации, A_3 – стремление к достижению баланса инноваций и традиций в перспективе	
Элементы системы на технологическом уровне (1–7)	
Цели обучения	B_1 – дидактические, B_2 – воспитательные, B_3 – развивающие
Содержание обучения	C_1 – определения, C_2 – теоремы, C_3 – доказательства, решения задач
Средства обучения, источники информации	D_1 – учитель, D_2 – традиционный учебник, D_3 – электронное средство обучения
Методы обучения	E_1 – объяснительно-рецептивный, E_2 – репродуктивный, E_3 – проблемные методы
Формы обучения	F_1 – фронтальные, F_2 – групповые, F_3 – индивидуальные
Формирующий контроль	G_1 – с приведением примеров и контрпримеров, G_2 – на основе элементов анализа, G_3 – в процессе её применения

Промежуточный результат обучения	H_1 – качество знаний, умений, навыков, H_2 – достигнутый уровень развития, H_3 – воспитательный эффект обучения
Итоговый результат системы обучения	I_1 – качество знаний, умений, навыков, I_2 – достигнутый уровень развития, I_3 – воспитательный эффект обучения

В этой системе 34 технологических элемента, число состояний системы $N = 2^{34}$, $H_{\max} = \log_2 2^{34} = 34$. После этого нетрудно проследить изменения энтропии и информации в системе до и после ее преобразования. Приведенные положения свидетельствуют о том, что система, в которой одновременно задействованы, например, 4-е технологии обучения является излишне сложной (с большим числом состояний N). На практике целесообразно из 4-х технологий выбирать одну в качестве основной, а остальные 2–3 технологии привлекать частично (с неполным комплектом элементов). В зависимости от дидактической цели основной может быть выбрана любая из 4-х базовых технологий. Для динамичной, открытой, стохастической системы это более, чем естественно.

Литература

1. Рогановская, Е. Н. Интеллектуализация электронных средств обучения: формирование модели и профиля ученика в условиях образовательной среды / Е. Н. Рогановская // Педагогическая информатика. – 2018. – № 1. – С. 140–154.
2. Рогановская, Е. Н. Теоретико-методические основы проектирования информационно-образовательной среды геометрической подготовки учащихся: уровень общего среднего образования: Монография / Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ им. А. А. Кулешова, 2016. – 196 с.
3. Rahanouskaya, A. M. Designing methodology of the mathematical education environment at the secondary school on the base of laws of large complex systems development / A. M. Rahanouskaya // Annali d'Italia. Scientific journal of Italy: Florence, 2021. – № 21. – S. 52–67.