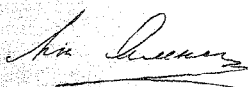


Формирование логических приемов мышления у младших школьников при обучении математике

Известно, что на развитие мышления младшего школьника должны быть ориентированы все учебные предметы. Традиционно считается, что математика в большей степени, чем другие предметы, “ум в порядок приводит” — учит логически мыслить. Формированию логических приемов мышления у младших школьников при обучении математике посвящена статья могилевских ученых Л. В. Лещенко и Т. В. Гостевич. Материал статьи представляет несомненный интерес как с научной точки зрения, так и с позиции практической значимости.

Научный редактор



Т. В. ГОСТЕВИЧ,
заведующая кафедрой методики преподавания математики
МГУ им. А. А. Кулешова, кандидат педагогических наук,
Л. В. ЛЕЩЕНКО,
доцент кафедры методики преподавания математики
МГУ им. А. А. Кулешова, кандидат педагогических наук.

В настоящее время перед общеобразовательной школой стоит ряд проблем, связанных с созданием специальных условий для получения младшими школьниками качественного образования при сохранении их здоровья, с оптимизацией общеобразовательного процесса с целью снижения учебной нагрузки. В связи с этим учебная программа по математике переработана по нескольким направлениям [см. 1].

На обучаемость младшего школьника существенно влияет уровень сформированности логических приемов мышления (анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, конкретизация, обобщение, классификация и систематизация) — необходимого средства усвоения материала в любой области знаний. В процессе усвоения знаний происходит совершенствование самих логических приемов мышления. Поэтому их развитие выступает и как одна из задач обучения, и как средство его успешного осуществления.

В пояснительной записке к учебной программе по математике (I—IV классы) отмечается, что начальное обучение математике является основой для дальнейшего изучения данной учебной дисциплины. Этот аспект предусматривает “формирование у учеников элементарных математических представлений и логических структур мышления, которые готовят детей к использованию математических знаний в повседневной жизни, успешному овладению знаниями и способами деятельности при дальнейшем обучении” [6, 116].

К сожалению, школьная практика показывает, что на уроках не всегда уделяется должное внимание целенаправленному развитию логических приемов мышления. Основной акцент часто делается на запоминание и воспроизведение учебного материала. В результате — у большинства учащихся на протяжении длительного времени остаются не сформированными основные логические приемы, без чего не происходит полноценного усвоения знаний. Например, школьники не могут отличить существенный признак понятия от несущественного, делают выводы наугад, не обосновывая их, не анализируя структуру рассуждений, что в свою очередь негативно отражается на процессе усвоения материала.

Исследования психологов позволяют сделать вывод, что стихийное (без обучения) формирование приемов мышления не дает необходимого результата. Например, Н. А. Подгорская утверждает, что у взрослых, не прошедших специального обучения, был выявлен тип мышления, характерный для предоперационного интеллекта или, в лучшем случае, для интеллекта конкретных операций [см. 3]. Следовательно, логические приемы мышления необходимо целенаправленно и систематически формировать при изучении различных предметов школьного цикла, в т. ч. математики. Начинать этот процесс необходимо как можно раньше, буквально с первого дня нахождения ребенка в школе, т. к. именно начальные знания становятся “фундаментом”, на котором строятся дальнейшие, более сложные теоретические рассуждения.

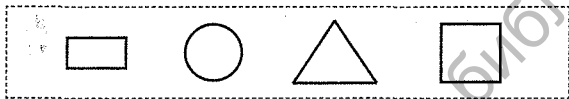
Согласно психологическим исследованиям, ребенок, поступающий в школу, владеет основными приемами мышления, но в самой элементарной форме [см. 2]. Его мыслительная деятельность тесно связана с конкретными предметами и явлениями. Умение абстрагироваться от конкретного содержания развивается постепенно. Поэтому вначале логические приемы мышления целесообразно формировать на конкретном, предметном материале, который хорошо знаком учащимся. Затем необходимо учить детей анализировать предметы, не прибегая к практическим действиям, описывать различные признаки предметов. Например, обучение арифметике связано с умением в результате анализа абстрагировать число от его конкретного значения. Постепенно следует переходить к анализу учащимися связей и отношений между предметами и явлениями.

В силу своей универсальности логические приемы мышления могут формироваться на материале любого предмета. Однако специфика математики как наиболее строго и логично построенного предмета позволяет отдать предпочтение ей. Это естественно, поскольку математические задачи являются особенно ценным материалом для воспитания логической культуры школьников. При изучении математики логическая структура рассуждений раскрывается с наибольшей четкостью. Учащимся необходимо устанавливать соотношения между суждениями, доказывать одни и опровергать другие, оперировать символами, моделями, отражающими различные стороны реального мира.

Сформированные на одном предметном содержании логические приемы мышления могут быть использованы при изучении других школьных дисциплин.

Термин “суждение” не встречается на страницах учебников по математике. Однако во многих заданиях речь идет именно об истинных или ложных суждениях. Например, при изучении нумерации однозначных чисел учащимся предлагается указать верные или неверные равенства: $1 = 2$; $8 = 8$; $1 + 1 = 2$. Младшие школьники читают математические предложения и определяют их истинность.

Согласно психологическим исследованиям, “суждения образуются двумя основными способами: 1) непосредственно, когда в них выражают то, что воспринимается; 2) опосредованно — путем умозаключений” [5, 436]. При построении суждений первым способом их истинность или ложность устанавливается в результате непосредственного восприятия и наблюдения. Так, в I классе в дочисловой период учащиеся проводят анализ простых и сложных суждений при образовании множеств предметов, обладающих заданными свойствами. Чтобы убедиться в истинности этих суждений, достаточно обратиться к реальной действительности. Например, детям предлагается карточка с изображенными геометрическими фигурами:



Учитель задает вопросы: есть ли на карточке треугольники? Верно ли, что на карточке есть квадрат? Можно ли сказать, что на карточке нет прямоугольников и кругов?

В большинстве случаев истинность суждений нельзя вывести из непосредственного наблюдения. Например, суждения: “От перестановки слагаемых сумма не изменяется”, “У прямоугольника противоположные стороны равны” — не являются очевидными, т. е. нельзя сразу сказать, истинные они или ложные. Это нужно доказать опытным путем или ввести логически посредством умозаключений, т. е. опосредованно.

С примерами суждений учащиеся неявно знакомятся почти на каждой странице учебника математики — это записи числовых равенств ($2 + 3 = 5$) и неравенств ($7 > 4$).

Опишем фрагмент методики обучения учащихся работе с суждениями, в ходе которой формируются логические приемы мышления.

С I класса в ходе обучающих игр школьники неявно знакомятся с утвердительными и отрицательными простыми суждениями, общими суждениями, содержащими слова “все”, “любой”, “ни один”, частными суждениями со словами “некоторые”, “имеется”, сложными суждениями, образуемыми из простых посредством логических операций — конъюнкции, дизъюнкции, импликации, которые выражаются часто союзами “и”, “или”, “если, то”. Данные связки являются “логическими константами” нашей речи вообще, т. е. употребляются не только в математических предложениях и их смысл не зависит от содержания предложений.

В математике эти слова употребляются в строго определенном смысле. Однако в школьных учебниках математики эта определенность только подразумевается. В результате появляется противоречие: в науке логическим связкам, кванторам придан точный смысл, ученик же, не подозревая об этом, понимает и употребляет эти слова в обычном, житейском смысле, который часто расходится с научным. Поэтому важно научить младших школьников проводить анализ готовых суждений, т. е. выделять объект в суждении, устанавливать, что о нем говорится; самим строить суждения с данными словами (синтез); устанавливать, соответствует суждение действительности или нет (сравнение); выделять логическую форму суждения (абстрагирование); приводить примеры суждений по заданной логической форме (конкретизация) и т. д. Можно предложить упражнения следующих типов:

- на установление истинности простых суждений;
- на установление истинности сложных суждений.

Такие упражнения необходимо предлагать в каждом классе. Например, учащимся I класса после выполнения упражнения по образованию множеств предметов, имеющих одно общее свойство [7, 18], можно предложить ответить на следующие вопросы: верно ли, что внутри синего овала находятся квадраты? Вне синего овала находятся большие фигуры?

Первоклассники, анализируя рисунки в учебном пособии, определяют истинность или ложность простых суждений.

Учащимся II класса можно предложить такое задание:

- ◇ Придумайте предложение, которое будет:
 - а) правильным для фигур, изображенных на рисунках;
 - б) неправильным для фигур, изображенных на рисунках;
 - в) правильным для первого рисунка, а для второго — неправильным;
 - г) неправильным для первого рисунка, а для второго — правильным.

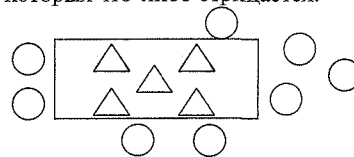
Например, предложение “На рисунке все фигуры четырехугольники” будет верным для рисунка 2 и неверным для рисунка 1.



Таким образом, в процессе работы над упражнениями на установление истинности простых суждений у школьников формируются такие логические приемы, как анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, конкретизация, обобщение и классификация, поскольку им приходится анализировать каждое суждение, абстрагироваться от конкретного содержания суждений, распределять их по группам и т. д.

В дальнейшем эти приемы целесообразно формировать в ходе работы над сложными суждениями. Истинность сложных суждений устанавливается в ходе практической деятельности. Приведем примеры конкретных упражнений, предлагаемых учащимся II класса на установление истинности сложных суждений. При их выполнении ученикам необходимо уточнить смысл логического отрицания, выражаемого с помощью частицы “не”, и смысл связок “и”, “или” и правильное их употребление.

- ◇ Выпишите в первый столбик номера предложений, в которых что-либо утверждается, во второй — номера предложений, в которых что-либо отрицается.



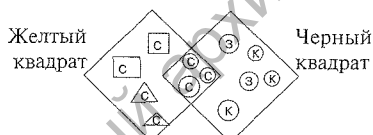
- 1) В четырехугольнике находятся треугольники.
- 2) За четырехугольником находятся круги.

- 3) В четырехугольнике находятся круги.
- 4) Треугольники не находятся за четырехугольником.
- 5) В четырехугольнике находятся не круги.
- 6) Треугольники не находятся в четырехугольнике.
- 7) За четырехугольником находятся не треугольники.
- 8) Круги не находятся за четырехугольником.
- 9) Не треугольники на рисунке — это круги.
- 10) Не круги на рисунке — это треугольники.

Чтобы распределить суждения на две группы, учащимся нужно проанализировать каждое суждение, т. е. установить, в каком суждении отрицается что-нибудь об объекте, а в каком утверждается. При этом учитель может обратить внимание детей на то, что если что-то нужно опровергнуть, то, как правило, употребляется частица “не”. Так в суждении “я не читал эту книгу” отрицается, что читали эту книгу. Но если сказать “я читал не эту книгу”, то в данном случае в суждении утверждается, что читали, но не эту книгу. Понятие об утвердительных и отрицательных суждениях формируется у учащихся на конкретных примерах.

В приведенном задании суждения под номерами 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10 являются утвердительными (например, в суждении 2 утверждается, что за четырехугольником находятся круги), а остальные отрицательными (например, в суждении 4 отрицается, что треугольники находятся за четырехугольником). В процессе установления истинности суждений учащиеся анализируют, сравнивают их с целью установления соответствия между содержанием суждения и рисунком, делают выводы. Например, в первом суждении говорится о том, что в четырехугольнике, изображенном на рисунке, находятся треугольники. Чтобы убедиться в этом, необходимо изучить рисунок. На рисунке ученики видят четырехугольник, треугольники, которые находятся внутри четырехугольника, круги, изображенные вне четырехугольника. Сравнивая объекты, изображенные на рисунке, и объекты, о которых говорится в суждении, учащиеся делают вывод, что утверждение является верным, т. е. суждение является истинным (синтез). Аналогично устанавливается истинность других суждений.

✦ Максиму показали рисунок, на котором изображены фигуры, обозначенные разными цветами: з — зеленый, с — синий, к — красный.

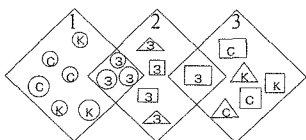


Мальчик изучил рисунок и записал предложения:

- а) В общей части квадратов находятся большие круги или маленькие круги.
- б) В общей части квадратов находятся большие синие круги.
- в) В черном и желтом квадратах находятся синие круги.
- г) В черном или желтом квадратах находятся синие треугольники.
- д) В черном или в желтом квадратах находятся все синие фигуры.
- е) В общей части квадратов находятся некоторые синие круги.

Какие из предложений верны?

✦ Рассмотрите рисунок, где к — красный, з — зеленый, с — синий.



- ✦ Дополните предложения, чтобы они были верны.
- а) В первом или во втором квадратах находятся...
 - б) Во втором или в третьем квадратах находятся...
 - в) В третьем или в первом квадратах находятся...
 - г) В первом и во втором квадратах находятся все...
 - д) Во втором и в третьем квадратах находятся все...
 - е) Зеленые фигуры находятся в ... квадрате или в ... квадрате.

В процессе работы над каждым заданием у учащихся формируются логические приемы анализа, синтеза, сравнения, абстрагирования, конкретизации, обобщения, поскольку им нужно проанализировать рисунок и суждения, чтобы установить, являются они простыми или сложными, как соединяются простые суждения, о каких объектах и что говорится.

При выполнении таких заданий обеспечивается ответственность между содержанием математического материала в I и II классах.

Рассмотрим формирование логических приемов мышления при образовании суждений опосредованно, т. е. с помощью умозаключений. Отметим, что термин “умозаключение” не встречается на страницах учебников по математике. Вместо него используется термин “рассуждение”. Развитие индуктивных и дедуктивных умозаключений в начальном курсе математики проходит ряд стадий, обусловленных накоплением знаний в процессе обучения. С. Л. Рубинштейн указывает на стадию, основанную на построении умозаключений (индуктивных, дедуктивных) на наглядных предпосылках, данных непосредственно в наблюдении; стадию, основанную на построении умозаключений (дедуктивных) на основе абстрактных предпосылок [см. 5].

Покажем формирование приемов мышления при открытии сочетательного свойства сложения с помощью индуктивных умозаключений.

В качестве исходного эмпирического материала можно взять любые непересекающиеся множества A, B, C конкретных предметов. Например, геометрические фигуры, круги, треугольники и квадраты. Педагог предлагает ученикам положить на парту 5 кругов, 4 треугольника и 6 квадратов. После этого дети подсчитывают количество кругов и треугольников, а затем прибавляют к ним количество квадратов; к количеству кругов прибавляют количество треугольников и квадратов (анализ, синтез). Определяя количество фигур, учащиеся получают одно и то же число. Варьируя число элементов этих множеств, получим конкретные равенства. Например: $(5 + 4) + 6 = 5 + (4 + 6)$; $(10 + 8) + 2 = 10 + (8 + 2)$ и т. д.

Затем учитель предлагает школьникам определить истинность каждого равенства и ответить на вопросы: “Чем отличаются данные равенства? Чем они похожи?”

В результате сравнения учащиеся замечают, что в данных равенствах в левой части к сумме первых двух слагаемых прибавляется третье слагаемое, а в правой — к первому слагаемому прибавляется сумма второго и третьего слагаемых. Равенства различаются только слагаемыми.

Далее ученики под руководством педагога делают вывод, что слагаемым может быть любое число (абстрагирование, обобщение), поэтому, если заменить каждое из слагаемых буквами, можно получить равенство: $(a + b) + c = a + (b + c)$. Подставляя вместо букв конкретные числа, учащиеся получают новые числовые равенства (конкретизация).

Формирование логических приемов мышления можно осуществлять в ходе решения стандартных и нестандартных задач, для которых требуется использование индуктивных рассуждений. Например, учащимся III класса можно предложить такую задачу: “Сколько концов у одной палки? У двух палок? У трех палок? У четырех палок? У ста палок? У n палок?” В результате анализа дети при помощи учителя делают следующие выводы: у одной палки 2 конца, у двух — 4; у трех — 6; у четы-

Формирование логических приемов мышления у младших школьников при обучении математике

рех — 8; у ста — 200; $у n - 2n$. При анализе индуктивных умозаключений задача педагога — показать, что вывод в них получается правдоподобным и он может быть как истинным, так и ложным.

К аналогичному выводу учитель подводит школьников и при знакомстве с традуктивными умозаключениями, когда на основе сходства предметов по одним признакам делается заключение об их сходстве по другим признакам.

При обучении младших школьников традуктивным умозаключениям необходимо обратить внимание на то, что сравнивать предметы нужно по существенным признакам. В качестве примера приведем следующее задание:

♦ Вместо вопросительных знаков вставьте недостающие числа.

$$2x - 3 = 5 \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \quad 2 + x = 5$$

$$8x + 2 = 50 \quad \begin{array}{|c|c|} \hline ? & ? \\ \hline \end{array} \quad x - 5 = 7$$

Рассмотрев элементы первой пары (верхней строки), учащиеся должны определить существенную связь между ними, а затем, рассуждая аналогично, найти недостающие элементы второй пары (нижней строки). Например, при выполнении задания нужно проанализировать уравнения, к которым дан рисунок, найти корни этих уравнений и сравнить их с количеством точек на соответствующем рисунке. Так, корень уравнения $2x - 3 = 5$ равен 4, а корень уравнения $2 + x = 5$ равен 3. Поэтому в левой части карточки изображены 4 точки, а в правой — 3. По аналогии восстанавливается изображение на второй карточке.

В учебниках математики для III класса [8, 112—114] и IV класса [9, 118—120] в рубрике “Учись рассуждать правильно” помещен материал, связанный с анализом и построением дедуктивных умозаключений, который не предназначен для обязательного изучения на уроках, но может предлагаться на факультативных занятиях. В связи с этим рассмотрим формирование логических приемов мышления при знакомстве школьников с дедуктивными умозаключениями, которые отличаются от индуктивных и традуктивных достоверностью заключения. Из истинных посылок в дедуктивных умозаключениях нельзя получить ложное заключение.

При работе над дедуктивными умозаключениями ученикам можно предложить следующие типы задач:

- на определение формы правильных умозаключений;
- на анализ умозаключений и определение соответствия их структуры одному из правил;
- на формирование умения использовать в умозаключениях правила логического вывода с опорой только на форму связи между посылками и заключением;
- на выявление ошибок в умозаключениях.

В IV классе учитель может показать детям правила логического вывода (заключения, отрицания, контрапозиции, силлогизма), не называя их. Знакомство школьников с правильными умозаключениями может вестись двумя методами: от частного к общему и от общего к частному. В первом случае учащиеся анализируют конкретные примеры правильных умозаключений, сравнивают их, абстрагируясь от конкретного содержания, вместе с учителем записывают общую структуру. Покажем эту работу на примере:

♦ Установите, верны ли рассуждения.

1. Если угол больше прямого угла, то он тупой.

Угол ABC больше прямого угла.

Значит, угол ABC тупой.

2. Если фигуры равны, то их площади равны.

Две фигуры равны между собой.

Значит, площади этих фигур равны.

Учитель может задать учащимся вопросы: о чем говорится в каждом рассуждении? Похожи ли они по содержанию, по количеству предположений? Что у них общего?

И т. д. В процессе сравнения рассуждений, схожих по форме, но различных по содержанию, учитель подводит учащихся к выделению общей формы каждого рассуждения, абстрагируясь при этом от их конкретного содержания. Так, данные рассуждения имеют следующую форму:

Если A , то B .

A .

Значит, B .

На закрепление данного правила можно предложить детям следующее задание:

♦ Сделайте вывод.

Если число четное, то оно делится на 2.

Число 14 четное.

Значит...

При изучении способа вывода от общего к частному учащимся дается в общем виде правило, а затем, подставив вместо буквенных данных конкретные значения, дети получают рассуждения (конкретизация). Например, младшим школьникам можно предложить задание построить рассуждение по представленному правилу.

Если A , то B .

Если не B , то не A .

Если учащиеся затрудняются с выполнением задания, учитель может им помочь, предложив пример.

Если фигура — прямоугольник, то она четырехугольник.

Если фигура не четырехугольник, то она и не прямоугольник.

Таким образом, при установлении истинности или ложности суждений можно формировать навыки анализа и синтеза; при сопоставлении между собой суждений и умозаключений по содержанию или по их логической форме — сравнения; при отвлечении от конкретного содержания суждений и умозаключений, записи их логических форм, формулировке общих выводов, приведении конкретных примеров суждений и умозаключений по их логической форме — абстрагирования, конкретизации и обобщения; при распределении суждений по группам — классификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пачатковая школа ў 2009 / 2010 навучальным годзе. Інструктыўна-метадычнае пісьмо М-ва адукацыі Рэспублікі Беларусь // Пачатковая школа. — 2009. — № 7. — С. 2—13.
2. Люблинская, А. А. Некоторые особенности умственной деятельности младшего школьника. — Уч. записки ЛГПИ им. А. И. Герцена, 1970. — 339 с.
3. Подгорецкая, Н. А. Изучение приемов логического мышления у взрослых. — М.: МГУ, 1980. — 150 с.
4. Психология: словарь. — М.: Политиздат, 1990. — 494 с.
5. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии: в 2 т. — М.: Педагогика, 1989. Т. 1. — 488 с.; Т. 2. — 328 с.
6. Учебные программы для общеобразовательных учреждений с русским языком обучени: I—IV кл. — Минск: НИО, 2009. — 240 с.
7. Чеботаревская, Т. М. Математика: учеб. пособие для 1-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения: в 4 ч. / Т. М. Чеботаревская, Н. И. Касабуцкий, А. А. Столяр. — 11-е изд. — Минск: Народная асвета, 2008. Ч. 1. — 40 с.
8. Чеботаревская, Т. М. Математика: учеб. для 3-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения: в 2 ч. / Т. М. Чеботаревская, В. Л. Дрозд, А. А. Столяр. — Минск: Нар. асвета, 2007. Ч. 2. — 134 с.
9. Чеботаревская, Т. М. Математика: учеб. для 4-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения: в 2 ч. / Т. М. Чеботаревская, В. Л. Дрозд, А. А. Столяр. — Минск: Нар. асвета, 2008. Ч. 2. — 135 с.