

РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР МЫШЛЕНИЯ У УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Начало нового тысячелетия внесло свои изменения в жизнь нашего общества, выдвинув определенные требования к процессу интеллектуального развития школьников, повышению их теоретической и практической подготовки. Перед общеобразовательной школой стоит ряд проблем по воспитанию и обучению подрастающего поколения. Главные из них – прочное овладение основами наук, выработка навыков и умений по их применению. В их решении важное место принадлежит урокам математики, где у учащихся развивается логическое мышление, способность вести доказательства, проводить анализ, устанавливать отношения между суждениями, оперировать символами и моделями, с помощью которых отражаются различные стороны реального мира.

Формирование логических структур мышления остается одной из основных общеобразовательных и воспитательных задач изучения школьной математики. Как отмечал А. В. Погорелов, очень немногие из окончивших школу будут математиками. Однако вряд ли найдется хотя бы один, которому не придется рассуждать, анализировать, доказывать [7].

Математика изучает не только отдельные объекты, но и их множества. Предметом изучения являются структуры этих множеств, определяемые отношениями между их элементами и операциями над ними, т. е. законами композиции элементов, с помощью которых из двух данных элементов множества образуется новый элемент этого множества.

Для усвоения знаний в процессе обучения, как правило, задаются две системы: 1) о предметной действительности; 2) о методах и приемах преобразования этой действительности, обеспечивающих овладение научными знаниями. Эти две системы знаний тесно взаимосвязаны и взаимообусловлены. Знания первого рода излагаются в учебнике, а знания второго рода, хотя их в явном виде нет, предусматриваются системой заданий, вопросов, последовательностью изложения материала.

Одной из задач этой системы является развитие мышления, в том числе логического, умений анализировать, сопоставлять, делать выводы и, как следствие этого, формирование логических структур мышления.

К сожалению, этот процесс нередко выпадает из поля зрения учителей, внимание уделяется в основном запоминанию и воспроизведению учебного материала. В результате работа над развитием логического мышления учащихся идет "вообще" – без знания системы необходимых структур, их строения и содержания и последовательности формирования. Это приводит к тому, что у большинства учащихся старших классов остаются несформированными логические структуры мышления, а без них не происходит полноценного усвоения учебного материала, в том числе и математического.

Исследования Н.А. Подгорецкой показали, что у взрослых, не прошедших специального обучения, был выявлен тип мышления, характерный для операционного интеллекта или, в лучшем случае, – для интеллекта конкретных операций [8].

Результаты этих исследований позволяют сделать вывод, что стихийное (без обучения) формирование логических структур мышления не дает необходимого

результата. Поэтому одним из основных подходов в работе по развитию логического мышления учащихся является целенаправленное систематическое обучение их на материалах, способствующих логическому развитию.

Одновременно с этим возникает вопрос: с какого возраста нужно начинать формирование логических структур мышления?

Человек не рождается с готовой логикой мышления, ею он овладевает в процессе жизни, в обучении. Роль обучения математике в развитии логического мышления учащихся существенна, поскольку в математике ученик с достаточной полнотой может увидеть демонстрацию основных законов элементарной логики. В то же время без развития логики мышления нет усвоения математики.

Психологами установлено, что уже дошкольники владеют основными операциями мышления, но в самой элементарной форме [4]. Это позволяет в начальной школе начать систематическое формирование логических структур мышления. Методика такой работы при обучении математике должна осуществляться как на уроках при изучении учебного материала, так и на дополнительных или факультативных занятиях, связанных непосредственно с формированием логических структур мышления, например, в рамках спецкурса "Логика и гимнастика ума". На последующих ступенях обучения на уроках математики IV – VI, VII – IX, X – XI классах она осуществляется при изучении и доказательстве теорем, решении задач и т. д.

Проведение этой работы требует понимания того, что такое логические структуры мышления, в чем их особенности, психологические и дидактические основы формирования и развития.

Понятие "структура" является одним из самых общих понятий во всех областях науки. Оно формировалось в течение многих лет как одно из понятий философии, психологии, математики и других наук.

В научной литературе структура определяется по-разному: как совокупность внутренних связей, как строение, как внутреннее устройство объекта, как схема связей между элементами, как совокупность устойчивых связей между множеством компонентов и т. д.

Можно выделить несколько подходов к определению понятия структуры. Один из них основан на том, что структура и система являются синонимами. В этом случае под структурой понимают совокупность устойчивых связей между множеством компонентов объекта, обеспечивающих его целостность и тождество самому себе. Представление о структуре предполагает рассмотрение объекта как системы [2].

Недостатком такого подхода является, по мнению некоторых исследователей, недостаточное акцентирование связи элементов с целым, неделимости структуры.

Поэтому другой подход рассматривает структуру как нечто целое, которое не возникает механическим путем из суммы отдельных частей, а обладает специфически своеобразными свойствами и не может быть выведено из простого объединения его качеств. В этом случае понятие "структуры" связывается с процессом развития. Оно является исходным моментом этого процесса. В ходе этого процесса происходит изменение исходной структуры. На основе первичных появляются новые, отличающиеся иными качествами образования, представляющие собой вторичные структуры.

Данный подход рассматривается в рамках теории культурно-исторического развития личности Л.С. Выготского [1]. Сходных взглядов на процесс образования структур придерживаются С.Л. Рубинштейн, Ж.Пиаже, К.К. Платонов и др.

Требование направленности процесса обучения математике не только на изучение материала, но и на развитие школьника, а также особенность матема-

тики как динамического предмета соответствует в большей степени второму подходу к пониманию структуры.

Вообще говоря, второй подход не отрицает первый. Можно сказать, что в первом случае структура понимается как результат, а во втором – как процесс.

Составной частью математической науки являются процессы логического мышления, связанные с рассуждениями и аргументацией. При изучении математики пристальное внимание уделяется логическим методам познания. Поэтому имеет смысл говорить о логических структурах мышления при обучении математике.

При этом в качестве основных, исходных неделимых логических структур мышления будем рассматривать анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, классификацию и систематизацию.

Эти логические структуры участвуют в процессе мышления, развиваются, взаимодействуют, в результате чего образуются новые структуры, выступающие в качестве продуктов мышления. К ним можно отнести понятия, суждения, умозаключения. Тогда исходные структуры выступают в качестве подструктур продуктов мышления. Данный процесс можно схематически изобразить следующим образом:



В качестве примера формирования логических структур мышления рассмотрим становление структуры анализа при изучении математики у учеников начальной школы и IV – V классов.

При этом результатом применения анализа как структуры мышления является расчленение (разложение, разделение, дробление) объекта (предмета, явления, процесса и т. п.) на составные части (элементы, стороны, признаки, свойства и т. п.).

Как показали наши исследования, в начале обучения указанная структура не сформирована в достаточной степени. Так ученики подготовительного класса вообще не решают или допускают множество ошибок в заданиях, требующих аналитической деятельности. Примером задания, по результатам выполнения которого можно судить о сформированности структуры анализа, предлагалось следующее: “Нарисованное на первой карточке сочетание геометрических фигур, найдите на второй карточке. Подчеркните его карандашом”.



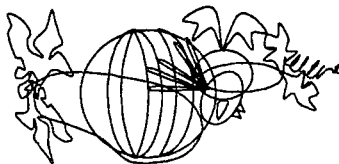
В результате анализа работ учащихся и их ошибок был сделан вывод о необходимости систематического формирования структуры анализа при обучении.

Как показывает практика, обучение целесообразно начинать с задач нематематического содержания, примерами которых являются следующие задания:

1. Какие буквы нарисованы на картинке?



2. Какие овощи и фрукты нарисованы на картинке?



Постепенно следует переходить к задачам на математическом материале.

1. Сосчитайте, сколько треугольников изображено на рисунке.



2. Какое число должно быть следующим в ряду?

а) 1, 2, 3, ...

б) 10, 9, 8, ...

в) 2, 4, 6, ...

г) 1, 3, 6, ...

Нарисована пирамида. Среди проекций (вид сверху) нескольких пирамид найдите исходную пирамиду.



Подобные задания предлагаются, как правило, в подготовительном классе. В дальнейшем обучении они усложняются. И уже во втором полугодии подготовительного класса анализ используется при решении простых задач, т. е. задач, решаемых в одно действие. Ученики научаются внимательно слушать, читать условие задачи, отвечать на вопросы типа: о чем говорится в задаче? Что именно говорится? Какие предметы, явления или события описываются? Что дано в задаче? Что надо найти? и т. д. По мере овладения техникой решения задач, ученики привыкают при знакомстве с условием задачи руководствоваться этими вопросами. В дальнейшем анализ применяется в поиске решения задачи, при этом осуществляется постепенный переход от простых рассуждений к более сложным. Рассмотрим, например, следующую задачу: "За один час в бочку наливается 10 ведер воды, а выливается 7 ведер. Сколько ведер воды нальется в бочку за один час?" [5, 3, с. 80].

Аналитический поиск решения данной задачи можно оформить в виде схемы, задавая при этом следующие вопросы:

Что спрашивается в задаче? (Сколько ведер воды нальется в бочку за один час?)

Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Нужно знать сколько вливается ведер и сколько выливается.)

Знаем ли мы эти величины? (Да.)

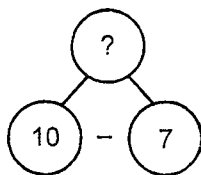
Какие числа показывают, сколько вливалось ведер воды и сколько выливалось? (10 и 7)

Каким действием ответим на вопрос? (Вычитанием.)

Почему?

Вливалось больше, чем выливалось.

Схематично поиск решения задачи можно показать так:



Рассмотрим, как усложняется поиск решения задачи в III – IV классах на примере следующей задачи: *“Мальчик поймал 20 ершей и окуней, причем окуней в 3 раза меньше, чем ершей. Сколько он поймал ершей?”* [6, 67, с. 324].

Одним из существенных недостатков методики решения таких задач в школе является невнимание к анализу текста задачи и краткой записи условия.

Чаще всего учителя пропускают эти два этапа или не уделяют им должного внимания и приступают к анализу поиска решения задачи, соединяя в нем одновременно и анализ текста, и анализ основных математических отношений. Анализ, который проводится по опорным словам, это скорее всего анализ текста задачи, а не самой математической сути ее. Одного внимания опорным словам при анализе текста недостаточно. Необходима система вопросов, помогающая установлению частных связей между данными величинами и между данными и искомыми.

Для нашей задачи это могут быть следующие вопросы:

Одинаковое ли количество ершей и окуней поймал мальчик? (Нет.)

На каком основании сделали этот вывод? (Окуней поймали в 3 раза меньше, чем ершей.)

Чего поймали больше? (Ершей.)

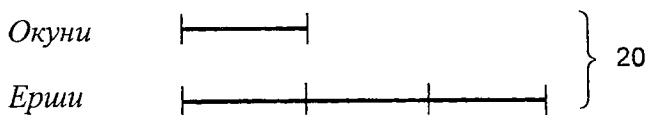
Во сколько раз? (В 3 раза.)

Знаем ли мы сколько поймали окуней и ершей вместе? (Да.)

Сколько? (20)

Что спрашивается в задаче? (Сколько ершей поймал мальчик?)

Вывод из анализа задачи есть краткая запись условия ее. Сделаем рисунок. Количество окуней покажем произвольным отрезком. Тогда количество ершей – это отрезок в три раза больший первого.



Поиск решения задачи направляется следующими вопросами:

Что спрашивается в задаче? (Сколько мальчик поймал ершей?)

Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Чему равна одна доля и сколько долей составляют ерши.)

Какие из этих величин мы знаем? (Сколько долей составляют ерши.)

Сколько. (3)

Что не знаем? (Чему равна одна доля.)

Какие величины нужно знать, чтобы найти чему равна одна доля? (Сколько было всего окуней и ершей и сколько долей составляет вся рыба.)

Какие из этих величин мы знаем? (Сколько всего было ершей и окуней.)

Сколько? (20)

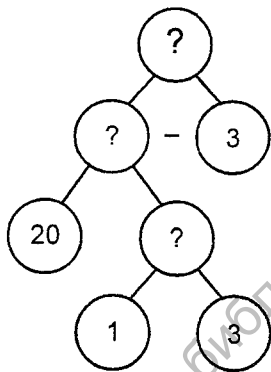
Что не знаем? (Сколько долей составляет вся рыба.)

Какие из величин нужно знать, чтобы найти сколько долей составляет вся рыба? (Сколько долей составляют окуни и сколько долей составляют ерши.)

Знаем мы эти величины? (Да.)

В ходе рассуждений составляется схема:

Идя по схеме в обратном порядке получим решение задачи.



Вообще при решении математических задач можно проводить: анализ условия задачи (предполагает первоначальную работу над условием с целью правильно понять условие, выявить неизвестные элементы или новые сочетания знакомых); анализ данных и искомых величин (предполагает детальное рассмотрение отдельных данных и искомых с целью выяснения их смысла и получения общей картины о них); анализ плана решения задачи (заключается в проверке правильности создаваемого плана решения); анализ решения (заклучается в проверке решения и его обоснованности при помощи сопоставления решения с отдельными частями условия задачи и с условиями задачи в целом); анализ результата (предполагает проверку согласованности результата с условием задачи).

Таким образом, анализ задачи преследует несколько целей: правильно понять условие задачи; найти способ решения; улучшить решение; произвести исследование результата или проверку его правильности; сделать заключение или обобщение. Чем сложнее задача, тем тщательнее приходится ее анализировать.

При изучении математики в ходе формирования структуры анализа большое значение имеют логико-поисковые работы при решении нестандартных задач. Например, в учебнике математики [3, 28, с. 13] предлагается задача: "Три шарика – белый, черный и зеленый – положены по одному в три ящика.

На одном из них написано "белый", на другом – "черный", на третьем – "белый или черный". Ни одна надпись не соответствует действительности. Где какой шарик находится?"

Работа над задачей может идти следующим образом.

Давайте проанализируем условие задачи.

Сколько всего ящиков? (Три ящика).

Сколько всего шариков? (Три).

Сколько шариков в каждом ящике? (Один).

Какие надписи на ящиках? ("белый", "черный", "белый или черный").

Что мы знаем об этих надписях? (Что они неверные).

Что это значит? (Что в ящике с надписью "белый" нет белого шарика).

Какие там могут быть шарики? (Черный или зеленый).

Тогда в ящике с надписью "черный" какой может быть шарик? (Белый или зеленый).

Если на третьем ящике надпись "белый или черный" неверная, то что это означает? (Что там не белый шарик и не черный).

А какой тогда? (Зеленый.)

Может ли зеленый шарик быть в первом ящике? (Нет.) Во втором? (Нет).

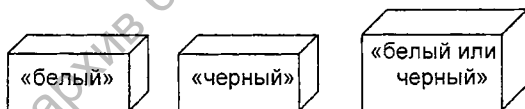
Почему? (Потому, что он в третьем ящике и в каждом ящике только по одному шарiku.)

Тогда, что мы можем сказать о первом ящике? (Что там черный шарик).

На каком основании сделали такой вывод? (Так как там не белый шарик и не зеленый, значит там черный шарик).

Где будет белый шарик? (Во втором ящике, так как там не черный шарик и не зеленый).

В результате получаем ответ: в ящике с надписью "белый" находится черный шарик, с надписью "черный" – белый шарик, с надписью "белый или черный" – зеленый шарик. Для большей наглядности можно на доске нарисовать три коробочки с соответствующими надписями или взять три коробочки.



Использование наглядности способствует развитию как наглядно-образного, так и логического мышления.

В ходе решения нестандартных задач учащиеся занимаются поисковой деятельностью, используя при этом различные логические структуры, но особенно анализ и синтез. Так, например, без анализа невозможно сравнение фактов и явлений, выделение их существенных признаков и зависимостей, получение необходимых выводов и т. п.

В принципе при изложении любого математического материала можно изыскать возможности для формирования и совершенствования структуры анализа. Учащиеся усваивают ее в процессе объяснения нового материала, закрепления, повторения, контроля и т. д. Для учителя важна ненавязчивая методика организации становления и развития анализа, показа рассуждений, усвоения темы различными путями.

Аналогичная методика применяется для формирования других логических структур мышления. При этом надо помнить о развитии не только отдельных структур, но и их систем, помогающем в построении вторичных структур – продуктов мышления – математических понятий, суждений, умозаключений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Выготский Л.С.** Развитие высших психических функций. – М.: Издательство АПН РСФСР, 1960.
2. Краткий психологический словарь / Сост. **А.А. Карпенко**; Под общ. ред. **А.В. Петровского, М.Г. Ярошевского**. – М.: Политиздат, 1985. – 431 с.
3. **Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д.** Математика: 5-й кл.: Эксперим. учеб. для шк. с рус. яз. обучения. – Мн.: Ред. журн. "Адукацыя і выхаванне", 1998. – 407 с.
4. **Люблинская А.А.** Некоторые особенности умственной деятельности младшего школьника. – Уч. записки ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1970. – 339 с.
5. Математика: 1-ый кл.: Учеб. для общеобразоват. шк. с рус. языком обучения / **Н.И. Касабуцкий, А.Т. Катасонова, А.А. Столяр, Т.М. Чеботаревская**. – Мн.: Нар. асвета, 1998. – 192 с.
6. Математика: Учеб. для 3-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения / **Т.М. Чеботаревская, А.Т. Катасонова, В.Л. Дрозд** и др. – Мн.: Нар. асвета, 2000. – 335 с.
7. **Погорелое А.В.** Элементарная геометрия: Изд. 3-е, доп. – М.: Наука, 1977. – 279 с.
8. **Подгорецкая Н.А.** Изучение приемов логического мышления у взрослых. – М.: Изд-во МГУ, 1980. – 150 с.