

И.П. Лобанок

# ПРОПЕДЕВТИКА

КАК СРЕДСТВО  
ИНТЕГРАЦИИ В ОБУЧЕНИИ  
МАТЕМАТИКЕ

Электронный архив библиотеки МГУ имени А.М. Кулешова

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учреждение образования  
«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. А.А. КУЛЕШОВА»

И.П. Лобанок

**ПРОПЕДЕВТИКА  
КАК СРЕДСТВО ИНТЕГРАЦИИ  
В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

Учебно-методическое пособие



Могилев 2005

УДК 372.851(075.8)

ББК 74.262я73

Л68

*Печатается по решению редакционно-издательского  
и экспертного совета МГУ им. А.А. Кулешова*

**Рецензенты:**

кандидат физико-математических наук доцент *Н.В. Сакович*;

кандидат педагогических наук доцент *Т.В. Столярова*

**Лобанок, И.П.**

**Л68** Пропедевтика как средство интеграции в обучении математике : учеб.-метод. пособие / И.П. Лобанок. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2005. – 68 с.

В пособии рассматривается такой вопрос методики преподавания математики как пропедевтика и отражаются его различные аспекты с точки зрения интеграции (как внутрпредметного так и межпредметного характера), преемственности и перспективно-опережающего обучения.

Наряду с теоретическим освещением того или иного вопроса, содержатся примеры, помогающие осознать их применение на практике. В каждом разделе пособия предлагается ряд заданий для самостоятельного выполнения.

Пособие окажет помощь в освоении основного курса по дидактике математики. Оно может быть использовано студентами при написании рефератов, курсовых и дипломных работ, а также будет полезным во время прохождения педагогической практики в школе.

УДК 372.851(075.8)

ББК 74.262я73

© Лобанок И.П., 2005

© МГУ им. А.А. Кулешова, 2005

## ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие освещает такую актуальную в наше время реформ школьного математического образования тему как интеграция школьного курса математики. Одним из средств реализации интегрированного подхода к обучению математике является пропедевтическое изучение некоторых ключевых тем алгебры и геометрии. Изучив имеющуюся психологическую, педагогическую, философскую, методическую литературу по данной теме, мы изложили некоторые основные положения.

Пособие содержит три параграфа, в которых раскрывается отношение между такими понятиями как пропедевтика, интеграция, внутрипредметные связи, межпредметные связи, преемственность; выделены виды, функции, формы пропедевтики; указаны условия осуществления успешной интеграции, как межпредметной так и внутрипредметной. Наряду с теоретическими положениями пособие содержит примеры, демонстрирующие на практике реализацию этих положений.

В конце каждого пункта содержится ряд заданий, которые студенты могут выполнять как на практических и лабораторных занятиях по методике преподавания математики, так и при самостоятельной подготовке к занятиям. Эти задания помогут лучше осознать теоретический материал, изучить учебные пособия, которые используются в школе на уроках математики, а также будут способствовать в приобретении педагогического опыта, который понадобится при работе в школе.

Данное пособие можно использовать не только на занятиях по методике преподавания математики, но и при написании курсовых и дипломных работ, а также во время прохождения педагогической практики в школе.

## §1. ПРОПЕДЕВТИКА И ЕЕ ВИДЫ

### 1.1. Понятие пропедевтики

Изучив философскую, педагогическую, энциклопедическую литературу мы нашли несколько определений понятия пропедевтика.

В словаре русского языка под редакцией С.И. Ожегова [25, с. 615] дается общее определение пропедевтики: *пропедевтика* – предварительный круг знаний о чем-либо.

В толковом словаре русского языка под редакцией Д.Н. Ушакова [38, с. 977] дается следующее определение: "*Пропедевтика* (греч. Προαειδιῶ, обучать предварительно) введение в какую-нибудь науку, сообщение о предварительных знаниях о чем-либо. Пропедевтический – вводный, подготовительный, излагаемый в сжатой элементарной форме".

Наиболее полное определение пропедевтики дается в философском словаре под редакцией И.Т. Фролова [42, с. 390]. *Пропедевтика* – предварительное упражнение, подготовительный, вводный курс в какую-либо науку, изложенный в систематизированной и сжатой форме. Предшествует более основательному изучению соответствующей отрасли знаний.

Мы рассматриваем пропедевтику как одно из средств интеграции и даем следующее определение этого понятия. *Пропедевтика* – сообщение предварительных знаний по той или иной математической теме, излагаемое в элементарной, систематизированной и сжатой форме и ведущее как к внутрипредметной, так и межпредметной интеграции школьного курса математики.

Вопросы пропедевтики того или иного математического понятия всегда являлись предметом обсуждения и математиков и методистов (Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, А.Н. Колмогоров, Ю.Н. Макарычев, М.И. Моро, С.И. Новоселов, А.М. Пышкало, М.Н. Скаткин). Особое внимание уделялось пропедевтике геометрических понятий и математического анализа, в частности таких понятий как функция предел, производная, интеграл (М.А. Бантова, Н.Я. Виленкин, () Вольберг, В.Г. Гончаров, Г.В. Дорофеев, А.Н. Колмогоров, Ю.Н. Макарычев,

М.И. Моро, Н.Н. Никитин, С.И. Новоселов, А.М. Пышкало, М.Н. Скаткин, А.Я. Хинчин, Е.Д. Цыдыпова, С.И. Шохор-Троцкий и др.)

Однако вопросы пропедевтики сводились в основном к рассмотрению методики изучения того или иного понятия на пропедевтическом уровне, теоретический материал по вопросу пропедевтики освещен слабо. Рассмотрим основные моменты, связанные с этим понятием.

Пропедевтическое введение математического материала согласуется с выводами психологов. Так согласно теории поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина, ребенок способен усвоить то или иное понятие (представление) только в процессе деятельности, которая выполняется в различных формах: материальной или материализованной, перцептивной, внешнеречевой, умственной. При изучении материала, с которым учащиеся уже предварительно знакомы, некоторые этапы пропускаются и происходит свертывание процесса мышления, что сказывается как на скорости протекания мыслительных операций так и на их организации.

Как показывают исследования Л.С. Выготского [Выготский Л.С. Собр. соч. Т. 2. М., 1952 г, с. 225] уровень психического развития ребенка определяется его воспитанием и обучением: "Правильно организованное обучение ребенка ведет за собой детское умственное развитие, вызывает к жизни целый ряд таких процессов развития, которые вне обучения вообще сделались бы невозможными". Под его руководством было экспериментально доказано, что даже маленькие дети (4-5 лет) в результате обучения весьма быстро приобретают навыки логического мышления, в частности, умение классифицировать и аргументированно обосновывать свои выводы.

Трудности, возникающие при изучении систематического курса математики, заключаются в неподготовленности учеников к доказательствам. Учеников пугает само слово "докажи" и они уже изначально настраиваются на то, что эта задача им не по силам. Исследования психологов школы Выготского позволяют утверждать, что подготовку можно и нужно начинать уже в начальной школе, формулируя задачи на сложение, умножение, деление сначала с использованием слов "проверь", "убедись", "сравни", а затем и слова "докажи". Тогда ученики на уроках геометрии не будут пугаться задач на доказательства. Подготовку к сложному доказательству целесообразно начинать заблаговременно, сначала показать в решении задачи или доказательстве теоремы элементы "трудного" доказательства. Когда же придет время изучения этого доказательства трудностей не возникнет.

В психологии вообще развитие заключается в появлении новообразований во всех сферах психики (ума, воли, чувств) учащегося, причем каждое новообразование является органическим слиянием всех этих сфер и продвигает личность в целом.

Мышление осуществляется на основе прошлых знаний. Во время мышления осуществляется актуализация или приближение знаний. Под актуализацией знаний понимают ситуацию, при которой для решения задачи человек привлекает знания из своего прошлого опыта, т.е. новые знания, чтобы быть усвоенными, должны вступить в связь с уже имеющимися и как-то ассоциироваться с ними.

Выделяются три уровня актуализации ранее полученных знаний [5]. На первом уровне в процессе обучения преобладает деятельность учителя, который сам напоминает учащимся те знания, которые должны быть актуализированы при выполнении заданий или изучении новых понятий. На втором этапе учащиеся работают репродуктивно, актуализируя те знания и умения, которые способствуют усвоению новых знаний и умений. Третий уровень характеризуется тем, что учащиеся актуализируют ранее полученные знания и умения с помощью проблемных ситуаций создаваемых учителем.

Обобщения в виде знаний, умений, навыков сформировавшихся ранее, могут определить направление анализа задания, а анализ, в свою очередь, приводит к формированию новых обобщений. В мышлении это два звена одного процесса.

В процессе мышления создаются внутренние условия для его развития, продукты мышления включаются сами как предпосылки его дальнейшего хода. В процессе взаимодействия субъекта с объектом формируются и развиваются все структуры мышления, создается его направленность. Направленность мышления создается анализом.

В процессе обучения должны использоваться фундаментальные закономерности мышления, в совокупности оптимизирующие познавательный процесс [35]:

1. Закон единства и борьбы противоположности.
2. Перемежающееся противопоставление контрастных раздражителей (И.П. Павлов).
3. Принципы обратных связей, системности и цикличности процессов (П.К. Анохин), обратимости операций (Ж. Пиаже).
4. Кибернетический аспект: оперирование более длинными последовательностями символов.

Поскольку главным источником развития личности является потребность, то для развития у человека тех или иных умений и навыков необ-

ходимо систематическое преодоление трудностей. Потребность активизирует организм на приобретение знаний и способов действий для преодоления возникших проблем. Познавательная потребность определяет интеллектуальную активность, которая помогает человеку в приобретении новых знаний.

Процесс обучения должен быть организован так, чтобы знания сводились в некоторые законченные системные единицы, представляющие собой логически завершенную конструкцию, состоящую из большой группы взаимосвязанных понятий, отношений, операций (преобразований, задач, теорем и т.п.). Внутри такой системной единицы должны существовать циклические связи, обеспечивающие произвольный самоконтроль и побуждающие к обобщению изучаемого.

Как отмечает академик Г.С. Поспелов [27]: "сейчас известны по меньшей мере четыре вида моделей и соответственно языков представления знаний: языки (модели) семантических сетей, системы фреймов, логические языки (модели) и продукционные системы".

Эффективнее и продуктивнее обучение будет в том случае, если в мышлении человека будут присутствовать все эти виды представления знаний. Однако в школьных учебниках математики активно используется лишь третий вид представления знаний.

Усиление опытной и эмпирической части в приобретении математических знаний означает увеличение как первого, так и второго пути представления знаний. Представление знаний посредством фреймов является довольно новым в обучении математике. Фрейм (перевод с англ. – рама) означает консолидацию разнородной информации, имеющей центром то или иное реальное явление, действие, событие, ситуацию, воспринятую психикой в ограниченном пространстве и времени. Как отмечает Б.П. Эрдниев [48], фрейм – это структурированная информация.

Для эффективности фрейма необходимо как можно больше использовать различные виды информации первосигнальной природы (ощущения, наблюдения, опыты).

Основным свойством фрейма является то, что информация, поступившая первоначально, должна постоянно актуализироваться в мышлении (подсознании), обновляться и обогащаться. Использование укрупненного блока информации (УДЕ П.М. Эрдниева, "метод сечений" Н.М. Рогановского, Е.Н. Рогановской) является одним из примеров целенаправленного образования фрейма, которое начинается задолго до активного использования полученной информации. Поэтому целесооб-



разно создание двуединых фреймов, позволяющих совершать в мышлении аналогии, сравнения, гипотезы, предположения и переходы, например создание фреймов "окружность – сфера", "треугольник – тетраэдр". Как видно здесь присутствует интегрирование планиметрического и стереометрического материала, двухколоночное изложение которого способствует наибольшей интеграции материала.

Четвертый вид представления знаний также способствует развитию мыслительных способностей учащихся. Появление новых знаний стимулирует проблемная ситуация, обнаружение противоречия имеющихся у ученика знаний, их неполнота. Также новые знания ученик может продуцировать сам, опираясь на полученные ранее, что способствует саморазвитию интеллекта школьника.

По мнению А.М. Матюшкина [22] проблемная ситуация в процессе обучения, кроме актуализации ранее полученных знаний может выполнять следующие функции:

- выступать в качестве начального звена процесса усвоения;
- обеспечивать основные условия процесса усвоения;
- выступать в качестве основного средства контроля за процессом усвоения – в качестве средства выявления уровня развития и результатов обучения и тренировки.

Продуктивное мышление нередко отождествляется с логическим мышлением или противопоставляется ему, что не является правомерным. К компонентам продуктивного мышления можно отнести:

- глубину – степень проникновения в суть материала;
- гибкость – степень изменчивости процесса поиска решения;
- устойчивость – ориентацию на ранее известные и вновь открытые способы действий;
- осознанность – соотношение интуитивных и логических сторон мыслительной деятельности;
- самостоятельность – степень оказания посторонней помощи;
- экономичность – краткость пути к рациональному решению задачи.

Продуктивное мышление направлено на открытие новых знаний с помощью творческого подхода разрешения возникающих проблем и опору на уже известное.

Развитие продуктивного мышления ведет к умственному развитию, повышению уровня познавательной активности, умений обнаруживать новое, тем самым происходит развитие всех качеств личности.

Пропедевтика любого понятия всегда направлена на перспективу, т.е. на достижение таких показателей, наличие которых будет способ-

ствовать сознательному и активному усвоению школьниками знаний, умений и навыков, связанных с изучением данного понятия.

В современном понимании понятие пропедевтики смыкается с понятием концентрического изложения материала. Данные эксперимента проведенного П.М. Эрдниевым показали преимущества системы, когда материал располагается в виде разворачивающейся ввысь спирали, причем каждый виток спирали образует некоторую внутренне целостную единицу и изучается в одном классе, во взаимопревращении родственных понятий друг в друга внутри каждого цикла. Таким образом отражается философская идея о спиральном развитии. При спиральном расположении материала возникают связи знаний как бы в двух направлениях: горизонтальном (квадратное уравнение, квадратичная функция, квадратичное неравенство) и вертикальном (линейные и квадратные уравнения). Более важными должны быть горизонтальные связи между однопорядковыми элементами структуры. Другая идея состоит в применении в преподавании ассоциаций по контрасту, метода противопоставления.

Также с пропедевтикой тесно связано еще одно положение, вытекающее из закона соответствия процесса развития знаний и мышления у ребенка и исторического процесса рождения и становления знаний: процесс формирования и развития понятий о математических структурах в основном должен в сжатом, сокращенном виде воспроизводить действительный исторический процесс рождения и становления этих понятий.

Это положение выдвигается многими математиками и называется генетическим методом, или принципом историзма. Лучший способ вести умственное развитие учащегося – заставить пройти его умственное развитие человеческого рода, пройти, естественно, его большие линии, а не тысячи мелких ошибок.

Нарушение этого положения может привести к трудностям в преподавании математики, к непониманию материала. Так, если предлагать ученикам новые математические понятия в их законченной и наиболее развитой форме, к которой наука пришла в процессе длительного исторического и логического развития, то в этом случае учащиеся лишены возможности наблюдать развитие понятий, процесс их становления и развития, становится непонятным, для чего их изучают и откуда они взялись.

Таким образом, чем раньше мы начинаем изучать то или иное понятие без особых углублений в теорию этого понятия, тем легче будет в

дальнейшем изучение этого понятия с соответствующими теоретическими обоснованиями.

Д.А. Антонов [4, с. 4-5] в качестве основных трудностей, возникающих в процессе формирования понятий, выделяет следующие:

1) трудности объективного характера, которые возникают, когда понятие высоко абстрактно, сложна его структура и т.п.;

2) трудности субъективного характера – когда учащийся не имеет предварительной специальной подготовки для осмысленного восприятия понятия.

Вторые из этих трудностей можно охарактеризовать двумя особенностями:

1) психологического характера, когда учащемуся предлагается такой материал, для усвоения которого он не подготовлен, в его сознании в ходе предшествующего обучения не заложены основные идеи изучаемого материала, т.е. у школьника отсутствует соответствующая интуиция;

2) методического характера – новизна, изолированность понятия от других разделов школьного курса, когда в учебном курсе нет достаточного материала для предварительного развития представлений и опыта школьника.

Цели пропедевтики реализуются на следующих основных уровнях: наглядно-ситуативный, начально-формалистический, формально-логический.

*Наглядно-ситуативный* уровень обучения – уровень обучения учащихся, при котором часто используются жизненный опыт, полученные ранее знания, знакомые ситуации, которые подвергаются математическому изучению.

*Начально-формалистический* уровень обучения – уровень обучения математике, при котором происходит первичное изучение явлений и процессов.

*Формально-логический* уровень обучения является необходимым условием сознательного изучения теоретических вопросов.

Упражнения пропедевтической системы должны быть тесно связаны с упражнениями основной системы. Рассматривая какой-либо вопрос, где осуществляется пропедевтика, всю систему упражнений можно представить в следующей последовательности: все упражнения основной системы или какая-то их часть; подготавливающие упражнения из пропедевтической системы; упражнения, вводящие какое-либо понятие на пропедевтическом уровне; упражнения, показывающие целесообразность введения этого понятия.

**Задание 1.** Проанализируйте учебники математики для V и VI классов и определите тот материал, который изучается на пропедевтическом уровне.

**Задание 2.** Разработать фрагмент урока на тему "Площади геометрических фигур и теорема Пифагора" в VII классе с элементами пропедевтики.

## 1.2. Виды, формы и функции пропедевтики

Пропедевтика имеет свои виды, формы, частоту.

При обучении математике можно выделить следующие виды пропедевтики: перспективно-опережающее обучение, точечная пропедевтика, эпизодическая пропедевтика.

*Точечная пропедевтика* – это изучение некоторого математического материала или понятия на пропедевтическом уровне на отдельно взятом уроке до основного изучения этого материала.

*Эпизодическая пропедевтика* – это изучение математического материала или понятий на протяжении ряда уроков до основного изучения этого материала.

*Перспективно-опережающее обучение* – это пропедевтическое изучение материала задолго до его изучения по плану параллельно с основным материалом. При этом тема развивается постепенно, медленно со всеми логическими переходами.

При рассмотрении вопроса пропедевтики можно выделить различную степень удаленности во времени пропедевтического материала от момента его первичного изучения. Пропедевтика бывает ближней, средней и дальней.

*Ближняя пропедевтика* осуществляется в рамках одной учебной темы и ведет к сближению межпонятийных и внутритемных связей.

*Средняя пропедевтика* – это пропедевтика математического материала, в рамках одного курса (либо курса алгебры, либо курса геометрии). При средней пропедевтике наблюдается сближение как межпонятийных связей, так и межтемных связей в рамках одного курса.

Таким образом и ближняя и средняя пропедевтика ведут к внутрипредметной интеграции.

*Дальняя пропедевтика* осуществляется между целостными, содержательно связанными между собой курсами (алгебры и геометрии) в

рамках одного предмета. При этом дальняя пропедевтика ведет к межпредметной интеграции.

При осуществлении пропедевтического обучения необходимо учитывать количество включений материала, изучаемого на пропедевтическом уровне.

При осуществлении пропедевтического обучения необходимо учитывать количество включений материала, изучаемого на пропедевтическом уровне.

*Оптимальная частота пропедевтического включения материала* – такое число включений пропедевтического материала по данному вопросу, при котором достигается максимальный результат.

Продедевтическое изучение математического материала в процессе обучения предполагает использование различных *форм пропедевтики*, к которым можно отнести:

- изложение материала с элементами пропедевтики;
- самостоятельная пропедевтическая работа над теоретическим материалом;
- решение задач, которые опираются на материал будущего изучения;
- решение задач, являющихся элементами доказательств теорем, которые предстоит рассматривать позднее;
- опытное наблюдение фактов, которые позже будут изучаться на теоретическом уровне.

Причем эти формы работы могут применяться не только на уроках, но и на внеклассных занятиях или при выполнении домашних заданий.

Закономерность опережающего включения материала в учебный процесс такова, что по мере увеличения длины опережения возрастает количество возможных включений материала опережающим способом. Надо иметь в виду и обратную закономерность опережения – по мере удаления материала во времени он все более удаётся в содержательном плане, ослабляются его логические связи с изучаемым материалом.

Можно выделить несколько ступеней пропедевтики в обучении математике: неявную и явную. *Неявная пропедевтика* заключается в том, что при изучении основного математического материала используются задания пропедевтического характера, на которые не акцентируется внимания и чаще всего эти задания выполняются по аналогии. *Явная пропедевтика* заключается в том, что при изучении математического материала уделяется особое внимание пропедевтической информации, а также разъясняется необходимость ее изучения.

Пропедевтическое обучение выполняет *обучающую функцию*. Оно направлено на сближение материала смежных дисциплин или разных различных тем одной дисциплины, благодаря установившимся внутри-предметным или межпредметным интеграционным связям, способствует более качественному усвоению материала. Оно направлено на лучшее усвоение изучаемого в данный момент материала, поскольку материал вводится в сопоставительных целях и, таким образом, оттеняет свойство изучаемого объекта, служит различению этих свойств, что ведет к интеграции математического материала. Опережение способствует также лучшему осмыслению изучаемого материала, то есть осуществляется подготовка учащихся к восприятию будущего материала.

Пропедевтика выполняет *развивающую функцию*. Сравнение, сопоставление, опережение общих и отличительных черт – все это не только способствует лучшему усвоению знаний, но и, приводя мыслительную деятельность учащихся в состояние внутреннего напряжения, развивает их различные познавательные способности.

Пропедевтика обладает *мотивационно-побудительной функцией*, поскольку новый материал, направленный на перспективу, при сближении со старым побуждает к деятельности. Познавательный интерес возникает при этом из нестандартности, необычности действий учащихся.

При осуществлении пропедевтики того или иного математического материала большая роль должна придаваться наглядности. Так изучению теоремы Пифагора предшествует пропедевтическая работа, которая [16, с. 4-10] сопряжена с большим количеством геометрических задач на нахождение площадей комбинаций геометрических фигур. Без чертежа, который является простейшим средством наглядности, при решении этих задач не обойтись.

**З а д а н и е 3.** Разработать задания для осуществления разных видов пропедевтики по теме "Квадратный корень".

**З а д а н и е 4.** Разработать фрагменты уроков с элементами пропедевтики всех видов по теме "Теорема Пифагора" VIII класса.

**З а д а н и е 5.** Разработать наглядный материал, которым целесообразно воспользоваться при изучении темы "Теорема Пифагора" в VIII классе.

### **1.3. Витagenный опыт как основа пропедевтики**

Идея опоры на жизненный опыт школьников в учебно-воспитательном процессе получила развитие в теориях и концепциях следующих

направлений: личностно ориентированное обучение (Д.А. Белухин, Э.Ф. Зеер, И.С. Якиманская), педагогика сотрудничества (Ш.А. Амонашвили), теория эвристического обучения (А.В. Хуторской), индивидуализация и дифференциация обучения (И.Э. Унт), теория проблемного обучения (И.Я. Лернер, М.И. Махмутов, М.М. Скаткин), концепция оптимизации и интенсификации учебно-воспитательного процесса (Ю.К. Бабанский), теория развивающего обучения (В.В. Давыдов, Л.В. Занков), технология педагогических мастерских (А.А. Окунев), технология коллективного способа обучения (В.К. Дьяченко), теория решения изобретательских задач (А.Г. Альтшуллер). В указанных концепциях и теориях обучения жизненный опыт школьников используется для иллюстрации изучаемого материала, для создания проблемной ситуации и поиска путей для ее разрешения, для корректировки имеющихся представлений и понятий, но не как основа организации учебно-воспитательного процесса.

Опора на витагенный опыт учащихся – один из возможных путей ее решения. Поэтому мы говорим о необходимости изучения витагенного опыта школьников, определения уровня их информированности в предмете, выбора модели обучения и экспериментальной проверки влияния технологий витагенного обучения на развитие познавательного интереса.

Под жизненным опытом необходимо понимать витагенную информацию, ставшую достоянием личности, отложенную в резервах долговременной памяти и находящуюся в состоянии постоянной готовности к актуализации в адекватных ситуациях. Это своеобразный сплав мыслей, знаний, эмоций, поступков, прожитых индивидом и имеющих для него определенную (чаще всего весьма значимую) ценность. Эта информация связана с памятью разума, чувств, поведения, т.е. это то, что прожито человеком.

Выделяются пять основополагающих компонентов накопленного учащимися опыта: характер витагенной информации учащихся в знаниях естественно-научного цикла, их отношение к природе, уровень развития интереса к природе и изучаемому предмету, сформированность надпредметных умений и навыков, образовательный статус учащихся. Выделение подобных компонентов обусловлено рядом положений:

- 1) уровень витагенной информированности школьников зависит от их социо-культурного окружения, образовательного уровня семьи;
- 2) витагенный опыт складывается из опыта действий, опыта чувств, опыта умственных операций и т.п., интенсивность которых зависит от

уровня развития познавательного интереса школьников, выступающих в роли субъектов того или иного вида деятельности;

3) познавательный интерес, являясь главнейшим мотивом учения, способствует формированию не только учебного опыта, но и витагенного, основой которого является витагенная информация;

4) витагенная информация, выступая как совокупность знаний, чувств, поступков, отражает мироощущение личности на определенных стадиях ее развития. Таким образом, характер витагенной информации является показателем определенного уровня развития витагенной информированности школьников;

5) характер витагенной информации определяется отношением индивида к тому или иному предмету (в нашем случае – к математике), т.е. витагенная информированность в том или ином предмете напрямую зависит от субъективного отношения индивида к нему;

6) сформированность надпредметных умений и навыков при характеристике различных групп учащихся по уровню витагенной информированности представляется нам значимой, т.к. показать свою информированность в полном объеме смогут учащиеся, способные выделять главное, группировать, классифицировать объекты, самостоятельно находить информацию и т.д.;

7) высокий образовательный статус учащегося является, с одной стороны, следствием определенного уровня витагенной информированности, а с другой – предопределяет рост информированности, т.к. ученики с высокой степенью обучаемости более успешно приобретают и учебный, и жизненный опыт и эффективнее его используют в адекватных ситуациях.

При обучении математике выделены три уровня витагенной информированности школьников в математических предметах, которые в целом можно охарактеризовать следующим образом:

1) низкий уровень витагенной информированности – это элементарные житейские знания с низким образовательным потенциалом;

2) средний уровень – это элементарно-эмпирические знания с достаточным образовательным потенциалом;

3) высокий уровень – элементарно-научные знания, обладающие высоким образовательным потенциалом для дальнейшего развития как самого носителя знания, так и для окружающих.

В процессе обучения математике у учащихся витагенный опыт может возрасти. Выделим факторы, способствующие переходу учащихся с низкого уровня на более высокий:



- 1) знание учителем уровня витагенной информированности учащихся;
- 2) субъект-субъектная основа организации образовательного процесса;
- 3) развитие познавательного интереса;
- 4) осознание ребенком своего незнания;
- 5) формирование ценностного отношения к знанию;
- 6) умение актуализировать витагенный опыт в адекватных ситуациях;
- 7) формирование умения взаимодействовать со всеми субъектами учебного процесса;
- 8) умение соотносить витагенную и научную информацию;
- 9) умение преодолевать когнитивный диссонанс;
- 10) современная и грамотная корректировка математических и житейских представлений учащихся;
- 11) создание ситуации успеха для каждого ученика.

Для успешной актуализации витагенного опыта школьников при обучении математике необходимо выполнять следующие условия:

- 1) снять психологический барьер, дать детям возможность почувствовать свою защищенность;
- 2) дать возможность высказаться каждому ученику;
- 3) обсудить правила общения в классе (быть откровенным, говорить по очереди, не перебивать, не высмеивать других и т.д.);
- 4) оставлять достаточно времени в конце урока, чтобы обсудить проделанную работу и отметить наиболее содержательные высказывания;
- 5) на первых уроках применять работу в парах, так как детям поначалу легче говорить друг с другом;
- 6) в конце урока, занятия поблагодарить и похвалить детей за их работу;
- 7) давать возможность высказываться до конца всем учащимся, в том числе и тем, чей витагенный опыт не является в достаточной степени научным;
- 8) необходимо предлагать упражнения, при выполнении которых ученики способны почувствовать ценность своего витагенного опыта;
- 9) быть искренним и принимать детей такими, какие они есть;
- 10) поддерживать стремление учащихся расширить свое информационное поле, витагенный опыт;

- 1) научить детей взаимодействовать таким образом, чтобы они умели ценить мнение других и при необходимости корректировать свою точку зрения;
- 2) создавать ситуации успеха для каждого ученика.

Однако при реализации на практике этих положений может возникнуть ряд осложнений. Чтобы такого не случилось, укажем ряд действий, которые не следует делать:

- 1) ожидать, что дети сразу поймут необходимость актуализации витагенного опыта и его ценность;
- 2) ожидать, что дети смогут самостоятельно установить взаимосвязи между витагенным опытом и новыми теоретическим знаниями;
- 3) разрешать ученикам отнимать время у класса рассказами, не относящимися к теме урока;
- 4) насильно заставлять детей включаться в работу, если они боятся или не готовы к этому;
- 5) подчеркивать информационное превосходство учителя или отдельных учеников.

**Задание 6.** Проанализировать учебники математики I и IV класса и определить основные понятия, которые составляют витагенную информацию учеников V класса.

**Задание 7.** Разработать группу заданий, с помощью которой можно определить уровень витагенной информированности ученика.

**Задание 8.** Для трех учеников выбранного класса определить уровень их витагенной информированности.

## **§ 2. РОЛЬ ПРОПЕДЕВТИКИ В ИНТЕГРАЦИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**

### **2.1. Различные подходы к интеграции школьного курса математики**

В последнее время в связи с реформой школьного образования остро встала проблема интегрированного подхода к математическому образованию. Эта проблема достаточно трудная. В Беларуси делаются определенные попытки для ее решения (И.А. Новик, А.М. Радьков, Е.Н. Рогановская, Н.М. Рогановский, Г.Н. Солтан и др.). На наш

взгляд успешное решение проблемы интеграции возможно лишь на базе эффективной пропедевтики.

В начальной школе и в V-VI классах весь курс математики носит пропедевтический характер и вопросы интеграции математических разделов на этом уровне так или иначе решались. Для средней школы вопрос интеграции в единстве с пропедевтикой новый и в методической литературе освещен слабо.

Генетически проблема интегративности в математике берет начало во времена Древней Греции, когда из совокупности имеющихся математических знаний зародились и стали самостоятельно развиваться арифметика и геометрия. Параллельно с обособлением и самостоятельным развитием отраслей математики динамически развивалась и проблема сохранения целостности математического знания. Касалась эта проблема как непосредственно математики, так и методов ее преподавания.

Решать проблему интеграции пытались путем построения здания математики на некоем едином основании. Первоначально у греков таким основанием была арифметика. Однако с конца VI – начала V века во многом благодаря достижениям пифагорейской школы, соотношение между арифметикой и геометрией стало меняться в пользу геометрии. Основанием математики, а значит и основой ее интеграции, стала геометрия.

Особое значение геометрии придавало то обстоятельство, что подавляющее большинство математических результатов облекались в геометрическую форму. Это происходило потому, что ученые стремились достичь максимально возможной общности получаемых результатов. Таковую общность обеспечивала именно геометрия.

Начиная с Лейбница и Ньютона, математика включила в себя новое действие – переход к пределу, что привело к необходимости перестройки математики на базе понятия предела. В основном эта перестройка была завершена работами О. Коши и К. Вейерштрасса.

В начале XX столетия вновь была произведена перестройка основания всей математики на базе теории множеств. Такая работа проводилась группой французских ученых под псевдонимом "Бурбаки". На этой концепции была построена реформа школьного математического образования, руководителем которой был академик А.Н. Колмогоров, в 60 – 80-е гг. XX в.

В педагогике "интеграция" как научное понятие появилась в первой половине 80-х годов XIX века во время бурных интегративных

процессов в экономической, политической, культурной и других сферах жизни общества.

История интеграции в образовании XX века разделяется на три этапа [14]:

- рубеж веков – 20-е гг. – проблемно-комплексное обучение на межпредметной основе (трудова́я школа);
- 50 – 70-е гг. – разработка межпредметных связей при автономном существовании различных учебных курсов;
- 80 – 90-е гг. – собственно интеграция, приводящая к объединению некоторых курсов; при этом основания интеграции существенно отличаются от тех, которые были приняты на первом этапе.

Первые практические попытки создания системы образования на проблемно-комплексном, интегративном основании были сделаны в начале XX века в США Дж. Дьюи и в 20-е гг. в СССР С.Т. Шацким, М.М. Рубинштейном и др.

Как показывает опыт зарубежных стран (Англии, Венгрии, Германии, Польши, США, и др.), одним из важных путей усовершенствования системы образования является интеграция родственных учебных предметов. Изучению этой проблемы посвящены работы А. Барбариги, Ч. Джэймса, Д. Уорвика (Англия), И. Вальчини (Польша), Х. Дизеля (Германия), А.А. Беллака, Ч. Келлера, (США) и других исследователей.

На интеграцию учебных предметов как средство решения проблем образования указывают и педагоги советской школы. Проблемам интеграции знания, изучению интеграции как общенаучного и педагогического понятия, выявлению ее механизмов, уровней, компонентов, средств, наиболее существенных характеристик и функций в системах разной природы, посвящено большое число работ (В.Н. Акуликин, Н.С. Антонов, В.С. Безрукова, М.Н. Берулава, Б.М. Кедров и др.).

В определенной мере освещены различные стороны интеграции в учебном процессе: сущность интеграции (С.И. Архангельский, М.Н. Берулава, С.В. Васильева, М.Н. Гаранович, И.П. Яковлев); формы и виды интеграции, пути ее реализации (И.П. Агибалов, С.Д. Ахапкин, Г.И. Батурина, О.С. Гребенюк, П.С. Лернер, А.А. Пинский, Л.В. Тарасов и др.); интегративные связи в программах средней общеобразовательной школы (Г.Ф. Федорец).

*Интеграция* (лат. *integratio* – восстановление, восполнение) – процесс связывания отдельных дифференцированных частей, элементов в целое.

Сущность интеграции – взаимное проникновение элементов одного объекта в структуру другого, в результате чего мы получаем не

сложение качеств двух объектов, а совершенно новый объект со своими новыми качествами.

Интеграция в педагогической науке определяется расширением социальных функций школы в современных условиях, необходимостью создания целостного учебно-воспитательного процесса и т.п.

Философская литература определяет интеграцию как усиление взаимосвязей, объединение элементов в единое целое (Н.С. Асимов, Н.Р. Ставская, П.Н. Федосеев, М.Г. Чепиков и др.). Опираясь на анализ интегративных процессов, происходящих в философии и естествознании, можно отметить, что интеграция – это глубокий процесс внутреннего взаимодействия, взаимопроникновения научных знаний, представляющих учебные предметы. Практика подтверждает, что при осуществлении интеграции изменяются предмет, структура соединяемых учебных дисциплин, расширяются их задачи. Становятся на высший уровень их понятийно-категориальный аппарат и методологический инструментарий. Только тогда может быть обеспечена целостность научных знаний.

Как отмечают психологи, мышление осуществляется путем вычленения тех или иных явлений, фактов (анализ), установления связей между ними (синтез), перехода от частных, единичных связей к общим, законченным (обобщение). Анализ, синтез, обобщение – это своеобразные "ферменты", которые перерабатывают материал внешних воздействий, впечатлений, накопленных ранее знаний. Они дают "возможность мысленно восстанавливать неизвестное звено проблемной ситуации, т.е. то, что дано нам непосредственно. Ответ на поставленный в задаче вопрос, познание объекта есть в конечном счете восполнение этого недостающего звена" [36]. Мышление, говоря словами И. П. Павлова, – сложная динамическая система процессов, сущность которой – единство анализа и синтеза, связывание и расчленение целого. Поэтому с психологической точки зрения интеграция различных частей учебного материала сближает эти части в восприятии учащихся, поэтому обработка информации происходит быстрее, а, значит, она становится удобной для оперирования как в оперативной, так и в долговременной памяти.

В учебном процессе понятие интеграции различными исследователями трактуется по-разному: С.И. Архангельский обращает внимание на взаимосвязанность содержания, методов и видов обучения; Г.И. Батурина понимает под интеграцией создание целостного учебно-воспитательного процесса и научно-обоснованной системы целенаправленного управления процессом формирования личности; И.Д. Зверев за

основополагающий признак интеграции принимает целостность системы обучения; Е.Н. Рогановская понимает под интеграцией систематизацию учебного материала, обеспечивающую повышение системных качеств его изложения, В.Р. Ильченко интеграцию понимает как выявление единых теоретических основ естествознания, которые составляют основания естественнонаучного миропонимания школьников; Г.Ф. Федорец видит интеграцию в разнообразных связях и зависимостях между структурными компонентами педагогической системы.

Согласно с исследованиями О.В. Сюткиной [37], на практике можно выделить 2 типа общих тенденций реализации интегративных процессов:

1) обновление содержания современного школьного образования путем включения в учебный план интегрированных курсов;

2) синтезирование интеграционного пространства обучения через включение одной предметной области в другие.

По нашему мнению интеграционные подходы в организации содержания обучения необходимы на каждом уровне, и для каждого уровня должны существовать механизмы интеграции, которые бы обеспечивали целенаправленное взаимодействие между различными областями знаний, сознательно регулировали бы сам процесс их взаимодействия. Однако в педагогических исследованиях механизмы интеграции изучены еще недостаточно. На основе анализа историко-генетического, методологического, гносеологического, логического, психологического и других аспектов интеграции научных знаний В.В. Мошук [24, с. 9] к основным механизмам взаимодействия наук относит следующие: сведение общих явлений к конкретным; движение от сущности первого порядка к более высокому порядку; использование методов познания одной науки в другой; приближение к единому информационно-интегративному уровню; взаимоотражение наук (обеспечение "обратной связи").

На наш взгляд те исследования, в которых анализируются интегративные процессы в различных областях научного знания, свидетельствуют о том, что важным фактором в обеспечении интеграции учебных предметов является также применение обратной связи. В учебных предметах взаимоотражение научных знаний обеспечивается благодаря межпредметным связям.

Следует отметить, что в основе интегративных механизмов могут лежать разнообразные факторы, вследствие чего существует много видов, типов и направлений интеграции. Действие механизмов предполагает совокупность определенных условий, которые зависят от харак-

связи и взаимодействия между различными областями знания

К выявлению условий интеграции в педагогических исследованиях подходят неоднозначно, в решении данного вопроса пока еще нет единого мнения. Определенные шаги в выявлении и классификации дидактических условий интеграции сделали С.И. Архангельский, А.А. Пинский, В.Г. Разумовский, Л.В. Тарасов, В.В. Усанов, И.П. Яковлев и др. Так, А.А. Пинский, В.В. Усанов считают, что успешность интеграции учебных предметов зависит от выполнения следующих условий:

- 1) объекты исследования должны быть достаточно близкими;
- 2) методы исследования интегрируемых учебных предметов должны совпадать или быть близкими;
- 3) интегрируемые учебные предметы строятся на общих закономерностях, общих теоретических концепциях.

Однако такое определение условий интеграции слишком обобщенно, поэтому требует дополнения и конкретизации. Мы считаем, что эти условия дают предпосылки для реализации идей интеграции, но не являются определяющими в обеспечении интегративного процесса. На основе межпредметных и внутрипредметных связей, а также интегративных тенденций в средней школе можно выделить дидактические условия интеграции:

- 1) наличие общих целей и задач обучения;
- 2) осуществление общих принципов и методов обучения;
- 3) наличие общих объектов для усвоения;
- 4) использование единых понятий и терминов;
- 5) обеспечение единой логики усвоения учебной информации.

Интеграционные подходы в учебном процессе проявляются либо в форме стихийной, либо в форме управляемой интеграции [4]. В первом случае ученик сам, без помощи учителя или каких-либо средств обучения, при изучении данной дисциплины (например, решении задачи) применяет знания из другой дисциплины. Основным дидактическим средством осуществления управляемой интеграции служат учебно-методические комплексы (учебники, учебно-дидактические материалы), разработанные на интегративной основе.

При этом выделяют следующие формы интеграции [31]:

– полное слияние отдельных учебных предметов (полная межпредметная интеграция);

– при сохранении отдельных учебных курсов проводится слияние их отдельных тем, которые в интегрированном виде, без дублирования

излагаются в одном из этих курсов (частичная межпредметная интеграция);

– слияние отдельных тем внутри одного предмета (внутрипредметная интеграция I вида);

– при сохранении самостоятельности некоторых тем внутри одного курса устраняется их изолированность, обеспечивается их сближение, усиливается "наложение" одних тем на последующие, их взаимопроникновение (внутрипредметная интеграция II вида).

При интегрированном обучении выделяют следующие виды изложения материала:

- дробное изложение учебного материала: учебный материал разбивается на большое число блоков; каждый блок содержит небольшую порцию информации; блоки зачастую имеют разрозненный, автономный характер; их последовательность большей частью бывает нелогичной [39];
- крупноблочное изложение учебного материала: учебный материал группируется в меньшее количество блоков; каждый блок объединяет в себе укрупненную порцию информации; укрупнение информации осуществляется не простым механическим соединением ее частей, а применяются специальные приемы, позволяющие представить информацию в более компактном, уплотненном и удобообозримом виде [29, с. 12];
- укрупненная дидактическая единица – это клеточка учебного процесса, состоящая из логически различных элементов, обладающих в тоже время информационной общностью; укрупненная дидактическая единица обладает качествами системности и целостности, устойчивостью к сохранению во времени и быстрым проявлением в памяти [50].

Практика экспериментальной работы подтверждает, что для обеспечения интеграции учебных предметов приемлемы следующие пути: комплексный подход к решению проблем обучения, отбор учебного материала с применением экспертных оценок, логическое структурирование учебного материала, подбор адекватных принципов и методов обучения, обеспечение межпредметных и внутрипредметных связей, пропедевтическое изучение математического материала.

Как показали исследования важную роль в интеграции математических дисциплин играют межпредметные и внутрипредметные связи. Как свидетельствуют работы Г.И. Батуриной, И.Д. Зверева, В.Н. Максимовой, Л.В. Савельевой, В.Н. Федоровой, и других авторов, межпред-



математические связи разрешают противоречия, существующие в многопредметной системе преподавания между разрозненными знаниями в отдельных предметах и необходимостью их сближения.

На наш взгляд в практической деятельности реализация межпредметных связей не всегда идет надлежащим образом: часто проявляется некоторое разногласие в определении научных понятий и терминов, которые формируются при изучении родственных учебных предметов.

При пропедевтическом изучении математического материала наблюдается интеграция различных разделов математики как внутрипредметная, так и межпредметная, кроме того наблюдается как горизонтальная так и вертикальная интеграция внутри одного предмета.

Опираясь на исследования В.А. Далингера [12, с. 8-9]), укажем средства реализации интеграции:

- Проведение в курсе единой научной концепции, последовательно развиваемой при изучении различных вопросов, начиная с первичного (пропедевтического) изучения материала.

При наличии этой концепции содержание понятий курса математики средней школы будут вводиться, исходя из одинаковых посылок, тем самым будет обеспечиваться преемственность в изучении учебного материала. Единая научная концепция должна быть основой и системы упражнений, для того чтобы у учащихся вырабатывался общий способ действий, и ориентации в математическом материале.

- Создание языка, отражающего структуру взаимосвязей между понятиями.

При этом при реализации внутрипредметных связей необходимо соблюдать требование: синтаксис языка не должен закрывать его семантику. Язык как средство реализации внутрипредметных связей должен создавать благоприятные условия для единообразной трактовки понятий. Но при этом язык должен служить не только целям описания объектов, но и позволять работать с объектами, то есть формирование понятий на том или ином языке не должно идти вне сферы их применения. Полнота внутрипредметных связей, реализуемых посредством языка, зависит от степени согласованности системы понятий и системы символов и обозначений

- Выделение в курсе ведущих понятий, способствующих упорядочению всей понятийной структуры курса.

Ведущими понятиями считаются те, которые формируют у учащихся диалектико-материалистическое мировоззрение, значительно чаще других понятий служат средством изучения различных вопросов мате-

матики, активно работают на протяжении большого промежутка времени, способствуют наиболее полной реализации внутриспредметных связей, имеют прикладную направленность. Знание этих ведущих понятий становится основой усвоения учащимися других понятий.

- Определение на основе выделенных ведущих понятий содержательно-методических линий курса.

Эти линии должны обеспечивать курсу необходимую систематичность и последовательность, они должны явиться важнейшим условием обеспечения преемственности всего материала школьного курса математики, причем, установление связей между понятиями не должно быть надуманным и не должно идти в ущерб процессу формирования понятий.

- Определение наиболее эффективной последовательности изучения понятий, тем, разделов курса на основе связей, которые должны быть установлены между отдельными элементами знаний.

Эти связи и будут лежать в основе логической структуры учебного материала.

- Создание таких средств наглядности, которые бы способствовали реализации внутриспредметных связей.

Однако средства наглядности позволяют обогатить учащихся лишь необходимыми представлениями (узкая трактовка роли средств наглядности). Учитель, используя на уроке средства наглядности, имеет возможность так организовать мыслительную деятельность учащихся, чтобы происходило соотнесение чувственно воспринятого ими с предшествующими знаниями. В этом плане средства наглядности можно рассматривать как основу для включения восприятий и представлений в процесс умственной деятельности учащихся по изучению нового материала, то есть в конечном счете, как основу для реализации внутриспредметных связей. При этом в качестве средств наглядности можно использовать всевозможные схемы, таблицы, чертежи и т.д., а также математическую знаковую символику, которая составляет опору мышления и практических действий.

- Определение наиболее эффективных методов изложения материала.

Е.Н. Рогановская выделяет следующие приемы структуризации учебного материала, нашедшие применение в школьном курсе математики [29]:

- 1) разбивка учебного текста на части, каждая из которых обладает определенной целостностью, самостоятельностью; нумерация этих частей;

2) предыдущий прием может быть дополнен приведением плана изложения учебного материала;

3) первый прием может быть дополнен структуризацией построенной на чертеже, проводимой синхронно структуризации текста;

4) выдвижение основных понятий темы в ее начало, приведение логико-структурной схемы связей между понятиями, приведение совмещенных рисунков к целой группе понятий;

5) приемы структуризации, использующиеся при анализе текста задачи, поиске ее решения и записи решения (например, в виде таблицы с двумя колонками "утверждение", "обоснование");

6) использование логико-структурной схемы записи решения задачи или доказательства теоремы;

7) приведение общего замысла решения задачи или доказательства теоремы, четкое вычленение дополнительных построений, приведение плана рассуждений, использование логико-математической символики для записи решения задачи;

8) двухколоночная запись взаимно обратных задач и их решений;

9) использование при решении задач блок-схем, относящихся к целому классу задач.

Интегрированный курс математики по типу связей может быть следующих трех видов [30, с. 23]:

1) внутрипредметные связи сильнее межпредметных;

2) внутри- и межпредметные связи интеграционные связи по силе действия примерно равноправны;

3) внутрипредметные связи слабее межпредметных.

Как отмечает Рогановская Е.Н. приоритет в систематическом курсе математики остается за внутрипредметными связями, поскольку интегрируемые элементы внутри одного предмета наиболее близки друг другу; более низкую степень интеграции имеют связи между алгеброй и геометрией; а самая низкая степень интеграции между математикой и другими дисциплинами, поскольку при таком интегрировании возникает множество отвлекающих моментов, однако совсем не рассматривать этот тип связей нельзя, поскольку они стимулируют интерес учащихся к математике.

В связи с этим выделяется четыре группы интеграционных связей в зависимости от силы действия [30, с. 23]:

1 группа: внутрипредметные интеграционные связи (связи внутри курса геометрии, курса алгебры);

2 группа: связи между геометрией, алгеброй и другими математическими дисциплинами;

3 группа: связи между математикой и некоторыми профессиональными видами деятельности, которые традиционно пользуются математическими методами (связи между математикой и физикой, математикой и астрономией, математикой и химией и т.д.);

4 группа: связи между математикой и науками, в которых математические методы еще не нашли широкого применения.

Для нашего исследования наиболее интересны первые два вида интеграционных связей.

С помощью внутрипредметной интеграции решаются, следующие задачи:

- 1) изучение понятийного аппарата курса математики средней школы;
- 2) изучение теоретического материала;
- 3) изучение системы задач;
- 4) развитие логического мышления.

Интеграционный принцип построения учебного материала является эффективным способом организации системы задач и упражнений. При решении задач, в которых используется материал нескольких тем, закрепление изучаемого материала происходит продуктивнее.

Интегративные связи по отношению к пропедевтическому и основному материалу могут быть трех видов:

- 1) связи, которые наблюдаются при изучении пропедевтических курсов.
- 2) связи, которые появляются между пропедевтическим материалом и материалом систематического курса.
- 3) связи, которые возникают при изучении двух курсов, при этом в одном курсе материал изучается на пропедевтическом уровне, а в другом – на систематическом.

Интеграция позволяет рассмотреть большое число связей, восстанавливая в сознании ученика единство и целостность изучаемого мира. При этом восприятие становится более осмысленным и личностно значимым, что позволяет рационально использовать учебное время.

**За д а н и е 9.** Разработать конспект интегрированного урока по теме "Решение задач с помощью квадратных уравнений" в VIII классе.

**За д а н и е 10.** Разработать внеклассное мероприятие в игровой форме по теме "Квадратный корень" в VIII классе с элементами пропедевтики.

## 2.2 Роль пропедевтики в повышении эффективности внутрипредметных связей

Для определения внутрипредметных связей мы исходили из общего понятия связи. Если между объектами исследования существует посредник – носитель энергии или информации, то говорят, что между этими объектами существует связь. Связь всегда выступает как взаимосвязь и приводит к воздействию объектов друг на друга, то есть к взаимодействию [11, с. 15]. Таким образом, связь – это взаимообусловленность и взаимозависимость существования явлений, разделенных в пространстве и (или) во времени. Одним из видов связей по содержанию являются внутрипредметные связи. *Внутрипредметные связи в математике* – это взаимозависимость и взаимообусловленность математических понятий, разделенных временем их изучения. Учет внутрипредметных связей, на наш взгляд, означает целесообразную организацию изучения взаимосвязанных понятий и идей на определенных этапах обучения.

При пропедевтическом изучении материала огромное значение должно уделяться осуществлению внутрипредметных связей.

При реализации внутрипредметных связей в процессе обучения необходимо учитывать то, что связи могут быть логико-математического и методического характера [13, с. 4].

*Логико-математические связи* есть необходимые, глубокие, органичные связи, вытекающие из логики и содержания учебного предмета; на их основе в дальнейшем стоит изучение материала ( $y=x^n$  и  $y=\sqrt[n]{x}$  ибо одна функция получается из другой как обратная).

*Методические связи* – это методические приемы, позволяющие ввести новое понятие, свойство, установив связь с уже известным. (При рассмотрении сочетательного закона умножения используется объем прямоугольного параллелепипеда.)

По времени функционирования методические связи бывают: *временные* (используемые непродолжительно) и *постоянные*.

Изучение состояния проблемы внутрипредметных связей показало, что недостаточным образом исследованы возможности реализации внутрипредметных связей в обучающей деятельности учителя и в учебно-познавательной деятельности учащихся, а также не исследована система средств, способствующая раскрытию и фиксации внутрипредметных связей в дидактическом обеспечении математики.

Как отмечает В.А. Далингер [12, с. 4-5] к решению проблемы внутрипредметных связей следует подходить с трех позиций: реализации внутрипредметных связей в дидактическом обеспечении математики; в обучающей деятельности учителя; в учебной деятельности ученика.

Связи между объектами той или иной науки являются необходимым фундаментом для формирования внутрипредметных связей в соответствующих школьных курсах.

Несмотря на то, что логика самой науки занимает большое место в процессе построения понятийной структуры курса, опора лишь на логические внутрипредметные понятийные связи не решает всех дидактических проблем. Разрешение этих противоречий состоит в использовании соответствующих средств, научной основой которых служит психолого-педагогический анализ процесса формирования понятий.

Обязательным психологическим условием реализации внутрипредметных связей, "потенциально заложенных" в учебном математическом материале, является их включение в деятельность ученика, итогом которого и будет овладение этими связями.

Психолого-педагогический анализ проблемы внутрипредметных связей показал, что при реализации этих связей недостаточно используются возможности самого процесса обучения, а также системы средств, направленной на раскрытие и фиксацию внутрипредметных связей. Основная причина этого – изолированное совершенствование предметной и деятельностной стороны содержания обучения. Избежать эту ограниченность позволяет рассмотрение внутрипредметных связей в содержательном и деятельностном аспекте.

Реализация внутрипредметных связей в обучающей деятельности учителя, заключается прежде всего в отборе математического материала, который представляет эти связи, в выборе организационных форм, методов и приемов обучения, направленных на наиболее успешное усвоение этого материала.

Учителю необходимо учитывать, что при пропедевтическом изучении математического материала осуществляются внутрипредметные связи трех типов. Во-первых внутрипредметные связи возникают при изучении пропедевтических курсов. Во-вторых, связи появляются между пропедевтическим материалом и материалом систематического курса. В-третьих, связи, которые возникают при изучении одной темы в двух смежных дисциплинах (алгебре и геометрии), при этом в одной дисциплине материал изучается на пропедевтическом уровне, а в другой – на систематическом.

Реализация внутрипредметных связей в учебной деятельности ученика состоит в их самостоятельной деятельности по усвоению связей между изучаемыми учебными порциями материала, в обобщении и систематизации знаний.

Учитывая, что деятельность ученика проявляется в его умениях и навыках, реализацию внутрипредметных связей следует рассматривать через их взаимодействие. В психологии выделяют два вида взаимодействия навыков: интерференция навыков, когда действие одного навыка замедляет формирование другого; индукция навыков, когда действие одного навыка способствует формированию другого. На реализацию внутрипредметных связей оказывает положительное воздействие индукция навыков [13, с. 7].

Все учебные умения и навыки в педагогической литературе делятся на специальные, формируемые на базе одного учебного предмета, и общие, формируемые на базе системы большинства или всех учебных предметов. Формирование специальных математических умений и навыков должно идти во внутрипредметном плане (от простого к сложному), но при этом должно строго учитываться условие возможности их преноса в область смежных дисциплин.

Внутрипредметные связи при пропедевтическом изучении материала подразделяются по временному фактору на "горизонтальные" и "вертикальные" [12, с. 7], где под горизонтальными понимаются такие связи, которые имеют место в определенном курсе одного какого-нибудь класса, а под вертикальными внутрипредметными связями – связи, имеющие место между курсом, изучаемым в данном классе, и этим же курсом, изучаемым в других классах.

Как показывает опыт при пропедевтическом изучении материала для установления внутрипредметных связей нередко используется метод сравнения. Сравнение является той мыслительной операцией, посредством которой устанавливаются различия и сходства всевозможных понятий, свойств. Дидактический прием сравнения следует рассматривать как средство, способствующее упрочнению и углублению знаний учащихся. Этот прием, активизируя мыслительную деятельность учащихся, ускоряет процесс их умственного развития.

По своим функциям в содержании математики и структуре математических знаний внутрипредметные понятийные связи подразделяются на понятиеобразующие (внутрипонятийные) и межпонятийные [13, с. 11], внутритемные и межтемыные.

К *понятиеобразующим (внутрипонятийным)* связям отнесены те связи, которые направлены на раскрытие существенных и несущественных свойств понятий, их признаков, на установление взаимосвязей между этими признаками, на раскрытие содержания и объема понятий.

Любое понятие можно расчленить на составляющие его элементы, между которыми устанавливаются определенные связи. Для усвоения понятий необходимо отыскать такой вид деятельности, который позволял бы усваивать основные элементы понятий и отношений между ними. Однако при первичном знакомстве с понятием (на пропедевтическом уровне) установление всех связей между основными элементами понятий не обязательно, а зачастую излишне. При последующем изучении понятия его составные элементы постепенно уточняются и обобщаются.

К *межпонятийным связям* отнесены связи, которые устанавливаются между различными понятиями и имеющие своей целью функциональное соотнесение понятий и объединение понятий какого-либо отрезка математического материала или всего курса в целостную систему. На основе функционального соотнесения понятий организуется деятельность учащихся по ориентации в системе знаний, представленной учебным материалом. Эта деятельность есть составной компонент общеучебных умений и навыков учащихся.

К *внутритемным связям* относятся связи, которые устанавливаются между понятиями внутри одной данной темы, способствующие более полному соотнесению свойств, объема и содержания понятий этой темы.

К *межтемным связям* относятся связи, устанавливаемые между понятиями различных тем, способствующие сближению этих тем, взаимного проникновения друг в друга, их интеграции.

К моменту изучения систематического курса алгебры в VII классе запас межпонятийных и внутритемных отношений оказывается достаточным для организации их изучения. Эксперименты показали, что явное ознакомление учащихся с этими отношениями приводит к расширению понятийного аппарата, а это влечет за собой перегрузку учащихся. Достаточным является содержательным образом ограниченная сфера их использования.

В школьном курсе математики понятия могут играть разную роль: одни из них являются общими, с широким спектром приложений, другие же играют функцию подчинительную. Ведущими понятиями будем считать те, которые удовлетворяют следующим критериям:



- они должны формировать научное мировоззрение; значительно чаще других понятий служить средством изучения различных вопросов математики;
- активно работать на протяжении большого промежутка времени;
- способствовать наиболее полной реализации внутритемных, межтемных, а в конечном счете и межпредметных связей;
- иметь прикладную и практическую направленность (число, величина, фигура, графики, уравнение, неравенство).

Для любой математической темы (как в алгебре, так и в геометрии) можно выделить минимальный список наиболее важных понятий и отношений, играющих доминирующую роль не только в усвоении этой темы, но и необходимый в дальнейшем для изучения других вопросов.

Важное значение для успешной реализации внутритемных связей имеет работа школьников по осознанию тех связей, которые существуют между свойствами какого-либо понятия данной темы. При этом учебный материал должен быть организован на основе варьирования несущественных признаков понятий при сохранении постоянными существенных признаков, которые и будут положены в основу обобщения. Однако следует иметь в виду, что формирование понятия в сознании учащихся в значительной степени зависит от того, в каком виде произошло первое знакомство с этим понятием (пропедевтическое изучение понятия). Психологи этот факт называют "силой первого впечатления".

На уровне внутритемных связей важна работа по формированию у школьников представления о свойствах, являющихся следствием других свойств, о понятии противоречивости свойств.

В школьном курсе математики все понятия можно условно подразделить на группы, положив в основу классификации тот или иной признак. Приведем классификацию понятий по В.А. Далингеру [13, с. 22-23]:

- понятия, аналогами которых являются житейские представления учащихся (число, прямая, точка);
- понятия, вводимые в курс и при пропедевтическом и при систематическом изучении без определений (величина, множество);
- понятия, вводимые в курс через определения (функция, уравнение, неравенство) уже при пропедевтическом изучении;
- понятия, введенные на пропедевтическом уровне в "расплывчатом" виде, в дальнейшем получающие свое четкое определение (график, степень).

Для более полного раскрытия внутритемных связей необходимо создать оптимальную последовательность этапов формирования понятий:

- 1) рассмотрение примеров объектов, входящих в объем каждого понятия данной темы (на пропедевтическом уровне), активно используя наглядность;
- 2) введение терминов, обозначающего каждое понятие;
- 3) рассмотрение примеров объектов, не входящих в объем каждого из этих понятий;
- 4) формирование определений понятий;
- 5) сообщение дополнительных сведений, в частности указание существенных признаков каждого понятия;
- 6) систематизация знаний по теме в процессе основного изучения материала данной темы.

Процесс осуществления межтемных связей можно представить в виде следующей последовательности этапов:

- накопление и анализ фактов, явлений, законов действительности;
- установление внутрипредметных отношений на основе обнаружения инвариантных признаков;
- образование научного понятия;
- рассмотрение группы научных понятий, относящихся к одной теме;
- анализ отношений между понятиями, относящихся к разным темам в рамках учебного предмета в целом;
- образование системы знаний учебного предмета.

Внутритемные и межтемные связи предопределяют характер проводимого повторения темы, а затем и обобщающего повторения, но в то же время повторение влияет на эти связи. На повторение прежде всего выносятся материал, знакомящий учащихся с ведущими идеями курса и имеющий важное мировоззренческое значение, а также материал, который впоследствии из предмета изучения перерастает в средство изучения.

Как отмечает В. А. Далингер [13, с. 14-15] обобщающее повторение следует рассматривать на трех уровнях:

- 1) на уровне понятий;
- 2) на уровне системы понятий;
- 3) на уровне теорий.

Внутрипредметные связи характеризуются двумя основными направлениями в осуществлении:

- 1) это направление от исходных понятий к конечным (назовем связи в этом направлении преемственными);
- 2) это направление от конечных понятий к тем начальным понятиям, через которые реализуются конечные, характеризующиеся активным влиянием конечных понятий, идей и методов на исходные понятия, идеи, методы (назовем связи в этом направлении рекурсивными).

*Внутрипредметные связи* – это объединение преемственных и рекурсивных связей, дополненные взаимосвязями между главными линиями и идеями развития данной науки. Как отмечают В.П. Беспалько, Н.Ф. Талызина, чтобы учитывать внутрипредметные связи при обучении математики, надо их изучать в школе на двух уровнях.

1. Первый уровень – уровень прямой пропедевтики элементов какого-либо понятия, при котором осуществляется непосредственное изучение этого понятия на наглядно-интуитивной основе в тесной связи с основным материалом.

2. Второй уровень – уровень систематического изучения элементов этого понятия, при котором полученные ранее знания обогащаются новыми фактами и имеют более строгое теоретическое обоснование.

При таком подходе в старших классах шире используются уже изученные понятия, их применение при решении задач доводится до автоматизма. Полученные учащимися элементарные сведения об использовании элементов данного понятия при решении задач на первом уровне абстракции становятся базой для решения других более сложных задач. При изучении элементов понятия на более высоком уровне деятельность учащихся будет более продуктивной. Хотя здесь учащиеся ничего нового сами не откроют, но их работу легче организовать, направить на творческую основу, опираясь на навыки, полученные ранее.

Систему упражнений можно рассматривать как средство реализации внутрипредметных связей. Поскольку система упражнений может использоваться не только в качестве приложения к теоретической порции материала, с целью его закрепления, но и способна играть роль пропедевтического материала, ставить проблемы, формировать базовые умения и навыки, включать их в систему ранее усвоенных, организовывать повторение, то есть сближать материал не только внутри отдельно взятой темы, но и нескольких тем дисциплины.

Рассмотрим несколько примеров при выполнении которых наблюдается внутрипредметная интеграция алгебраического материала. При изучении темы "Линейная функция" рекомендуется на пропедевтическом уровне рассмотреть задания, связанные с темой "Линейные уравнения с двумя переменными и их системы". Такое изучение алгебраического материала сближает в восприятии учащихся понятия "линейная функция" и "линейное уравнение с двумя переменными". При выполнении заданий нахождение точек пересечения графиков линейных функций происходит первичное знакомство учащихся с методами решения систем линейных уравнений с двумя переменными (графическим и подстановки), учащиеся учатся приводить линейное уравнение с

двумя переменными к виду линейной функции (прямой пропорциональности), а также выражать одну переменную через другую.

**Задача 1.** Пересекаются ли графики функций  $y = 3x + 2$  и  $y = -2x - 3$ ?

**Решение:** Если графики пересекаются, значит, они имеют общую точку, координаты которой обращают в верное равенство как первое уравнение так и второе. Т.е. координата  $y$  в этом случае будет одна и та же для двух уравнений. Приравняем правые части уравнений и решим полученное линейное уравнение:

$$3x + 2 = -2x - 3;$$

$$3x + 2x = -2 - 3;$$

$$5x = -5;$$

$$x = -5 : 5;$$

$$x = -1.$$

Графики функций пересекаются в точке с абсциссой  $-1$ . Определим ординату точки пересечения графиков. Для этого подставим  $x = -1$  в одно из уравнений, например, в первое:  $y = 3(-1) + 2$ ;  
 $y = -1$ .

Графики функций пересекаются в точке  $K(-1; -1)$ .

Точку пересечения можно найти графически. Для этого построим в одной системе координат графики функций  $y = 3x + 2$  и  $y = -2x - 3$ .

На рисунке 1 видно, что графики пересекаются в точке  $K(-1; -1)$ .

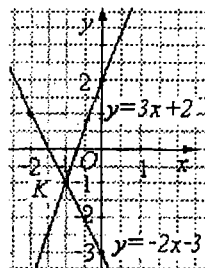


Рис. 1

Задавая пары прямых разными уравнениями следует показать учащимся различные способы их взаимного расположения (параллельность и совпадение графиков функций), при этом необходимо обратить внимание учащихся, что в первом случае не будет общих точек, а во втором случае получается бесконечно много общих точек.

**Задача 2.** Найдем точку пересечения графиков функций  $y = 3x + 1$  и  $y = 3x - 2$ .

**Решение:** Приравняем правые части равенств и решим получившееся уравнение:

$$3x + 1 = 3x - 2;$$

$$3x - 3x = -1 - 2;$$

$$0 = -3.$$

Получили неверное числовое равенство, а, значит, уравнение не имеет решений, поэтому графики функций не пересекаются. Прямые, которые не пересекаются – параллельны.

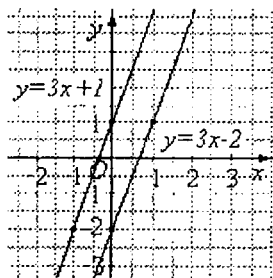


Рис. 2

Выполним задание графически. Для этого построим в одной системе координат графики функций  $y = 3x + 1$  и  $y = 3x - 2$ . На рисунке 2 видно, что прямые  $y = 3x + 1$  и  $y = 3x - 2$  параллельны.

**Задача 3.** Найдите точку пересечения графиков уравнений  $x + 2y = 6$  и  $2x + 4y = 8$ .

**Решение:** Можно заметить, что во втором уравнении каждое слагаемое кратно 2. Разделив обе части этого уравнения на 2, получаем уравнение  $x + 2y = 4$ . Найдем точку пересечения графиков уравнений  $x + 2y = 6$  и  $x + 2y = 4$ . Для этого приведем уравнения к виду линейной функции. Первому уравнению соответствует линейная функция  $y = -0,5x + 3$ ; второму  $-y = -0,5x + 2$ .

Полученные линейные функции имеют одинаковые коэффициенты при  $x$ , а, значит, графики этих функций будут параллельны.

**Задача 11.** Разработать фрагмент урока по алгебре на основе внутрипредметной пропедевтики.

**Задача 12.** Разработать фрагмент урока по геометрии на основе внутрипредметной пропедевтики.

### 2.3. Роль пропедевтики в повышении эффективности межпредметных связей

Анализ исследований зарубежной школы Б.Л. Вульфсона, В.И. Лапчинской, З.А. Мальковой, Г.Ф. Яржиной убеждает, что ученые педагоги Западной Европы и США посвятили много времени исследованию межпредметных связей. Отечественные педагоги, психологи и дидакты также уделяют много внимания исследованию межпредметных связей (Ю.К. Бабанский, Г.В. Воробьев, В.А. Далингер, Е.И. Еремкин, И.Д. Зверев, Е.Н. Кабанова-Меллер, В.Н. Максимова, Е.Н. Рогановская, Н.М. Рогановский и др.).

Психологической основой межпредметных связей является теория ассоциации (Е.И. Еремкин, Е.Н. Кабанова-Меллер, Ю.А. Самарин, Ж. Пиаже и др.). Так, например, Ю.А. Самарин различает четыре вида ассоциаций: локальные, частносистемные, внутрисистемные, межпредметные (межсистемные). В процессе формирования научно-материали-

стического мировоззрения учащихся существенную роль играют межсистемные или межпредметные, ассоциации, ибо с помощью таких ассоциаций, "...система знаний становится системой убеждений. Лишь межсистемные ассоциации в конечном счете обеспечивают единство, целостность личности как единство мировоззрения и поведения".

Психологическую основу межпредметных связей составляют ассоциации различных видов (В.В. Давыдов, Е.Н. Кабанова-Меллер, Жан Пиаже, Ю.А. Самарин, К.Д. Ушинский и др.), которые продуктивны не только во время интеграции знаний, полученных по различным дисциплинам, но и при формировании научно-материалистического мировоззрения учащихся. Так учением И.П. Павлова о динамическом стереотипе и второй сигнальной системе были заложены психологические основы межпредметных связей. Он считал, что образования в коре головного мозга сложных временных связей осуществляется в психологическом плане как ассоциации в основе которых лежат ощущения.

Межпредметные связи в имеющейся литературе рассматриваются с разных точек зрения. Каждый исследователь дает определение исходя из предмета исследования, функций межпредметных связей. В теоретическом значении межпредметные связи одними авторами понимаются как принцип дидактики (И.Д. Зверев, В.Н. Максимова и др.), другими как дидактическое условие, которое обеспечивает не только систему знаний учащихся, но и развитие их познавательных способностей, активности, интересов, умственной деятельности (Н.С. Антонов, П.Г. Кулагин, Н.А. Сорокин, В.Н. Федорова и др.). Существует и узкометодическое понимание связей как средства, обеспечивающего согласованность учебных программ и учебников по разным предметам. Вместе с тем прослеживается устойчивая тенденция выделения межпредметных связей в самостоятельный дидактический принцип (Н.А. Лошкарева, В.Н. Максимова, С.А. Рашкова, и др.). Межпредметные связи используются как средство комплексного подхода к обучению. Однако не всякий случай межпредметных связей в обучении обеспечивает их формирующие функции.

Мы будем считать целесообразным рассматривать межпредметные связи как дидактическое условие, способствующее формированию у учащихся прочных знаний основ наук, совершенствованию содержания образования, повышению качества знаний учащихся. Межпредметные связи проходят через все дидактические принципы и способствуют их объединению в единую систему. Межпредметные связи как дидактическое условие, оказывают влияние на обучение: на систематиза-

цию учебного материала, на систематическое отражение объективных взаимосвязей в содержании школьных дисциплин, на формирование диалектико-материалистического мировоззрения, на активизацию процесса обучения.

В развитии межпредметных связей выделяются две взаимосвязанные тенденции – интеграция и координация предметных знаний (И. Д. Зверев). Интеграция есть процесс и результат создания неразрывно связанного, единого, цельного. В обучении она может осуществляться путем слияния в одном синтезированном курсе элементов разных учебных предметов, суммирования основ наук в раскрытии комплексных учебных тем и проблем. Координация – согласование учебных программ по родственным предметам в трактовке общих понятий, во времени их изучения, т.е. межпредметные связи в узком смысле, которые способствуют и интеграции знаний [21, с. 13].

Как показали исследования в педагогике и психологии проблема повышения теоретического уровня обучения поставлена как проблема рационального сочетания абстрактного и конкретного знания. Концепция теоретического обобщения (П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, А.В. Запорожец, Д.Б. Эльконин и др.) основана на признании первостепенного значения "исходных абстракций", обобщенных идей в учебном познании. Некоторые ученые считают, что для их восприятия и усвоения учащимися необходимы определенная эмпирическая база знаний и сочетание индукции и дедукции в обучении. (М.Н. Скаткин, Г.И. Щукина). Процесс восхождения от абстрактного к конкретному оказывается продуктивным лишь в неразрывном единстве с процессом сведения конкретного к абстрактному. В решении этих вопросов существенная роль принадлежит межпредметным связям. Действительное значение предмета складывается при возможно полном охвате всех его сторон, связей и опосредований. Необходимо рассматривать всю "совокупность многообразных отношений этой вещи к другим". Методологическая функция межпредметных связей в учебном познании и заключена в обнаружении единства в многообразии процессов и явлений, изучаемых разными учебными предметами. Межпредметные связи выявляют общее, особенное и единичное в изучении объектов [21, с. 27].

Психические новообразования состоят в качественных изменениях и в личности и в деятельности ребенка (Л.С. Выготский). В решении вопроса о морфологической структуре учебной деятельности как дидактической основе межпредметных связей важно опираться на положения о единстве сознания и деятельности (К.А. Абульханова-Славс-

кая, С.Л. Рубинштейн и др.) и соответствии способов действий содержанию знаний учащихся (А.А. Люблинская).

В.Н. Максимова [21, с. 33] отмечает: *межпредметные связи* – это особенно значимый в современных условиях научной интеграции фактор формирования содержания и структуры учебного предмета, а сама структура учебного предмета служит одним из объективных источников многообразия их видов и функций.

В широком смысле *межпредметные связи* в современной теории обучения представляют собой основополагающий принцип дидактики, способствующий координации и систематизации учебного материала из различных предметов, формирование у учащихся посредством общенаучных знаний и способов их получения, концептуальный стиль мышления в различных видах деятельности и реализующийся через систему сущностных, нормативных и процессуальных функций и общих методов познания природы [11, с. 15-16].

В дидактике дается следующее определение межпредметных связей [11, с. 16]. Межпредметные связи есть методический принцип, выполняющий интегративную и дифференцирующую функции в процессе преподавания конкретного предмета и выступающий в качестве средства объединения знаний, умений и способов учебно-познавательной деятельности учащихся по различным предметам в целостную систему, расширяющую пределы данного предмета без потери его качественных особенностей.

Межпредметные связи выступают как метод деятельности ученика, развивающий у него способность к синтезу знаний из различных предметов. Межпредметные связи требуют выдвижения новых, более обобщенных познавательных задач. Они вызывают потребность в развитии умений учащихся обобщать знания из смежных предметов, в единичном видеть общее и с позиций общего оценивать особенное.

В.Н. Федорова в свое время отмечала "В учебном процессе межпредметные связи не возникают и не могут возникнуть. Их необходимо предварительно определять и целенаправленно включать в содержание естественно-научного образования (в программы, учебники, учебные пособия и т.д.), а затем реализовать в процессе обучения". Наиболее эффективно, с нашей точки зрения, решить эти задачи возможно с применением педагогической технологии как последовательности (не обязательно строго упорядоченной) операций и процедур, начиная с пропедевтического уровня, составляющих в совокупности целостную дидактическую систему, реализация которой максимально приближает к конкретным целям обучения.



Общность структурных компонентов учебных предметов и учебной деятельности служит источником межпредметных связей в процессе обучения. Сравнение основных видов знаний в структуре математических дисциплин и в структуре учебной деятельности учащихся выявляет их определенную аналогию. Поэтому межпредметные связи при обучении математике могут осуществляться в следующих основных направлениях:

- формирование необходимых систем понятий с опорой на научные факты, теории, законы, идеи, общие для смежных научных областей;
- формирование общих для смежных дисциплин элементарных умений, на которых базируются более сложные методы усвоения идейных связей между предметами (пользоваться общими системами единиц и математическими действиями);
- формирование на базе обобщенных знаний и умений верного оценочного отношения к предметным знаниям, в чем особое значение имеют межцикловые связи;
- формирование математических знаний, требующих комплексного применения знаний основ наук на практике.

Многообразие функций межпредметных связей в процессе обучения математике показывает, что сущность данного понятия не может быть определена однозначно. Явление межпредметных связей многогранно. Они не ограничиваются содержанием методов, форм организации обучения. Межпредметные связи проникают как в обучающую деятельность учителей, так и в учебно-познавательную деятельность учащихся. Они обращены к личности ученика, формируют его мышление, научное мировоззрение, убеждения, способствуя всестороннему развитию способностей и потребностей школьника.

Межпредметные связи – это составной компонент, требующий соблюдения принципов научности, систематичности, сознательности. Функционируя как самостоятельный принцип, межпредметные связи выполняют свою организующую роль: влияют на построение программ, структуру учебного материала, учебников, на отбор методов и форм обучения. В содержании учебного материала важно выделять вопросы, изучение которых требует опоры на ранее усвоенные (т.е. изученные на пропедевтическом уровне) знания из смежных дисциплин, а также вопросы, которые получают развитие в последующем обучении новой дисциплиной.

В методы обучения межпредметные связи вносят постоянный элемент применения знаний, полученных ранее в смежной дисциплине.

Это активизирует мышление учащихся, побуждает их к анализу, синтезу, обобщению знаний, относящихся к разным предметам.

В организации обучения возникнет потребность в комплексных формах – обобщающих уроках, семинарах, конференциях, имеющих межпредметное содержание. Такие формы связаны с коллективным решением межпредметных учебных проблем в сочетании с индивидуальными заданиями, способствующими познавательным интересам учащихся.

Многозначный характер функций межпредметных связей определяет большое разнообразие подходов к их классификации. Одни авторы (Ю. Вайткявичус, В.М. Корсунская М.Н. Скаткин) классифицируют межпредметные связи по действию их во времени:

- предшествующие (предварительные);
- сопутствующие;
- последующие (перспективные).

Практическое осуществление таких связей способствует систематизации знаний, позволяет опираться на ранее пройденный материал по родственным предметам, выявлять перспективы в изучении знаний.

Другие авторы (Н.М. Верзилин, П.Г. Кулагин) делят межпредметные связи на синхронные и асинхронные.

Зачастую временной критерий, имеющий ограниченное значение, рассматривают в совокупности с информационным, отражающим структурные элементы содержания учебных дисциплин. Так в работах В.Н. Федоровой выделяются одновременно два принципа классификации: временной признак и информационный. В соответствии с этим рассматриваются, с одной стороны, предшествующие, сопутствующие, перспективные связи, а, с другой – фактические, понятийные и теоретические связи.

Есть попытки классифицировать межпредметные связи по структурным элементам смежных дисциплин: связи между фактами и научными понятиями, между методами научного исследования и мышления, связи в формировании общих умений и навыков, связи в обучении способам познавательной деятельности (К.П. Королева).

Как нетрудно видеть, наиболее часто межпредметные связи, как дидактическое условие, проявляются в обучении в хронологическом и информационном аспектах. То есть при пропедевтическом изучении материала наибольшее применение находят межпредметные предшествующие и перспективные связи (подготавливающие к дальнейшему изучению материала).

Н.С. Антонов, опираясь на философское понимание структуры связи, выделил в понятии межпредметные связи три признака (состав, способ, направленность) и реализующие их виды связей [21]:

по составу – объекты, факты, понятия, теория, методы;

по способу – логические, методические приемы и формы учебного процесса, при помощи которых реализуются связи в содержании;

по направленности – формирование общих умений и навыков, комплексное использование знаний при решении учебных задач.

Межпредметные связи в математике осуществляются в учебном процессе с помощью тех или иных методов и организационных путей. Они обеспечивают эффективные пути усвоения учащимися общепредметных математических знаний и умений. Их виды различаются: по способам усвоения связей в различных видах знаний (репродуктивные, поисковые, творческие); по широте осуществления (межкурсовые, внутрицикловые, межцикловые), по времени осуществления (преемственные, сопутствующие, перспективные); по способу взаимосвязи предметов (односторонние, двусторонние, многосторонние); по постоянству реализации (эпизодические, систематические); по уровню организации учебного процесса (поурочные, тематические, "сквозные" и др.); по формам организации работы учащихся и учителей – коммуникативные связи (индивидуальные, групповые, коллективные).

Рассмотрение межпредметных связей в математике с позиции целостности процесса обучения показывает, что они функционируют на уровне трех взаимосвязанных типов [21, с. 55]:

- 1) содержательно-информационных;
- 2) операционно-деятельностных;
- 3) организационно-методических.

*Содержательно-информационные межпредметные связи бывают:*

- 1) фактические связи;
- 2) понятийные связи;
- 3) теоретические связи.

*Фактические связи.* Межпредметные связи на уровне фактов – это установление родства изучаемых в смежных учебных предметах фактов, подтверждающих и раскрывающих общие идеи и теории. При этом различают факты-связи и факты-явления. Ведущим видом межпредметных фактических связей являются преемственные и пропедевтические связи. Их психологическую основу составляет механизм образования ассоциаций по смежности, сходству, времени действия. Познавательная деятельность учащихся при этом опирается на процессы запомина-

ния и актуализации фактического материала. Уже на этом уровне происходит перенос и обобщение знаний, совершаются мыслительные процессы анализа и синтеза, формируются "комплексы фактов". У учащихся формируются умения всестороннего анализа фактов, их сопоставления, обобщения, объяснения с позиций общенаучных идей.

*Понятийные связи.* Межпредметные понятийные связи – это расширение и углубление признаков предметных понятий и формирование общих для родственных предметов понятий. Психологический механизм формирования обобщенных понятий составляет перенос [9, с. 205], "т.е. применение... опыта к совершенно другим и разнородным вещам, когда... синтезированные в понятии признаки встречаются в совершенно другом конкретном окружении других признаков..." Перенос вызывает значительные затруднения, поскольку осуществляется перенесение смысла выбранного предметного понятия в новые конкретные ситуации при изучении других предметов. Это по существу вычленение новых предметов познания, новых логических, абстрактных связей между объектами разной природы, прежде всего генетически близкими. Л.С. Выготский подчеркивал, что понятие может возникать только в результате решения задачи, стоящей перед мышлением, а потому целенаправленная формулировка учебно-познавательных межпредметных задач в обучении особенно важна.

*Теоретические связи.* Теория – система научных знаний, в которой отражена взаимосвязь фактов, понятий, законов, постулатов, следствий, практических положений, относящихся к определенной предметной области. В то же время каждая конкретная теория фиксирует всеобщие связи и отношения, которые проявляются в других предметных областях. Теоретические связи позволяют представить каждую теорию и закон как частные случаи более широких теорий и диалектических законов.

И фактические, и понятийные, и теоретические связи могут осуществляться в трех направлениях:

- 1) при изучении пропедевтических курсов и систематическим курсом математической дисциплины;
- 2) при изучении элементов пропедевтики систематического курса одной математической дисциплины и курсом другой математической дисциплины;
- 3) при изучении материала в одной дисциплине на пропедевтическом уровне, а в другой – на систематическом.

При пропедевтическом введении материала основным способом усвоения межпредметных связей выступает перенос знаний из одной

предметной области в другую. Для успешного осуществления переноса необходимо соблюдение следующих требований:

- однотипность познавательных задач возрастающей сложности в смежных дисциплинах;
- поэтапность, последовательное усложнение, обобщение содержания и способов решения межпредметных задач разных видов;
- преемственность в создании познавательных ситуаций "от частного к общему" и "от общего к частному";
- единство алгоритмических указаний при выполнении межпредметных задач;
- использование единой системы требований и контроля к формируемым умениям учащихся.

В процессе переноса происходит разрыв ранее установленных предметных связей, их переосмысление, определение совместимости понятий из смежных дисциплин и включение их в новую систему связей, выделение новых обобщенных знаний, чему способствуют различные виды наглядности, обобщенные модели, схемы, таблицы, фиксирующие смысловые связи между знаниями из разных учебных дисциплин. Самостоятельное выполнение действий переноса оказывается возможным лишь тогда, когда учащиеся овладевают проведением аналогий между межпредметными задачами одного типа, выдвижением гипотез и действиями оценки. Обобщенные понятия и действия не должны утрачивать свой предметный смысл, чтобы не превратиться в пустые абстракции, малопродуктивные в познании.

При реализации определенного типа межпредметной связи осуществляется три этапа:

- 1) установление связи, первичного восприятия (на пропедевтическом уровне) и осмысления учащимися, констатации зависимости, существующей между элементами знаний из разных учебных дисциплин;
- 2) усвоение связи, углубления ее сущности, нарастания обобщенности в раскрытии основного межпредметного отношения, заключенного в задаче (повторное ознакомление);
- 3) применения связи, когда усвоенное межпредметное отношение, его знание становятся не только результатом, но и методом решения новых задач, круг которых постепенно расширяется.

При осуществлении пропедевтического изучения математического материала необходимо варьировать разновидности межпредметных задач, раскрывающих одно и то же отношение:

- 1) объяснение причинно-следственных связей явлений с помощью знаний из смежной математической дисциплины, их научное обоснование;

2) введение нового понятия с опорой на эмпирическую базу ранее изученных в смежной дисциплине фактов, их обобщение;

3) конкретизация понятия, изученного ранее на пропедевтическом уровне, расширение его признаков, области применения, углубление в сущность с учетом применения в родственных предметах;

4) выведения нового, более общего понятия (закона) из более частных предметных понятий (законов) и конкретизация более общих понятий с помощью более частных;

5) обобщение знаний из алгебры и геометрии в систему, всесторонне раскрывающих структуру материала;

6) применение знаний из смежных математических дисциплин для доказательства общих теоретических положений;

7) применение предметных знаний в различных видах практической деятельности учащихся.

Выделим систему критериев, связанных с характеристикой черт познавательной активности, при использовании систем прикладных учебных задач на основе межпредметных пропедевтических связей:

- уровень выполнения заданий, включая сюда и задания, связанные с приложением математики;
- уровень критичности;
- уровень вопросов, возникающих при освоении учебного материала;
- скорость выполнения заданий;
- сформированность представлений о научном понятии, законе, теории;
- уровень использования математического аппарата в учебной деятельности, связанной с освоением и применением специальных дисциплин;
- интерес к математике как к учебному предмету;
- мотивы изучения математики.

Так как каждый школьный предмет имеет внутреннюю логику построения, свою структуру, то изменение этой структуры в угоду межпредметным связям может привести к нарушению внутрипредметной взаимосвязи понятий, системы предметных знаний, без которой предмет не может быть прочно усвоен.

Наряду с межпредметными связями рассматривают межпредметные умения. Межпредметные умения – это способность ученика устанавливать связи в процессе переноса и обобщения знаний и умений из смежных дисциплин.

Межпредметные и межциклические связи как методическое средство реализации пропедевтики обучения ориентируют учащихся на практическое применение общеобразовательных знаний, умений, навыков в учебном процессе.

Можно выделить несколько направлений влияния принципа межпредметных связей на педагогический процесс при обучении математике:

- совершенствование последовательности и преемственности в формировании и развитии понятий, общих для смежных математических дисциплин; совершенствование методики развития понятий;
- увеличение информационной емкости формируемых математических понятий;
- углубление сущностной стороны формируемых математических понятий;
- формирование диалектического метода мышления;
- осознание места учебного предмета в общей системе других наук;
- осознание системности знаний;
- развитие познавательной деятельности учащихся и углубление осознанности формируемого математического понятия;
- формирование умений и навыков оперирования математическими понятиями в решении познавательных и практических задач;
- обогащение знаний о способах получения новых знаний и овладения умениями применять их в конкретных ситуациях.

Имея глубокую диалектическую основу, отражая внутреннюю противоречивость всякого процесса развития вообще и математического обучения в частности, метод противопоставления и математического применения в работах лучших учителей. В математике имеются примеры противоположных, в известном смысле противопоставляемых фактов: прямые и обратные операции и функции, положительные и отрицательные числа, соизмеримые и несоизмеримые отрезки, прямые и обратные теоремы, дифференцирование и интегрирование и т.д.

Сравнительное изучение взаимосвязанных понятий приносит, кроме приращения знаний, связанных с каждым из этих понятий в отдельности еще и дополнительное приращение знаний, зависящее всецело от взаимодействия, взаимопроникновения сравниваемых понятий. Это означает, что элементы структуры знаний, вступая в особое отношение друг с другом, порождают новое знание.

Изучение темы "Теорема Пифагора" весьма интересно с методической точки зрения, поскольку при ее изучении наблюдается не только

внутрипредметная интеграция с такими темами, как "Площади геометрических фигур и их комбинаций" (при изучении этой темы теорема Пифагора изучается на пропедевтическом уровне) и "Четырехугольники" (теорема Пифагора является основным материалом), межпредметная интеграция этой темы с темами алгебры "Квадратный корень" и "Квадратные уравнения", которые изучаются на пропедевтическом уровне.

В следующем задании демонстрируется геометрическая задача, в ходе решения которой получается квадратное уравнение, которое в дальнейшем сводится к линейному уравнению.

**Задача 3.** В прямоугольном треугольнике один катет равен 6 м, а другой катет на 2 м меньше гипотенузы. Найдите гипотенузу и катет.

**Дано:**  $\triangle ABC$  – прямоугольный;  $\angle B = 90^\circ$ ;  $AB = 6$  м;  $BC$  на 2 м меньше  $AC$ .

**Найти:**  $AC$ ,  $BC$ .

**Решение:** 1) Пусть  $x$  м –  $BC$ .

Тогда  $AC = (x + 2)$  м.

Запишем теорему Пифагора для данного треугольника:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2;$$

$$(x + 2)^2 = 6^2 + x^2;$$

Применяя формулу квадрата суммы, получаем:

$$x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 = 6^2 + x^2;$$

$$x^2 + 4x + 4 = 36 + x^2;$$

$$x^2 + 4x - x^2 = 36 - 4;$$

$$4x = 32;$$

$$x = 32 : 4;$$

$$x = 8.$$

Т.е.  $BC = 8$  м.

2) Найдем  $AC$ :

$$AC = 8 + 2 = 10 \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $BC = 8$  м;  $AC = 10$  м.

Также можно продемонстрировать геометрическую задачу при решении которой получается квадратное уравнение вида  $ax^2 = b$  и способ его решения.

**Задача 4.** Найдите катеты прямоугольного треугольника, если их длины относятся как 3 : 2, а гипотенуза равна  $\sqrt{52}$ .

**Дано:**  $\triangle ABC$  – прямоугольный;  $\angle C = 90^\circ$ ;  $AB = \sqrt{52}$  см;

$$BC : AC = 3 : 2.$$

**Найти:**  $AC$ ;  $BC$ .

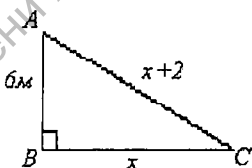


Рис. 3



Решение: Поскольку у нас задано отношение катетов, то можно ввести коэффициент пропорциональности.

1) Пусть  $x$  см – коэффициент пропорциональности.

Тогда  $BC = 3x$  см;  $AC = 2x$  см.

Для данного прямоугольного треугольника запишем теорему Пифагора:  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ .

Учитывая данные задачи получаем:

$$(2x)^2 + (3x)^2 = (\sqrt{52})^2;$$

возведем в квадрат каждое слагаемое:

$$4x^2 + 9x^2 = 52;$$

$$13x^2 = 52;$$

$$x^2 = 52 : 13;$$

$$x^2 = 4;$$

квадрат 2 и (-2) есть 4, однако по смыслу задачи  $x$  не может быть отрицательным, значит:  $x = 2$ .

2) Найдем катеты прямоугольного треугольника:

$$BC = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см)}.$$

$$AC = 2 \cdot 2 = 4 \text{ (см)}.$$

О т в е т:  $AC = 4$  см;  $BC = 6$  см.

З а д а н и е 13. Разработать фрагмент урока по алгебре на основе межпредметной пропедевтики.

З а д а н и е 14. Разработать фрагмент урока по геометрии на основе межпредметной пропедевтики.

## **§ 3. ПРОПЕДЕВТИКА И ВОПРОСЫ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ И ПЕРСПЕКТИВНО-ОПЕРЕЖАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ**

### **3.1. Преемственность и пропедевтика**

Проблема преемственности рассматривается в различных научных отраслях. В философской литературе [41, с. 360] преемственность рассматривается как основа диалектического отрицания, как "связь между различными этапами или ступенями развития, сущность которой состоит в сохранении тех или иных элементов целого или отдельных сторон его организации при изменении целого как системы. Философы

Ф.В. Батаршев, Э.А. Баллер, В.С. Библер, А.И. Зеленков, Г.П. Исаенко, В.М. Кедров отмечают, что преемственность обеспечивает непрерывность развития, выявляющуюся в целостности систем, состоящих из отдельных элементов, в бесконечности их связей, постепенности изменения состояний, плавном переходе из одного в другое.

Анализ психолого-педагогической литературы по проблеме преемственности показывает, что это понятие процесса обучения трактуется неоднозначно. Основа преемственности сводится к обучению как единому пути познания (Я.А. Коменский), соответствию обучения развитию человека (И.Р. Песталоцци), характеристике развивающего обучения (А. Дистервег). Исходя из разных подходов преемственность определяется как принцип обучения (Я.А. Коменский), условия преподавания (К.Д. Ушинский), смена ступеней обучения (Б.П. Есипов, И.А. Каиров), форма связей между элементами системы обучения (А.А. Люблинская). Зачастую преемственность рассматривается через связь с такими принципами обучения как последовательность и систематичность (Ю.К. Бабанский, П.Н. Гузев, М.А. Данилов, И.Т. Огородников, М.И. Скаткин) и логичность изложения материала (И.А. Каиров).

Проблема усиления преемственности и внутрипредметных связей курса математики всегда стояла перед методической наукой. Теоретические аспекты преемственности раскрыты в работах В.А. Гусева, В.А. Далингера, Г.В. Дорофеева, Л.В. Кузнецовой, И.А. Лурье, К.И. Нешкова, А.А. Пинского, А.М. Пышкало, С.И. Шварцбурда. Отдельным вопросам усиления преемственности посвящены работы С.Н. Азерваевой, А.В. Ивановой, В.Л. Карклини, Т.К. Останова и др.

Однако анализ существующей практики школы показывает, что проблема усиления преемственности между отдельными школьными математическими курсами остается актуальной. Реализация этой проблемы на практике значительно отстает от требований теории.

В последнее время принцип преемственности соотносят либо с внутрипредметными связями (И.А. Лурье, И.Л. Никольская, Г.Я. Федотова), либо с межпредметными связями (С.В. Бабаджанян, А.Н. Величко, Л.Ш. Левенберг, А.А. Пинский и др.), либо и теми и другими вместе (В.А. Байдак, В.А. Гусев и др.).

Преемственность позволяет обеспечить непрерывность развития. Она имеет место и в познании. Между научным познанием и познанием в процессе обучения имеются внутренние существенные связи (Ю.К. Бабанский, М.А. Данилов, Б.П. Есипов, В.И. Загвязинский, Л.В. Занков, И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин, С.А. Шапоринский, Г.И. Щукина и др.).

В учебном познании действуют те же закономерности, что и в научном, в том числе и принцип диалектического отрицания, связанный с преемственностью.

Сущность преемственности в учебном познании может быть раскрыта с учетом психологических исследований процесса усвоения знаний и умственной деятельности учащихся. Преемственность в учебном познании обеспечивается сложной аналитико-синтетической деятельностью ученика, которая состоит в опоре на имеющиеся в его сознании знания, включении новых знаний в систему старых, в их переработке, в осознании собственного продвижения в познании. "Там, где мышление выступает как открытие новых знаний оно, вместе с тем, есть и использование уже имеющихся знаний" [33, с. 53].

Как показали исследования рассмотрением преемственности на психологическом уровне занимались Д.Б. Богоявленский, Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, В.А. Крутецкий, А.М. Матюшкин, Н.А. Менчинская, Д.Б. Эльконин и др. Как методическую проблему преемственность в обучении математике рассматривали Л.В. Воронина, О.Э. Городниченко, Н.Ю. Румянцева, М.Н. Сизова, Л.А. Шепель.

Решение проблемы преемственности на методическом уровне предполагает тесную взаимосвязь разных ее аспектов: дидактического, включающего преемственность содержания, средств, форм и методов обучения; психологического, связанного с учетом закономерностей формирования учебной деятельности и развития психических функций ребенка; методического, связанного с разработкой новых подходов к формированию математических понятий, оказывающих эффективное влияние на развитие мышления учащихся.

В педагогике установлено, что *преемственность* рассматривается как общепедагогическая закономерность, проявляющаяся в единстве учебно-воспитательного процесса. Поскольку педагогический процесс имеет линейно-дискретный характер и протекает в пространстве и во времени, то преемственность является одной из форм достижения его целостности и конечных результатов (ранее полученные знания (даже на пропедевтическом уровне) обогащаются и интегрируются с новыми). Сущность поступательной, прогрессивной преемственности заключается в совершенствовании настоящего и в обоснованном программировании будущего с опорой на прошлое, на дальнейшее развитие всего прогрессивного и конструктивного из предыдущего.

Основой содержания преемственности в педагогике и методике преподавания математики является закономерность разрешения противо-

речия между дискретным характером обучения и необходимостью обеспечения целостности педагогического процесса и его результатов.

Мы даем следующее определение преемственности на основе определения данного Сафоновой Л.А. [34, с. 9]. Под *преемственностью* будем понимать сложный педагогический феномен, обеспечивающий непрерывное и результативное осуществление учебной деятельности (использование ранее изученного, пропедевтика изучаемого в дальнейшем), совершенствование и систематизацию знаний, умений и навыков учащихся, а также их психическое развитие (усложнение мыслительных операций, памяти, способностей и т.п.) и ведущий к интеграции, как внутрипредметного, так и межпредметного характера.

Под преемственностью в формах и методах обучения в средней школе понимают такую связь между годами обучения, при которой обучение на следующих ступенях строится с учетом форм и методов, используемых на предыдущих ступенях. Преемственность понимается как дальнейшее развитие школьных форм и методов и как дальнейшая организация познавательной деятельности учащихся на базе использования запаса знаний, уровня вооруженности учащихся методами учения.

Дидактические условия преемственности определены нами, как обстановка (среда), в которой в тесном взаимодействии представлена наилучшая совокупность педагогических факторов (отношений, средств и т.д.), обеспечивающих учителю возможность осуществлять преемственность в формах и методах обучения между ступенями обучения.

Теоретическая модель системы дидактических условий преемственности в формах и методах обучения включает в себя следующие группы условий:

1) знание учителями психолого-педагогических особенностей учащихся, с одной стороны, и форм и методов обучения на разных этапах обучения математике с другой;

2) обеспечение преемственности форм, методов и приемов обучения математике между этапами обучения;

3) обучение школьников способам и приемам научного познания;

4) создание для учащихся благоприятной атмосферы для обучения математике; правильная организация самостоятельной работы;

5) оптимальное применение системы форм обеспечивающих более быстрое вооружение учащихся способами и приемами учебной работы.

Психолого-педагогическими особенностями учебной работы учащихся являются: возникновение противоречий, связанных, с одной

стороны, с интеллектуальными, психологическими, физическими возможностями учащихся, с другой – с недостатком у них жизненного опыта, неумением самостоятельно распределить время и т.п.; новые формы организации учебного процесса; умелое сочетание учебы в коллективе с глубокой самостоятельной работой.

В психолого-педагогической литературе выделяются следующие виды преемственных связей: внутрипредметные пропедевтические, межпредметные пропедевтические, между ступенями и этапами обучения.

Осуществление внутрипредметной преемственности осуществляется при помощи анализа содержания предмета, выявления понятий, определения логики их расположения и установления родо-видовых связей между ними.

Под межпредметной преемственностью подразумевается такая рациональная последовательность изучения учебного материала, когда новые знания и умения одного предмета базируются на знаниях и способах действий, сформированных в другом предмете, когда происходит переход на качественно новую ступень знаний и умений.

Воронина Л.В. [7, с. 9-10] выделяет два блока преемственных связей в обучении: содержательный и процессуальный.

К характерным признакам содержательной преемственности в обучении предмету относят:

- единообразие в трактовке понятий, в терминологии, в используемом языке;
- постепенное повышение уровня абстракции при развитии математического понятия;
- системность в изучении математических понятий;
- использование на каждом последующем этапе математических знаний, умений и навыков, полученных учащимися на предыдущем этапе, то есть актуализация опорных результатов обучения;
- перспективный характер обучения, то есть возможность на каждом предыдущем этапе закладывать основы обучения математическому предмету в дальнейшем и, таким образом, ориентировать на требования будущего.

К признакам процессуальной преемственности относят:

- учет ведущего типа деятельности в каждом классе;
- взаимосвязь в методах, формах и средствах обучения математике, то есть применение в начальных классах форм, методов и средств, используемых при обучении в VII-XIX классах и учет в

VII-XIX классах тех форм, методов и средств, которые использовались в предыдущих.

Анализ исследований по проблеме преемственности показал, что большинство работ строится лишь на одной составляющей процесса обучения – содержании математического образования. Главное внимание в них уделяется перечню и последовательности изучения математических тем, их полноте и переходу от одной к другой.

Осмысление достижений педагогической науки по теории обучения (Ю.К. Бабанский, В.В. Краевский, И.Я. Лернер, А.М. Пышкало) приводит к выводу о целесообразности отношения к учебному процессу как к сложной дидактической системе и необходимости выяснения компонентного состава, отношений и установлении преемственных связей между элементами данной системы. Поэтому мы рассматриваем идею преемственности по отношению к каждому компоненту методической системы.

Как отмечает О.Э. Городниченко [10, с. 12], каждый этап, имея свои отличительные особенности, характеризуется:

- заменой информационно-объяснительного монолога диалогами, проблемными ситуациями;
- приоритетом обучающих знаний, в которых познавательная мотивация выступает на первый план;
- отказом от репродуктивного повторения.

К дидактическим условиям, способствующим усилению преемственных связей в обучении относятся [7, с. 13]:

1) педагогическая конкретизация целей и задач обучения математике в целом и на разных ступенях с учетом целей общего образования и реальных условий обучения;

2) четкий отбор содержания, выделение объема, определение последовательность его изложения; соответствие содержания целям и функциям, которые оно призвано выполнять в процессе обучения математике;

3) реализация непрерывного повторения;

4) регулирующее воздействие программных требований к результатам обучения (на основе тщательной стыковки и достижения полной согласованности требований к математической подготовке учащихся);

5) конструирование модели обучения математике с учетом возрастных особенностей и познавательных возможностей детей;

6) осуществление непрерывного образования;

7) перенос центра тяжести с усвоения отдельных фактов на усвоение общих знаний;

- 8) осуществление опережающего обучения;
- 9) общение учащихся и учителя на основе общего целеполагания и совместно распределенной деятельности;
- 10) преемственность методов, форм и средств обучения математике.

Особое значение курса математики приобретают такие проявления преемственности, как повторение и пропедевтика. Преемственность тесно связана с пропедевтикой, поскольку необходима постепенность перехода от отдельных математических фактов к их обобщениям. Формирование и развитие общих представлений учащихся о математических структурах должно осуществляться постепенно, в процессе изучения конкретных примеров таких структур с последующими обобщениями их свойств. Начинать надо с подготовки в сознании и памяти ученика тех познавательных структур (понятий, принципов), которые необходимы для того, чтобы осмыслить предстоящий фактический материал, понять связи изучаемых классов вещей и явлений.

Каждый раздел программы по математике базируется на материале, изученном ранее. Чем лучше усвоен этот материал, тем успешнее пройдет рассмотрение нового. Своевременное и основательное повторение нужных вопросов из пройденного – необходимая подготовка к изучению нового материала.

Значение повторения пройденного, связанного с новым материалом, этим не исчерпывается. Такая связь помогает не только лучше усвоить новое, но и совершенствует, углубляет и систематизирует полученные ранее знания. При этом ранее изученный материал постоянно восстанавливается в памяти и применяется в новых ситуациях. Но осуществление органической связи пройденного с новым материалом необходимо, но недостаточно. Так, повторение проводится с таким материалом, что не связан непосредственно с новым материалом, значит, учителю приходится подбирать нужные упражнения дополнительно.

Роль повторения велика, прежде всего, в реализации преемственных связей между различными этапами и ступенями обучения. Повторение курса математики должно обеспечивать непрерывное развитие представлений о математических структурах, то есть должно иметь место не повторение ради повторения, не просто сохранение связей, а упрочение старых и установление новых. С этой целью следует по возможности больше ссылаться на уже известные учащимся теоремы, примеры, позволяющие им лучше понять новый математический факт, или с более высокой ступени взглянуть на уже известный.

На наш взгляд, организации повторения должна способствовать, прежде всего, сама структура математических курсов, когда спиралевидное построение программ позволяет естественным образом производить повторение на более высокой ступени представлений о математических структурах, устанавливать новые связи между старыми знаниями.

Таким образом, чтобы обеспечить прочность знаний и навыков, приобретаемых учащимися в процессе изучения математики, нужно правильно организовывать повторение, т.е. возвращение к ранее изученному.

Далингер [12, с. 8] выделяет пути усиления преемственности материала учебников на основе анализа внутрипредметных связей в систематическом курсе математики VII-XIX классов. Они таковы:

- нахождение таких средств, которые бы позволили наиболее тесно связать понятия;
- выявление такой последовательности и структуры изложения материала курса, которые обеспечивают наибольшую преемственность материала;
- построение курса таким образом, чтобы те понятия, термины, символы, которые в настоящее время не обеспечивают должной преемственности, смогли бы сыграть положительную роль в решении поставленной задачи;
- усовершенствование имеющейся системы задач в учебнике с целью усиления внутрипредметных связей, реализуемых посредством этой системы задач;
- включение в учебники пунктов, содержащих обобщающее повторение по темам курса, а также обобщающих упражнений, что позволяет систематизировать весь материал темы, рассмотреть основные ее вопросы с позиций уже изученных понятий, усилить связи между содержательно-методическими линиями курса.

Таким образом наглядность преемственности характеризуется опорностью ассоциативных связей внутри раздела, предмета, а также межпредметных связей и включает в себя пропедевтику, опорные мотивационные задачи, циклы задач исследовательского характера. Циклы математических задач учебно-исследовательского характера – это задачи, связанные единой опорой, идеей, с учетом уровня знаний и возможностей обучаемых.

Обобщение ранее усвоенных знаний на базе конкретного материала способствует их более глубокому осознанному усвоению, дает



возможность выделить опорные знания, придать им большую информативную емкость, разгрузить память.

Таким образом, преемственность с предшествующими знаниями и умениями необходима, если учащиеся самостоятельно применяют имеющиеся знания в новой ситуации или если уже в известной ситуации происходит усвоение, открытие новых знаний. Поэтому предшествующие знания и способы действий учащихся являются основной предпосылкой для создания проблемной ситуации, а значит проблемная ситуация выступает в качестве опосредующего звена преемственного развития старых знаний и способов действий с новыми.

**З а д а н и е 15.** Проанализировав учебники математики для начальной школы, составить контрольную работу для V класса, которую следует провести в начале учебного года, чтобы определить уровень знаний учащихся после начальной школы.

**З а д а н и е 16.** Проанализировав учебник математики VII класса, составить контрольную работу для VIII, которую следует провести в начале учебного года.

### **3.2. Роль перспективно-опережающего обучения в осуществлении преемственности при изучении школьного курса математики**

Одним из видов преемственного обучения является перспективно-опережающее обучение.

Психологическое подтверждение построение учебного процесса на опережающей основе находит отражение в трудах Л.С. Выготского, работах психологов по проблемам мотивации учения (Дж. Брунер, И.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, К.О. Крейценберг, В.А. Крутецкий, К.К. Платонов, С.Л. Рубинштейн, Д.Б. Эльконин).

Нейрофизиологический анализ функционирования мозга показал объективный характер опережающего отражения действительности живым организмом (Анохин Л.К.).

В ряде фундаментальных дидактических исследований есть попытки осмыслить роль перспективы в учебном процессе (М.А. Данилов, Л.В. Занков, Н.В. Кузьмина). В некоторых работах опережение рассматривается лишь под определенным углом зрения либо фрагментарно (Э.И. Бергер, В.И. Загвязенский, Г.И. Осокина, В.А. Тюрина, И.Т. Фе-

доренко). Положительное влияние опережения на результативность учебного процесса отражено в публикациях педагогов-новаторов (И.П. Волков, Е.Н. Ильин, С.Н. Лысенкова, В.Ф. Шаталов), достаточно часто и успешно использующих его в учебной деятельности.

Опережение, по Лысенковой, – это замена обычной и привычной линейной последовательности в изложении программы наложением тем. Всегда новая тема начиналась только тогда, когда завершена предыдущая: прошло объяснение, закрепление, проверка-контрольная, потом приклеивается следующая тема, потом еще – до тупика. Перспективная подготовка по теме – это возможность сначала попутно пройти трудное путем приближения к изучаемому в данный момент [18, 19]. Перспектива ставится на небольшом промежутке урока и начинает изучаться задолго до изучения ее по программе параллельно с изучением основной темы. При этом тема развивается постепенно, медленно со всеми логическими переходами и воспринимается сначала сильными учениками, затем средними, а к моменту изучения этой темы по программе все ученики класса (даже слабые) легко ее воспринимают. Иными словами, перспективная подготовка – это мини-опережение на каждом уроке.

Опережение имеет варианты – от возраста учеников, от целей и направленности обучения, государственных и частных, задумок самого учителя.

Опережение представляет собой особую дидактическую систему, имеющую свой специфический механизм функционирования, структуру, закономерности развертывания, овладение которыми существенно меняет педагогическое мышление учителя, организацию его практической деятельности, способствует реализации задач учебного процесса в современных условиях.

Метод опережающего обучения при изучении математики состоит в том, чтобы осуществить пропедевтическое преподавание темы задолго до ее изучения, а в процессе преподавания темы теоретически осмыслить уже известный математический материал. При этом речь идет не о простом переносе темы на более ранние сроки, а о том, чтобы ввести ее материал в практику решения задач до того, как он станет темой изучения. Перспектива ставится на небольшом промежутке урока параллельно с изучением основной математической темы. При этом развивается постепенно, медленно, со всеми логическими переходами.

Применение освоенного математического материала необходимо продолжать и после непосредственного изучения, включать его в новый материал. Причем это не должно быть репродуктивным повторе-

нием. Повторяемая тема должна органически сочетаться с изучением нового материала. Как отмечает С.Г. Шаповаленко, обучение протескает успешно, если изучаемое явление превращается из объекта изучения в средство изучения других явлений.

Опережающее обучение подразумевает развитие мышления учащихся, опережающее их возрастные возможности. При этом обучение строится по принципу двухуровневой работы: в зоне реальных возможностей и в зоне ближайшего развития. Под зоной реальных возможностей учащегося понимается круг задач, которые учащийся способен выполнить самостоятельно, без помощи учителя. Под зоной ближайшего развития понимается круг задач, которые учащийся понимает, самостоятельно может выполнить отдельные этапы, но в целом справиться с ними без помощи учителя не может.

При опережающем обучении работа (на уроке и дома) должна строиться так, чтобы задачи из зоны ближайшего развития, ученики обдумывали и с помощью учителя доводили их решение до конца, а решение задач из зоны реальных возможностей необходимо доводить до уровня сформированного навыка.

Как отмечает И.И. Панькова [26] опережение формирует особое качество личности – ее *направленность на перспективу*, т.е. одну из важных личностных черт учащихся. Стремление учащихся к самостоятельным действиям именно с малознакомым будущим материалом, усвоение которого воспринимается ими как движение вперед, целеустремленность, обязательный атрибут всех личностных качеств, приобретаемых учащимися в процессе опережающей деятельности. Последнее – специфический продукт построенного на опережающей основе учебного процесса и в рамках любой другой системы недостижим.

Усвоение математического материала при перспективно-опережающем обучении происходит в три этапа.

1. Перспективная подготовка (предварительное введение первых (малых) доз будущих знаний) – медленное последовательное знакомство с новыми математическими понятиями, раскрытие темы. Идет активное развитие доказательной речи с использованием опор. Выполняются практические работы при комментируемом управлении. При ответах учитывается желание ребят. Активны в ответах на этом этапе, как правило, сильные ученики.

2. Уточнение новых математических понятий, их обобщение; применение. Школьники уже сознательно ориентируются в схеме-обобщении, владеют доказательствами, справляются с самостоятельными

заданиями в школе и дома. Задается домашнее задание по трудной теме на достаточно подготовленном материале. Именно на этом этапе происходит опережение, так как в перспективный период многие задания на страницах учебника уже выполнены.

3. Использование сэкономленного времени (создавшегося опережения) для развития беглости мыслительных операций и учебных действий. На этом этапе определяется новая перспектива.

Контрольные работы по теме проводятся в программные сроки на фоне глубоко, всесторонне изученного математического материала.

При такой организации обучения следует использовать приемы, стимулирующие мышление учащихся и способствующие более продуктивному усвоению математических знаний и развитию математических способностей: опорные схемы, блок-схемы, двухколоночное изложение материала, "двухэтажные" записи предложений.

*Опорные схемы* – это выводы, которые рождаются на глазах учеников в момент объяснения и оформляются в виде таблиц, карточек, набортного полотна, чертежа, рисунка [19].

В опорных сигналах информация шифруется с помощью ярких образов, при этом используются специфические приемы запоминания. При запоминании происходит расчленение текста и выделение его частей. В каждой из выделенных частей текста отмечаются центральные пункты, к которым "стягивается" содержание данной части, или которые представляют это содержание в форме зрительного образа.

В опорных сигналах не всегда целесообразно требовать от опорного сигнала следования законам логики. Поскольку опорный сигнал – это психологический посредник, содействующий при определенных условиях запоминанию математических фактов.

Опорные сигналы только тогда достаточно эффективны, когда они способны эмоционально воздействовать на учащихся. В этой особенности опорных сигналов и состоит основная трудность применения их при обучении математике.

Опорные сигналы не могут быть правильно восприняты в отрыве от рассказа, который они сопровождают. Без него такие сигналы представляют собой всего лишь знаки, соединенные друг с другом весьма таинственным для непосвященного образом. Сами по себе сигналы не несут никакой информации, пока их не озвучит тот, кто их придумал.

Однако увлечение формально-символической стороной математического знания невольно заставляет учителя пренебрегать развитием у

учащихся образных процессов, которые, как свидетельствуют современные психологические исследования, выступают в качестве необходимого компонента математического мышления.

Продуцирование новых знаний учащимися способствует развитию мыслительных способностей учащихся. Появление новых математических знаний стимулирует проблемная ситуация, обнаружение противоречия имеющихся у ученика знаний, их неполнота. Продуцирование новых знаний самим учеником (составление задач и их решение, самостоятельное заполнение пробелов в знаниях), т.е. его активная деятельность способствует саморазвитию интеллекта школьника.

Связующим звеном между годами обучения является большая перспектива, которой начинается и оканчивается каждый учебный год. Процесс обучения, построенный указанным образом, как видим, имеет свою структуру и внутреннюю логику. Если брать структуру опережения в ее развернутом виде, то она включает подготовку учащихся к восприятию новой для них опережающей информации. В противном случае, опережающее включение может привести к формализму в знаниях учащихся. Следующий элемент структуры – задания учащимся по овладению ими опережающей информацией, после чего следует работа учащихся по реализации задания. Последний обязательный этап структуры и завершающая стадия опережения – организация учителем работы по использованию опережающего материала.

С понятием структуры опережения тесно связаны понятия обеспечивающий и обеспечиваемый математический материал. Материал, изучаемый в данный момент, и материал, включаемый опережающим образом, соотнесены между собой таким образом, что первый из них выступает как *обеспечиваемый*, а второй – как *обеспечивающий*. Это значит, что в общей структуре процесса изучаемый и вводимый математический материал не равнозначны один по отношению к другому, благодаря чему процесс приобретает характер перспективы.

Важная дидактическая закономерность учебного процесса состоит в движении опережающей математической информации, ее последовательном наращивании и преобразовании из обеспечивающей в обеспечиваемую: из средства, способа материал переходит в цель, теряя, естественно, при этом опережающий характер.

Основным объективным показателем, на основании которого производится отбор математического материала для его опережающего введения, является наличие логической связи между обеспечиваемым и обеспечивающим материалом.

По степени существенности опережающая математическая информация подразделяется на основную и вспомогательную. *Основная математическая информация* при опережающем обучении та, которую учащиеся должны усвоить. А вспомогательная математическая информация та, с помощью которой мы подаем тот или иной материал (примеры, наглядность, схемы), все то, что способствует усвоению основной математической информации.

Выделяют два способа включения опережающей математической информации в учебный процесс: скрытый и открытый. *Скрытый способ* включения опережающей информации заключается в том, что учитель дает новый математический материал, не акцентируя внимания на его новизну, то есть при выполнении ряда заданий по основной теме предлагаются задания нового материала, выполняются которые часто по аналогии. *Открытый способ* включения опережающей математической информации заключается в том, что новая информация вводится явно.

Частота возможных опережающих включений математического материала в конкретно данную часть определяется прежде всего числом таких логических связей материала с содержанием последующих частей курса, которые являются наиболее выраженными и прочными.

*Оптимальная частота* – такое число опережений, при которой достигается максимальный результат и от нее надо отличать *фактическую частоту* опережений: в реальном уроке что-то может быть не учтено, учитель может упустить какую-то возможность для опережающего включения материала, либо, напротив, перенасытит процесс опережения.

Система опережения в процессе обучения математике предполагает использование различных *форм опережения*, к которым относятся: изложение математического материала с элементами опережения, опережающая беседа, самостоятельная опережающая работа учащихся над параграфом, опережающая постановка задачи, опережающее выполнение упражнения, другие виды опережающих заданий, опережающие опыты и наблюдения. Различные формы опережения могут быть использованы во внеклассной работе по математике. Это может быть демонстрация учебного кинофильма, предваряющая урок, экскурсия накануне изучения соответствующей темы, задания по отбору материала к работе в классе. Работа в классе по отношению к внеклассной, построенной на опережающей основе, выполняет направляющую и систематизирующую роль, т.е. выступает в роли организующего звена процесса.

При рассмотрении опережения обнаруживается различная *степень удаленности* во времени опережающего математического материала [26, с. 11-12] от точки его включения. Опережение в этом смысле может быть ближним, средним и дальним.

*Ближнее* опережение осуществляется в рамках одной учебной темы, что ведет к сближению внутритемных связей. *Среднее* опережение – это опережение между различными учебными темами, в рамках одного учебного курса, которое ведет к сближению межтемных связей. Таким образом, ближнее и среднее опережение ведет к внутрипредметной интеграции. *Дальнее* опережение осуществляется между целостными, содержательно связанными между собой курсами, ведущее к межпредметной интеграции.

Закономерность опережающего включения материала в учебный процесс такова, что по мере увеличения длины опережения возрастает количество возможных включений материала опережающим способом. Надо иметь в виду и обратную закономерность опережения – по мере удаления материала во времени он все более удаётся в содержательном плане, ослабляются его логические связи с изучаемым материалом.

Изучению теоремы Пифагора может предшествовать перспективно-опережающая работа, которую следует начинать за два месяца до момента изучения темы по плану, отводя на уроках алгебры и геометрии не более 3-5 минут. Поскольку теорему Пифагора можно доказать через площади фигур [16, с. 10-11], то перспективно-опережающую работу следует организовать так, чтобы учащиеся получали задания на нахождение площадей комбинаций геометрических фигур. Начинать работу следует с самого простого варианта: "Найти площадь квадрата со стороной 5 см", а затем постепенно усложнять задания, за счет увеличения количества элементов фигуры, рассматривая различные комбинации расположения геометрических фигур, а также усложнения формулировок самих заданий. Цели перспективно-опережающей работы, предшествующей изучению теоремы Пифагора, заключаются в следующем:

- 1) научить учащихся работе с квадратами величин;
- 2) приучить учащихся решать задачи с использованием буквенных записей, употребляя квадраты и знаки арифметических действий;
- 3) научить определять катеты и гипотенузу прямоугольных треугольников при произвольном расположении треугольников на плоскости;
- 4) выполнять измерения требуемых сторон треугольника;
- 5) находить значения выражений, в записи которых используются квадраты;
- 6) делать выводы, соответствующие условию задания.

Перспективно-опережающая работа осуществляется на уроках геометрии и алгебры [16, с. 4-10], а также при выполнении домашней работы.

Следующее задание направлено на отработку навыков использования буквенных записей при решении геометрических задач, нахождения значения выражения, в записи которого используются квадраты, а также формулировки вывода, соответствующего условию задачи.

**Задача 5.** Доказать, что площадь квадрата  $ABCD$  со стороной 5 см равна сумме площадей квадратов  $KLMN$  и  $PQRS$  со сторонами 3 см и 4 см соответственно.

Дано:  $ABCD, KLMN, PQRS$  – квадраты;  $AB = 5$  см;  $KL = 3$  см;  $PQ = 4$  см.

Доказать:  $S_{ABCD} = S_{PQRS} + S_{KLMN}$

Доказательство:

1) Найдем площадь квадрата  $ABCD$ :

$$S_{ABCD} = AB^2;$$

$$S_{ABCD} = 5^2 = 25 \text{ (см}^2\text{)}.$$

2) Найдем площадь квадрата  $KLMN$ :

$$S_{KLMN} = KL^2.$$

3) Найдем площадь квадрата  $PQRS$ :

$$S_{PQRS} = PQ^2.$$

4) Найдем сумму площадей квадратов  $KLMN$  и  $PQRS$ :

$$S_{KLMN} + S_{PQRS} = KL^2 + PQ^2;$$

$$S_{KLMN} + S_{PQRS} = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \text{ (см}^2\text{)}.$$

5) Сравним  $S_{ABCD}$  и  $S_{KLMN} + S_{PQRS}$ :

Из пунктов 1 и 4 следует, что  $S_{ABCD} = S_{KLMN} + S_{PQRS} = 25 \text{ см}^2$ , значит,  $AB^2 = KL^2 + PQ^2$ .

О т в е т:  $AB^2 = KL^2 + PQ^2$

Следующая задача, которую следует рассмотреть при осуществлении перспективно-опережающей работы, подготавливает учащихся к непосредственному восприятию теоремы Пифагора.

**Задача 6.** На сторонах прямоугольного треугольника со сторонами 3 м, 4 м, 5 м построили квадраты (рис. 5). Сравнить площадь квадрата, построенного на гипотенузе, с суммой площадей квадратов, построенных на катетах.

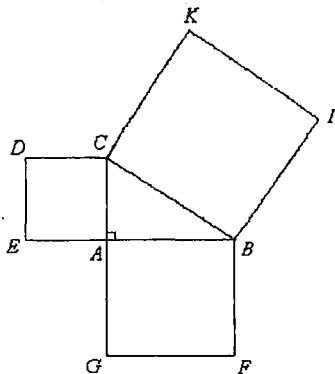


Рис. 5



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle A = 90^\circ$ ;  
 $ABFG$ ,  $ACDE$ ,  $BCKI$  – квадраты;  
 $AB = 3$  м;  $AC = 4$  м;  $BC = 5$  м.

Сравнить:  $S_{BCKI}$  и  $S_{ABFG} + S_{ACDE}$ .

Решение:

1) Найдем площадь квадрата  $BCKI$ :

$$S_{BCKI} = BC^2;$$

$$S_{BCKI} = 5^2 = 25 \text{ (м}^2\text{)}.$$

2) Найдем площадь квадрата  $ABFG$ :

$$S_{ABFG} = AB^2.$$

3) Найдем площадь квадрата  $ACDE$ :

$$S_{ACDE} = AC^2.$$

4) Найдем сумму площадей квадратов  $ABFG$  и  $ACDE$ :

$$S_{ABFG} + S_{ACDE} = AB^2 + AC^2;$$

$$S_{ABFG} + S_{ACDE} = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \text{ (м}^2\text{)}.$$

5) Сравним  $S_{BCKI}$  и  $S_{ABFG} + S_{ACDE}$ :

Из пунктов 1 и 4 следует, что  $S_{BCKI} = S_{ABFG} + S_{ACDE}$ , значит  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

Ответ:  $S_{BCKI} = S_{ABFG} + S_{ACDE}$ .

Результат решения этой задачи является иллюстрацией теоремы Пифагора для прямоугольного треугольника со сторонами 3, 4, 5 (его называют египетским). Следует сообщить учащимся, что рисунок 5 к этой задаче иногда называют "пифагоровы штаны", поскольку он напоминает плохо скросенные штаны, а также первую формулировку теоремы, которую сам Пифагор сформулировал так: "Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах". Позже, при изучении теоремы в запланированное время, мы познакомим учащихся и с другой формулировкой этой теоремы.

Задание 17. Разработать группу заданий для перспективно-опережающего обучения по теме "Система линейных уравнений".

Задание 18. Проанализировать учебник математики VII класса и найти задания, которые относятся к перспективно-опережающим.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аббасов Сахават Ханкиши оглы. Пути обеспечения преемственности в процессе обучения математике в начальной школе и V-VI классах неполной средней школы (на арифметическом материале): Автореф. дисс. ... канд. пед. н. – Баку, 1991 – 18 с.
2. Аксенов А.А. Теоретические основы реализации внутрипредметных связей посредством решения задач в классах с углубленным изучением математики: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Орел, 2000. – 18 с.
3. Антонов Д.А. Преемственность основ математического анализа в курсе математики средней школы: Автореф. дисс. ... канд. пед. н. – Москва, 1982. – 17 с.
4. Антонов Н.С. Интегративная функция обучения. // Современные проблемы методики преподавания математики. / Сост.: Н.С. Антонов, В.А. Гусев. – М.: Просвещение, 1985. – С. 25-38.
5. Батыршев А.В. Педагогическая система преемственности обучения в общеобразовательной и профессиональной школе. – СПб.: Изд-во Ин-та профтехобразования РАО, 1996.
6. Белкин А.С., Жукова Н.К. Витагенное образование: многомерно-голографический подход. – Екатеринбург, 2001.
7. Возрастные и индивидуальные особенности младших подростков / Под ред. Д.Б. Эльконина, Т.В. Драгуновой. – М., 1967.
8. Воронина Л.В. Реализация преемственности в обучении математике (на материале 1-6 классов): Автореф. дисс. ... канд. пед. н. Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 1999. – 19 с.
9. Выготский Л.С. Избр. психол. Исследования. – М., 1956. – С. 205.
10. Городниченко О.Э. Преемственность в изучении уравнений между начальной и средней школой: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Москва, 2000. – 17 с.
11. Гурьев А.И. Методологические основы построения и реализации дидактической системы межпредметных связей в курсе физики средней школы: Автореф. дисс. ... докт. пед. наук (Челябинский гос. пед. ун-т). – Челябинск, 2002. – 35 с.
12. Далингер В.А. Методика внутрипредметных связей в школьном курсе алгебры: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Москва, 1981. – 21 с.
13. Далингер В.А. Методика внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991 – 80 с.
14. Данилюк А.Я. Метаморфозы и перспективы интеграции в образовании // Педагогика. – 1998. – № 2. – С. 35-37.
15. Кривенко В.А. Опора на витагенный опыт школьников как средство развития познавательного интереса. – Екатеринбург, 2002.
16. Лобанок И.П. Математика: Учебные материалы с межпредметным содержанием (7-9 классы). – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2004. – 36 с.
17. Лысенкова С.Н. Жизнь моя – школа, или Право на творчество. – М.: Новая школа, 1995.

18. Лысенкова С.Н. Когда легко учиться. – М., 1985.
19. Лысенкова С.Н. Когда легко учиться. – М.: Педагогика, 1981.
20. Лысенкова С.Н. Методом опережающего обучения. – М.: Просвещение, 1988.
21. Максимова В.Н. Межпредметные связи в учебно-воспитательном процессе современной школы: Учеб. пособие по спецкурсу для студентов педагогических наук. – М.: Просвещение, 1987. – 160 с.
22. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М.: Педагогика, 1972.
23. Монслакова О.П. Педагогическая технология межпредметного взаимодействия: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Брянск, 2003. – 27 с.
24. Моштук В.В. Дидактические условия интеграции родственных учебных предметов: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. ??? -1991.
25. Ожегов С.И. Словарь русского языка: 70000 слов / Под ред. Н.Ю. Шведовой. – 23-е изд. испр. – М.: Рус.яз., 1991. – 917 с.
26. Панькова И.И. Дидактические основы опережения в учебном процессе: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Ростов-на-Дону, 1990. – 18 с.
27. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии. – М.: Наука, 1988.
28. Рогановская Е.Н. Методика преподавания математики. Часть 1. Дидактика математики. Темы 1-4: Пособие. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2002. – 92 с.: ил.
29. Рогановская Е.Н. Методика разработки учебно-дидактических материалов на интеграционной основе (в курсе математики 7-9 классов): Учеб. пособ. – Могилев: МГУ им. А.А.Кулешова, 2000. – 112 с.
30. Рогановская Е.Н. Системно-интеграционный подход в школьном курсе математики: Учеб.-метод. пособ. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2001. – 72 с.
31. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. Ключевые понятия теории интегрированного школьного учебника математики // Математическое образование: современное состояние и перспективы. Тезисы докладов международной конференции. – Могилев: МГУ им. А.А.Кулешова, 1999. – С. 167-169.
32. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. Методический аппарат школьного учебника математики: Учеб. пособ. – Могилев: Изд-во Могилевского гос. ун-та им. А.А. Кулешова, 1999.
33. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – С. 53.
34. Сафонова Л.А. Обучение учащихся 1-8 классов решению текстовых задач в условиях преемственности математики: Автореф. дисс. ... канд.пед.н. – Саранск, 2000. – 18 с.
35. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учеб. пособ. – М.: Народное образование, 1998.
36. Славская К.А. Мысль в действии. – М.: Политиздат, 1968. – С. 77.
37. Сюткина О.В. Межпредметная интеграция в современном отечественном и зарубежном образовании: Автореф. канд. дисс. – Киров, 2000.
38. Толковый словарь русского языка / Под ред. Ушакова Д.Н. Т 3. М.: Государственное издательство иностранных и национальных словарей, 1939.
39. Уман А.И. О структурировании знаний и организации заданий в учебном материале // Проблемы школьного учебника. Вып. 12. – М.: Просвещение, 1983. – С. 15-28.
40. Филипова В.С. Взаимосвязь школьных курсов математики как интегративная основа формирования мышления учащихся: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Москва, 2003. – 26 с.

41. Философская энциклопедия. – М.: Изд-во "Советская энциклопедия", 1967. – Т. 4. – С. 360.
42. Философский словарь / Под ред. И.Т. Фролова. – 5-е изд. – М.: Политиздат, 1987. – 590 с
43. **Цирулик Н.А.** Дидактические условия успешного осуществления преемственности в обучении между начальными и средними классами: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – М., 1981.
44. **Челиков М.Г.** Интеграция науки. – М.: Мысль, 1975. – 246 с.
45. **Чхаидзе Нана Викторовна.** Использование межпредметных связей курса математики во втузе для построения оптимальной системы задач и упражнений (130002): Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Москва, 1986. – 16 с.
46. **Эрдниев П.М.** О взаимосвязи логики и психологии в решении вопросов методики математики // Математика в школе. – 1977. – № 6 – С. 68-70.
47. **Эрдниев П.М.** О некоторых вопросах дидактики математики // Математика в школе. – 1970. – № 4. – С. 50-56.
48. **Эрдниев Б.П.** О технологии творческого обучения математике // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 15-19.
49. **Эрдниев П.М.** Преподавание математики в школе. – М.: Просвещение, 1978.
50. **Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П.** Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
§ 1. ПРОПЕДЕВТИКА И ЕЕ ВИДЫ .....	4
1.1. Понятие пропедевтики .....	4
1.2. Виды, формы и функции пропедевтики .....	11
1.3. Витаксальный опыт как основа пропедевтики .....	13
§ 2. РОЛЬ ПРОПЕДЕВТИКИ В ИНТЕГРАЦИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ .....	17
2.1. Различные подходы к интеграции школьного курса математики .....	17
2.2. Роль пропедевтики в повышении эффективности внутрипредметных связей .....	28
2.3. Роль пропедевтики в повышении эффективности межпредметных связей .....	36
§ 3. ПРОПЕДЕВТИКА И ВОПРОСЫ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ И ПЕРСПЕКТИВНО-ОПЕРЕЖАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ .....	48
3.1. Преемственность и пропедевтика .....	48
3.2. Роль перспективно-опережающего обучения в осуществлении пропедевтики при изучении школьного курса математики .....	56
ЛИТЕРАТУРА .....	65

Учебное издание

**Лобанок Ирина Петровна**

**ПРОПЕДЕВТИКА  
КАК СРЕДСТВО ИНТЕГРАЦИИ  
В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

Учебно-методическое пособие

Редактор *В.И. Лобанок*  
Технический редактор *А.Н. Гладун*  
Компьютерная верстка *А.Л. Позняков*  
Корректор *И.Г. Коржова*

Подписано в печать **5.04.05.**

Формат 60x84<sup>1/16</sup>. Бумага газетная. Гарнитура Arial Cyr.  
Усл.-печ. л. 4,0. Уч.-изд. л. 4,2. Тираж 80 экз. Заказ № **138.**

Учреждение образования “Могилевский государственный университет  
им. А.А. Кулешова”, 212022, Могилев, Космонавтов, 1

Лицензия ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.  
Отпечатано на ризографе отдела оперативной полиграфии  
МГУ им. А.А. Кулешова. 212022, Могилев, Космонавтов, 1.