*В.Н. Борбат*

# ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ, СОВМЕСТНО АППРОКСИМИРУЮЩИХ НУЛЬ В ПРОСТРАНСТВЕ $C^2$

Пусть $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ – многочлен с целыми коэффициентами, $H$ – его высота. В [1] доказана теорема о совместной аппроксимации нуля значениями целочисленных многочленов, реализующих теорему Минковского о линейных формах и их производных.

**Теорема 1.** Пусть $S(\varepsilon)$ – множество $x \in R$, для которых система неравенств

$$\begin{cases} |P(x)| < H^{-n} \\ |P'(x)| < H^{1-\varepsilon} \end{cases}$$

имеет бесконечное число решений в многочленах $P(x) \in Z[x]$. Тогда $\mu S(\varepsilon) = 0$ при любом $\varepsilon > 0$, где $\mu S(\varepsilon)$ – мера Лебега множества $S(\varepsilon)$.

С помощью этой теоремы и ее обобщений доказывается регулярность распределения алгебраических чисел ограниченной степени, что приводит к неулучшаемым оценкам снизу размерности Хаусдорфа [2].

Двумерное обобщение теоремы 1 доказано в [3].

**Теорема 2.** Система неравенств

$$\begin{cases} |P(\omega_1)| < H^{-w_1} \\ |P(\omega_2)| < H^{-w_2} \\ |P'(\omega_1)| < H^{1-\varepsilon}, \end{cases}$$

где $w_1 + w_2 = n - 1$ при любом $\varepsilon > 0$ имеет для почти всех $(\omega_1, \omega_2) \in R^2$ (в смысле меры Лебега) лишь конечное число решений в многочленах $P(x) \in Z[x]$.

В настоящей работе доказывается комплексный аналог теоремы 2.

**Теорема 3.** Пусть $B(\varepsilon)$ – множество $(\omega_1, \omega_2) \in C^2$, для которых система неравенств

$$\begin{cases} |P(\omega_1)| < H^{-w_1} \\ |P(\omega_2)| < H^{-w_2} \\ |P'(\omega_1)| < H^{1-\varepsilon}, \end{cases}$$

где $w_1 + w_2 = \frac{n}{2} - 1$ имеет бесконечное число решений в многочленах $P(x) \in Z[x]$. Тогда $\mu B(\varepsilon) = 0$ при любом $\varepsilon > 0$, где $\mu B(\varepsilon)$ – мера Лебега множества $B(\varepsilon)$.

Теорема 3 позволяет построить регулярную систему векторов с комплексными алгебраическими координатами и на основании этого получать оценки снизу для размерности Хаусдорфа. Метод, которым проводится доказательство, основан на методе существенных и несущественных областей В.Г. Спринджука [4]. Центральным моментом доказательства является новая арифметико-топологическая классификация областей, в которых целочисленные многочлены, реализующие теорему Минковского о линейных формах, и их производные принимают значения, не превосходящие по модулю некоторой величины, зависящей от высоты многочлена.

## Литература

1. *Берник В.И.* Об одном свойстве целочисленных многочленов, реализующих теорему Минковского о линейных формах // Доклады АН БССР. – 1986. – Т. 30. – № 5. – С. 403 – 405.

2. *Baker A., Schmidt W.* Diophantine approximation and Hausdorf dimension // Proc. London Math. Soc. 1970. – Vol. 21. – № 13. – P. 1 – 11.

3. *Борбат В.Н.* Совместная аппроксимация нуля значениями целочисленных многочленов и их производных // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага універсітэта імя А.А. Куляшова. – 2001. – № 4. – С. 105 – 110.

4. *Спринджук В.Г.* Проблема Малера в метрической теории чисел. – Мн.: Наука и техника, 1967. – 194 с.