

АД ПАДБОРУ ДА РАЗВАЖАННЯЎ

Пры рабоце над матэматычнай задачай вельмі важна навучыць дзяцей асэнсаванню яе ўмовы, высвятленню сувязей паміж дадзенымі і невядомымі велічынямі.

Назіранні паказваюць, што настаўнікі ўдзяляюць вялікую ўвагу тыповым задачам, вучаць дзяцей разбіраць і аналізаваць задачы кожнага тыпу. А калі задача новая? Вучні пачынаюць рашаць яе наўгад, робяць шмат няўдалых спроб. Настаўнік павінен дапамагчы дзецям упарадкаваць гэтыя спробы, навучыць бачыць асаблівасці кожнай задачы, выказаць здагадкі, а потым выбіраць найлепшы шлях яе рашэння.

Спробы пры рашэнні матэматычнай задачы — гэта як доследы ў фізіцы. Нават няўдалыя на этапе знаёмства з задачай, яны дапамагаюць лепш асэнсаваць сувязі паміж элементамі задачы, развіваюць плануючую функцыю мыслення, закладваюць асновы доказнасці, знаёмяць вучняў з элементамі разважанняў.

Падручнікі матэматыкі пад рэдакцыяй А. А. Столяра “Матэматыка 2”, “Матэматыка 3”, “Матэматыка 4” змяшчаюць вялікую колькасць задач, найбольш даступным спосабам рашэння якіх у пачатковых класах з’яўляецца падбор. Аснова падбору — спроба. Паступова перабіраюцца і правяраюцца ўсе магчымыя варыянты адказу на пытанне задачы, адкідваюцца непатрэбныя, знаходзяцца менавіта тыя значэнні, якія адпавядаюць умове задачы. Выкарыстанне спосабу падбору не патрабуе ад вучняў складаных разважанняў або спецыяльных матэматычных ведаў. Дастаткова наяўнасці вылічальных навыкаў.

Другі спосаб рашэння задач можна ўмоўна назваць дапушчэннем. Гэты шлях пошуку адказу больш складаны, ён патрабуе пэўнай культуры разважанняў. Выкарыстоўваць яго можна ў добра падрыхтаваных класах.

Матэматычныя задачы можна таксама рашаць і з дапамогай схематычных ілюстрацый, напрыклад з выкарыстаннем адрэзкаў. Такі спосаб не з’яўляецца складаным, але патрабуе ад вучняў пэўнага ўмення выконваць і чытаць чарцяжы.

Не ўсе задачы па матэматыцы аднолькава зручныя рашаюцца ўсімі названымі спосабамі. Выбар спосабу павінен вызначацца настаўнікам.

Прывядзём прыклады рашэння некаторых задач з падручнікаў пад рэдакцыяй А. А. Столяра рознымі спосабамі.

Задача 1 (“Матэматыка 2”, с. 35, № 2). Аня, Бора, Вера і Гена разам злавілі 10 рыбак, прычым усе злавілі розную колькасць рыбак. Аня злавіла

больш за ўсіх, а Вера менш за ўсіх. Хто злавіў больш рыбак: хлопчыкі ці дзяўчынкі?

Рашэнне. Трэба знайсці чатыры розныя лікі, сума якіх роўна 10. Робім першую спробу. Бяром чатыры розныя лікі, пачынаючы з ліку 1. Гэта будуць лікі 1, 2, 3, 4. Знаходзім іх суму: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Бачым, што знойдзеныя лікі адпавядаюць умовам задачы — яны ўсе розныя і сума іх роўна 10.

Адказ знойдзены ў выніку выканання першай спробы.

Засталося размеркаваць колькасць рыбак паміж дзецьмі: Аня злавіла 4 рыбак (больш за ўсіх), Вера — 1 рыбку (менш за ўсіх). Усяго Аня і Вера злавілі разам 5 рыбак ($1 + 4 = 5$). Тады Бора і Гена злавілі разам таксама 5 рыбак: $2 + 3 = 5$ або $10 - 5 = 5$.

Адказ. Хлопчыкі і дзяўчынкі злавілі рыбак пароўну.

Задача 2 (“Матэматыка 2”, с. 45, № 3). Вучань купіў 15 сшыткаў у адну лінейку, у дзве лінейкі і ў клетку. Сшыткаў у клетку было на 10 больш, чым сшыткаў у лінейку. Колькі магло быць сшыткаў кожнага віду?

Рашэнне. Падбіраем тры лікі, сума якіх роўна 15. Пры гэтым адзін з лікаў павінен быць на 10 большы за другі.

Няхай вучань купіў 1 сшытак у адну лінейку. Тады сшыткаў у клетку ён купіў 11 (на 10 больш: $1 + 10 = 11$). У гэтым выпадку сшыткаў у дзве лінейкі будзе 3 ($1 + 11 = 12$, $15 - 12 = 3$).

Гэта адзін варыянт рашэння. Дапусцім, вучань купіў 2 сшыткі ў адну лінейку. Тады сшыткаў у клетку будзе 12 ($2 + 10 = 12$), а сшыткаў у дзве лінейкі — 1 ($2 + 12 = 14$, $15 - 14 = 1$).

Гэта другі варыянт рашэння. Працягваем перабор далей.

Няхай вучань купіў 3 сшыткі ў адну лінейку. Тады ў клетку ён павінен купіць 13 сшыткаў, а ўсяго, нават без сшыткаў у дзве лінейкі, будзе 16. Але гэта больш за 15, што не падыходзіць па ўмове задачы.

Бачна, што задача мае толькі два рашэнні. Аформім гэта ў табл. 1.

Табліца 1

Сшыткі ў адну лінейку	Сшыткі ў клетку	Сшыткі ў дзве лінейкі
1	11	3
2	12	1

Задача 3 (“Матэматыка 4”, с. 59, № 280). На стала ляжаць кнігі. Іх менш за 20. Гэтыя кнігі можна раскласці па 2, па 3 і па 4. Колькі кніг на стала?

Рашэнне. Сярод лікаў ад 1 да 20 трэба выбраць такі лік, які без астачы дзеліцца на 2, на 3, на 4. Для гэтага неабходна перабраць усе лікі ад 1 да 20. Каб

скараціць колькасць спроб, варта ўлічыць умовы, якія ў яўным выглядзе не сфармуляваны ў задачы:

1) шукаемы лік дзеліцца на 2, значыць, ён цотны;

2) шукаемы лік дзеліцца на 4, значыць, ён не меншы за 4.

Далей усе спробы будзем фіксаваць у табл. 2.

Табліца 2

Колькасць кніг	Раскладваюцца		
	па 2	па 3	па 4
4	так	не	так
6	так	так	не
8	так	не	так
10	так	не	не
12	так	так	так
14	так	не	не
16	так	не	так
18	так	так	не

Толькі супраць ліку 12 стаяць усе словы "так" (лік 12 дзеліцца і на 2, і на 3, і на 4). Адказ атрымалі за 8 спроб.

Адказ. На сталае 12 кніг.

Задача 4 ("Матэматыка 2", с. 84, № 5). У Вані і Юлі разам 10 манет. У Вані трохкапеечныя манеты, а ў Юлі — двухкапеечныя. Groшай у іх пароўну. Колькі грошай у Юлі?

Рашэнне. Трэба знайсці 2 лікі (колькасць манет у кожнага з дзяцей), якія адпавядаюць умовам:

1) сума лікаў роўна 10;

2) калі адзін з лікаў памножыць на 3, а другі на 2, то павінны атрымацца аднолькавыя лікі.

Гэтую задачу можна рашыць рознымі спосабамі.

Спосаб 1 (падбор). Паступова перабіраем усе магчымыя варыянты, пакуль не атрымаем патрэбныя лікі.

Няхай, напрыклад, у Вані адна манета (3 к.) і ўсяго грошай 3 капейкі. Тады ў Юлі будзе 9 манет ($10 - 1 = 9$) па 2 к. і ўсяго грошай 18 капеек. Мы зрабілі першую спробу. Атрымалі: у Вані 3 капейкі, у Юлі 18 капеек. Гэта не адпавядае ўмове задачы, бо трэба, каб грошай у дзяцей было пароўну.

Працягваем перабар. Няхай цяпер у Вані 2 манеты па 3 к., а ў Юлі 8 манет ($10 - 2 = 8$) па 2 к. Атрымліваем: у Вані ўсяго грошай 6 капеек, а ў Юлі — 16 капеек. Гэта таксама не адпавядае ўмове.

Трэба працягваць перабар. Для зручнасці ўсе спробы будзем фіксаваць у табл. 3.

Табліца 3

Ваня		Юля	
колькасць манет (па 3 капейкі)	сума грошай	колькасць манет (па 2 капейкі)	сума грошай
1	3 капейкі	9	18 капеек
2	6 капеек	8	16 капеек
3	9 капеек	7	14 капеек
4	12 капеек	6	12 капеек

Бачым, што лікі 4 і 6 адпавядаюць умовам задачы:

$$1) 4 + 6 = 10;$$

$$2) 4 \cdot 3 = 12 \text{ і } 6 \cdot 2 = 12.$$

Значыць, у Вані 4 манеты па 3 к., а ў Юлі 6 манет па 2 к. У кожнага з іх па 12 капеек.

Перабор можна пачынаць і з колькасці манет у Юлі. У гэтым выпадку атрымаем табл. 4.

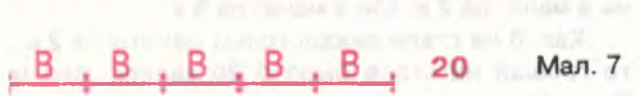
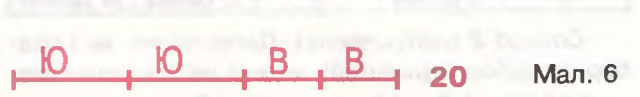
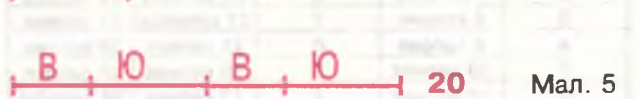
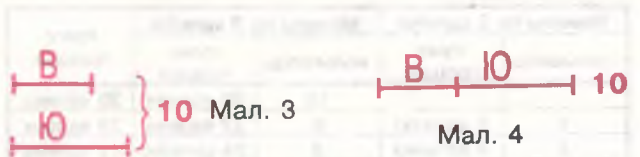
Табліца 4

Юля		Ваня	
колькасць манет (па 2 капейкі)	сума грошай	колькасць манет (па 3 капейкі)	сума грошай
1	2 капейкі	9	27 капеек
2	4 капейкі	8	24 капейкі
3	6 капеек	7	21 капейка
4	8 капеек	6	18 капеек
5	10 капеек	5	15 капеек
6	12 капеек	4	12 капеек

Колькасць спроб пры такім перабары большая.

Спосаб 2 (дапушчэнне). Дапусцім, што ў дзяцей аднолькавая колькасць манет (5). Тады ў Вані ўсяго грошай 15 капеек ($3 \cdot 5 = 15$), а ў Юлі 10 капеек ($2 \cdot 5 = 10$). У Вані на 5 капеек больш ($15 - 10 = 5$), а па ўмове задачы трэба, каб было пароўну. Пры гэтым заўважаем: калі ўзяць у іх па адной манеце, то атрымаем 5 капеек ($2 + 3 = 5$). Таму розніцу ў 5 капеек можна ліквідаваць, калі ў Вані адняць адну манету ў 3 к., а Юлі дадаць адну манету ў 2 к. Атрымаем: у Вані 4 манеты па 3 к. (ўсяго 12 капеек), а ў Юлі 6 манет па 2 к. (ўсяго таксама 12 капеек).

Спосаб 3 (графічны). У Юлі і Вані аднолькавая колькасць грошай. Адзначым гэта аднолькавымі адрэзкамі (мал. 1).



У Вані манеты па 3 к. Колькасць манет у яго будзе ў 3 разы меншай за колькасць грошай. У Юлі манеты па 2 к., таму колькасць манет у яе будзе ў 2 разы меншай за колькасць грошай. Адзначым гэта

таксама адрэзкамі, падзяліўшы адзін з іх на 3 роўныя часткі, а другі — на 2 (мал. 2).

Разам манет у дзяцей 10 (мал. 3). Размесцім адрэзкі В і Ю на адной прамой (мал. 4). Падвоім атрыманы адрэзак (мал. 5).

Для зручнасці перагрупуем адрэзкі (мал. 6). Два адрэзкі Ю можна замяніць трыма адрэзкамі В (мал. 7).

Бачым: пяці адрэзкам В адпавядае лік 20. Тады аднаму адрэзку В адпавядае лік 4 ($20 : 5 = 4$). Адрэзак В — гэта колькасць манет у Вані. Атрымалі: у Вані 4 манеты па 3 к. грошай у Вані 12 капеек ($3 \cdot 4 = 12$). Тады ў Юлі будзе 6 манет: $10 - 4 = 6$. Грошай у Юлі 12 капеек ($2 \cdot 6 = 12$).

Адказ. У Юлі 12 капеек.

Задача 5 ("Матэматыка 2", с. 130, № 6). На сталe ляжалі 10 манет па 2 к. і па 3 к., усяго 24 капейкі. Колькі манет па 2 к., па 3 к.?

Рашэнне. Трэба падабраць два лікі, якія:

1) у суме даюць лік 10;

2) калі адзін з лікаў памножыць на 2, другі на 3 і скласці здабыткі, то атрымаецца лік 24.

Спосаб 1 (падбор). Перабіраем усе магчымыя варыянты, пачынаючы з колькасці манет па 3 к. (табл. 5).

Табліца 5

Манеты па 3 капейкі		Манеты па 2 капейкі		Усяго грошай
колькасць	сума грошай	колькасць	сума грошай	
		10	20 капеек	20 капеек
1	3 капейкі	9	18 капеек	21 капейка
2	6 капеек	8	16 капеек	22 капейкі
3	9 капеек	7	14 капеек	23 капейкі
4	12 капеек	6	12 капеек	24 капейкі

Бачым: каб атрымаць 24 капейкі, трэба ўзяць 4 манеты па 3 к. і 6 манет па 2 к.

Калі праводзіць перабор магчымых варыянтаў з колькасці манет па 2 к., то атрымаем табл. 6.

Табліца 6

Манеты па 2 капейкі		Манеты па 3 капейкі		Усяго грошай
колькасць	сума грошай	колькасць	сума грошай	
		10	30 капеек	30 капеек
1	2 капейкі	9	27 капеек	29 капеек
2	4 капейкі	8	24 капейкі	28 капеек
3	6 капеек	7	21 капейка	27 капеек
4	8 капеек	6	18 капеек	26 капеек
5	10 капеек	5	15 капеек	25 капеек
6	12 капеек	4	12 капеек	24 капейкі

Спосаб 2 (дапушчэнне). Дапушчэнне, як і падбор (перабор варыянтаў), можна рабіць, пачынаючы з манет па 2 к. або з манет па 3 к.

Калі б на сталe ляжалі толькі манеты па 2 к., то грошай на сталe было б 20 капеек. Але іх было 24 капейкі. Не хапае 4 капеек. Калі адну манету ў 2 к. замяніць манетай у 3 к., сума грошай павялічыцца на 1 капейку. Паколькі суму трэба павялічыць на 4 капейкі, то трэба 4 манеты па 2 к. замяніць манетами па 3 к. Тады манет па 2 к. застанецца 6.

Гэтыя разважанні можна запісаць па дзеяннях наступным чынам:

1) $2 \cdot 10 = 20$ (к.) — было б грошай на сталe, калі б усе манеты былі па 2 к.;

2) $24 - 20 = 4$ (к.) — столькі грошай не хапае;

3) $3 - 2 = 1$ (к.) — розніца паміж манетай у 3 к. і манетай у 2 к.;

4) $4 : 1 = 4$ (м.) — колькасць манет па 3 к.;

5) $10 - 4 = 6$ (м.) — колькасць манет па 2 к.

Аналагічныя разважанні атрымліваем пры дапушчэнні, што на сталe ляжалі ўсе манеты па 3 к.

1) $3 \cdot 10 = 30$ (к.) — было б грошай на сталe, калі б усе манеты былі па 3 к.;

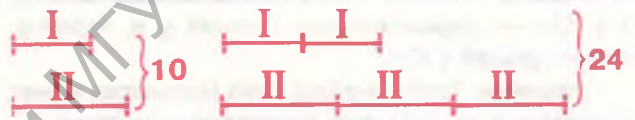
2) $30 - 24 = 6$ (к.) — лішнія грошы;

3) $3 - 2 = 1$ (к.) — розніца паміж манетай у 3 к. і манетай у 2 к.;

4) $6 : 1 = 6$ (м.) — колькасць манет па 2 к.

5) $10 - 6 = 4$ (м.) — колькасць манет па 3 к.

Спосаб 3 (графічны). Абазначым адвольным адрэзкам I колькасць манет па 2 к., другім адвольным адрэзкам II — колькасць манет па 3 к. Усяго на сталe 10 манет (мал. 8).



Мал. 8

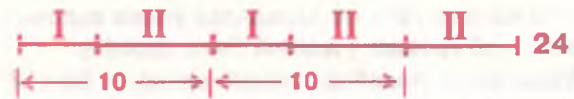
Мал. 9



Мал. 10



Мал. 11



Мал. 12

Колькасць грошай, што ўтвараюць манеты па 2 к., у 2 разы большая за колькасць манет. Намалюем адрэзак, што адпавядае колькасці грошай па 2 к., які будзе ў 2 разы даўжэйшым за адрэзак I. Колькасць грошай, што ўтвараюць манеты па 3 к., у 3 разы большая за колькасць манет. Таму намалюем адрэзак, які будзе ў 3 разы даўжэйшым за адрэзак II. Атрымаем другі чарцёж (мал. 9).

Размесцім атрыманыя адрэзкі на адной прамой (мал. 10). Для зручнасці перагрупуем іх (мал. 11). Улічваючы, што адрэзак I і адрэзак II разам утвараюць лік 10, атрымліваем чарцёж (мал. 12).

Далей рашаем: $10 + 10 = 20$; $24 - 20 = 4$.

Лік 4 адпавядае адрэзку II — колькасці манет па 3 к. Тады колькасць манет па 2 к. роўна 6 ($10 - 4 = 6$).

Адказ. На стала ляжалі 4 манеты па 3 к. і 6 манет па 2 к.

Задача 6 ("Матэматыка 3", с. 12, № 45). У двары гулялі авечкі і куры, у іх было разам 14 ног. Колькі было авечак і колькі курэй, калі ўсяго было 5 галоў?

Рашэнне. У авечкі 4 нагі, у курыцы 2 нагі. Усяго жывёл у двары 5, а ног 14.

Спосаб 1 (падбор). Перабор пачынаем з колькасці авечак (табл. 7).

Табліца 7

Авечкі		Куры		Усяго ног
колькасць галоў	колькасць ног	колькасць галоў	колькасць ног	
		5	10	10
1	4	4	8	12
2	8	3	6	14

Пачынаючы перабор з колькасці курэй, атрымліваем табл. 8.

Табліца 8

Куры		Авечкі		Усяго ног
колькасць галоў	колькасць ног	колькасць галоў	колькасць ног	
		5	20	20
1	2	4	16	18
2	4	3	12	16
3	6	2	8	14

Адказ. 14 ног маюць 2 авечкі і 3 курыцы.

Спосаб 2 (дапушчэнне). Дапусцім, што ў двары гулялі толькі авечкі.

- $4 \cdot 5 = 20$ (н.) — было 6 ног, калі 6 у двары былі толькі авечкі;
- $20 - 14 = 6$ (н.) — лішнія ногі;
- $4 - 2 = 2$ (н.) — на столькі ног больш у авечкі, чым у курыцы;
- $6 : 2 = 3$ (к.) — колькасць курэй у двары;
- $5 - 3 = 2$ (ав.) — колькасць авечак у двары.

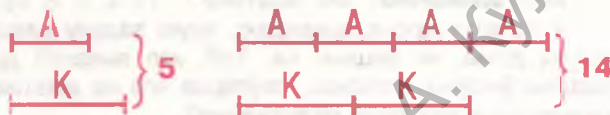
Калі зрабіць дапушчэнне, што ў двары гулялі толькі куры, то атрымліваем рашэнне:

- $2 \cdot 5 = 10$ (н.) — было 6 ног, калі 6 у двары былі толькі куры;
- $14 - 10 = 4$ (н.) — не хапае ног;
- $4 - 2 = 2$ (н.) — на столькі ног больш у авечкі, чым у курыцы;
- $4 : 2 = 2$ (ав.) — колькасць авечак у двары;
- $5 - 2 = 3$ (к.) — колькасць курэй у двары.

Спосаб 3 (графічны). Абазначым адвольным адрэзкам А колькасць авечак у двары і другім

адвольным адрэзкам К колькасць курэй у двары. Усяго ў двары 5 галоў (мал. 13).

Колькасць ног у авечак у 4 разы большая за колькасць галоў, таму намалюем адрэзак, што адпавядае колькасці ног авечак, які будзе ў 4 разы даўжэйшым за адрэзак А. Колькасць ног у курэй у 2 разы большая за колькасць галоў, таму намалюем адрэзак, які будзе ў 2 разы даўжэйшым за адрэзак К. Атрымаем другі чарцёж (мал. 14).



Мал. 13

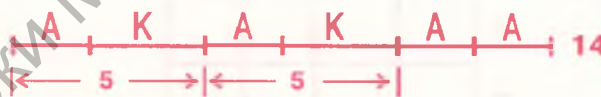
Мал. 14



Мал. 15



Мал. 16



Мал. 17

Размесцім атрыманыя адрэзкі на адной прамой (мал. 15). Для зручнасці перагрупуем іх (мал. 16). Улічваючы, што адрэзак А і адрэзак К разам даюць лік 5, атрымліваем чарцёж (мал. 17).

Далей рашаем: $5 + 5 = 10$; $14 - 10 = 4$.

Лік 4 адпавядае двум адрэзкам А, тады аднаму адрэзку А адпавядае лік 2 ($4 : 2 = 2$).

Па нашай умове адрэзак А абазначае колькасць авечак у двары.

Значыць, у двары 2 авечкі, а курэй 3 ($5 - 2 = 3$).

Адказ. У двары гулялі 2 авечкі і 3 курыцы.

**В. У. НИКАЛАЕВА,
Т. М. ЧАБАТАРЭЎСКАЯ,
Л. А. БОНДАРАВА.**

**Кафедра метадыкі
выкладання матэматыкі
Магілёўскага педагагічнага інстытута.**

(Заканчэнне будзе)