

УДК 517.912+621.378

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА – БЛОХА В ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОРОДНОГО ПОЛЯ

Марченко И. В., Тимощенко Е. В., Юревич В. А. (Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова», кафедра математики и информатики)

Аннотация. Определены условия автоколебательных решений нелинейной системы уравнений, описывающих усиление когерентного поля при отражении тонким слоем плотной резонансной среды.

Введение. Изучение возможности усиления света при отражении особо тонким слоем активных резонансных сред актуально в связи с проводимыми в последние годы интенсивными исследованиями физических свойств наноразмерных структур. Для описания переходных процессов в схеме усиления света при резонансном отражении тонкой планарной пленкой может быть использована нелинейная система дифференциальных уравнений для переменных однородного поля в пленке и отклика активной среды [1]. Динамика переходных процессов может принимать характер автоколебаний, период которых зависит от сочетания параметров системы и представляет наблюдаемую величину, измеримую в экспериментах. Эта зависимость используется для диагностики свойств материалов исследуемых тонких слоев. Такие материалы лежат в основе физического уровня ИТ-устройств.

Математическая модель. Приведенная ниже модификация схемы расчета, известной как система оптических уравнений Максвелла – Блоха, в нормированном времени τ описывает динамику энергообмена нормированного светового поля $\epsilon(\tau)$ с наноразмерным резонансным слоем при учете высокой концентрации образующих среду дипольных частиц:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\tau} &= ne_i - (1 - \kappa n)R - \Delta S, & \frac{dS}{d\tau} &= \Delta R - (1 - \kappa n)S, \\ \frac{dn}{d\tau} &= \frac{1-n}{\tau_{12}} + e_i R - \kappa(R^2 + S^2), & \Delta &= \Delta\omega - \kappa\gamma n. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь R , S и n – материальные переменные резонансной поляризованности и разности заселенности (обычно именуемые координатами вектора Блоха), Δ – дефект резонанса с учетом нелинейного смещения ($\Delta\omega$ – нормированная линейная отстройка частоты), $e_i(\tau)$ – напряженность поля, падающего извне (фактор накачки), κ , γ , и τ_{12} – материальные параметры.

В этой записи системы характерно, что нелинейная отстройка частоты включает компонент, учитывающий влияние ближних полей диполей (из-за наличия локальной поправки к полю, действующему на диполи, с коэффициентом γ). Решения системы (1), автономной в случае постоянного уровня накачки – $e_i(\tau) = e_0$, имеют определенный физический смысл при начальных условиях $R(\tau = 0) = S(\tau = 0) = 0$, $n(\tau = 0) = 1$. Резонансная поляризация в инвертированной среде слоя вначале отсутствует, но затем возникает в результате самофазировки диполей через переизлучаемое поле, естественно происходящей в условиях однородного поля в слое. Усиленное когерентное отраженное поле с нормированной интенсивностью $I = \kappa^2(R^2 + S^2)$ представляет собой следствие сверхизлучательного процесса.

Результаты численного моделирования. Равновесные значения переменных R_s , S_s , n_s выражаются из сингулярных пределов уравнений (1). Нетрудно показать, что их величины можно определить из соотношений:

$$\begin{aligned} R_s &= -\frac{(1 - \kappa n_s)n_s e_0}{(1 - \kappa n_s)^2 + \Delta_s^2}, & S_s &= -\frac{\Delta_s n_s e_0}{(1 - \kappa n_s)^2 + \Delta_s^2}, \\ \frac{n_0 - n_s}{\tau_{12}} n_s &= \kappa(R_s^2 + S_s^2), & \Delta_s &= \Delta\omega - \kappa\gamma n_s. \end{aligned} \quad (2)$$

Для характеристики устойчивости рассматриваются решения (1), принадлежащие к относительно малой окрестности точек в фазовом пространстве, выражаемых решениями (2) относительно R_s , S_s и n_s .

Интересными с точки зрения корреляции динамического поведения модели (1) и возможной реальной временной развертки отраженного излучения представляются решения (1), которые соответствуют особой области ее коэффициентов. В этой области характеристическое уравнение, формулируемое на основе линеаризованного аналога системы (1) может иметь один действительный и два комплексных корня (ζ_1 и $\zeta_{2,3}$):

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \nu_- - \nu_+ - \frac{1}{3\tau_{12}} - \frac{2}{3}(1 - \kappa n_s), \\ \nu_{\pm} &= \sqrt[3]{g \pm \sqrt{D}}, & D &= g^2 + p^3, \\ \zeta_{2,3} &= -\frac{1}{3\tau_{12}} - \frac{2}{3}(1 - \kappa n_s) + \frac{1}{2}(\nu_+ + \nu_-) \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}(\nu_+ - \nu_-), \end{aligned} \quad (3)$$

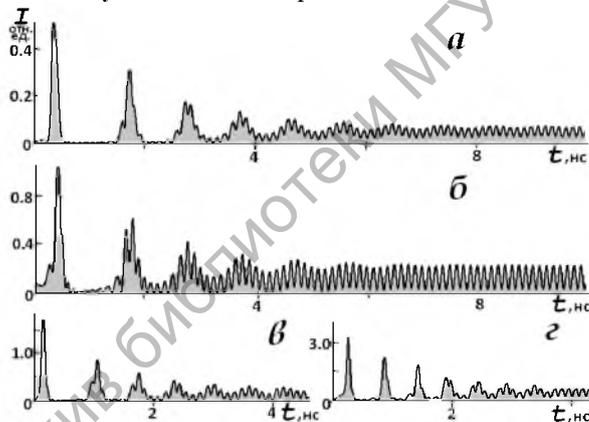
где

$$\begin{aligned} p &= \left[3(q - \kappa m + \Delta_s^2) - b^2 \right] / 9, & 2g &= 2b^3 / 27 - b(q - \kappa m + \Delta_s^2) / 3 + \Delta [b\Delta_s - \kappa(e_0 S_s - \gamma m)], \\ q &= e_0(e_0 - 2\kappa R_s - \kappa\gamma S_s), & m &= e_0 R_s - 2\kappa(R_s^2 + S_s^2), & b &= \frac{1}{\tau_{12}} - 1 + \kappa n_s. \end{aligned}$$

Незатухающие со временем периодические изменения переменных отклика $R(\tau)$, $S(\tau)$ и, соответственно, нормированной интенсивности отраженного светового поля I , возможны при таких сочетаниях значений коэффициентов (1), при которых действительная часть корней $\zeta_{2,3}$ (3) положительна. То есть для неустойчивости равновесных состояний (2) по типу неустойчивый фокус должны выполняться условия:

$$\frac{1}{2}(v_+ + v_-) > \frac{1}{3\tau_{12}} + \frac{2}{3}(1 - \kappa n_s), \quad D > 0; \quad (4)$$

второе требование в (4) – положительная величина дискриминанта – и означает условие существования комплексных корней (3). Тогда развертка интенсивности генерируемого излучения представлена релаксационными пульсациями, изображенными на рисунке. Численные расчеты проведены для набора параметров, соответствующего используемым в оптике и лазерной физике полупроводниковым кванторазмерным структурам, возбуждаемым излучением в спектральной области экситонного резонанса.



$$e_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ (а)}, 10 \cdot 10^{-5} \text{ (б-в)}, \kappa = 1.025 \text{ (а, б)}, 1.05 \text{ (в)}, 1.08 \text{ (г)} \Delta = 2.0, \varphi = 1.95, \tau_{12} = 1 \cdot 10^{-3}$$

Временная зависимость интенсивности усиленного отраженного поля

Относительно низкочастотная составляющая интенсивности по мощности должна экспоненциально снижаться к некоторому равновесному уровню. Из-за нелинейной отстройки резонанса, обусловленной взаимным влиянием близких полей активных центров (атомов, ионов, экситонов), на этом этапе динамика излучения оказывается квазистационарной. Интенсивность периодически модулирована с частотой, зависящей от амплитуды поля возбуждения, что и описывается автоколебательными решениями (1).

Литература

1. Юревич, В. А. Об особенностях отражения света от тонкого слоя нелинейной среды / В. А. Юревич // Квант. электрон. – 1994. – Т. 21, № 10. – С. 959–961.