

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ПРАКТИКУМ

Могилев 2011

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
**«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.А. КУЛЕШОВА»**

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

ПРАКТИКУМ

Составители:

Т.В. Гостевич, Е.В. Кравец, И.И. Ситкевич



Могилев 2011

УДК 51 (075.8)

ББК 22.1

И60

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
УО «МГУ им. А.А. Кулешова»*

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой алгебры и геометрии
УО «МГУ им. А.А. Кулешова»
Б.Д. Чеботаревский;

кандидат педагогических наук доцент кафедры
математики и методики преподавания математики
УО «Мозырский педагогический университет им. И.П. Шамякина»,
Л.А. Иваненко

**Индивидуальные и контрольные задания по высшей
И60 математике:** практикум / сост. Т.В. Гостевич, Е.В. Кравец,
И.И. Ситкевич. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. –
84 с.

ISBN 978-985-480-688-4

Сборник содержит материал по следующим разделам: комплексные числа, определители и матрицы, системы линейных уравнений, метод координат, прямая линия на плоскости, функции и пределы, производные и дифференциалы, неопределенный интеграл, определенный интеграл, функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения, ряды, элементы комбинаторики, основы теории вероятностей, элементы математической статистики. Предназначен для организации самостоятельной работы студентов факультета естественных наук по высшей математике.

УДК 51 (075.8)

ББК 22.1

ISBN 978-985-480-688-4

© Оформление УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011
© Гостевич Т.В., Кравец Е.В.,
Ситкевич И.И., составление, 2011

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1

Комплексные числа

1. Найдите $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$, если

1.1. $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 - i.$

1.2. $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 - 3i.$

1.3. $z_1 = 1 - 3i, z_2 = 3 - i.$

1.4. $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 1 + i.$

1.5. $z_1 = 1 + 4i, z_2 = 4 - i.$

1.6. $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 3 - i.$

1.7. $z_1 = 1 + 5i, z_2 = 5 - i.$

1.8. $z_1 = -1 - 2i, z_2 = 1 + 2i.$

1.9. $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 2 + i.$

1.10. $z_1 = 2 + 2i, z_2 = 2 - i.$

1.11. $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 3 + i.$

1.12. $z_1 = 3 + i, z_2 = 2 + i.$

1.13. $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 2 + i.$

1.14. $z_1 = 3 - i, z_2 = 1 + i.$

1.15. $z_1 = 1 - i, z_2 = 5 - 2i.$

1.16. $z_1 = -2 + 2i, z_2 = 3 - i.$

1.17. $z_1 = 1 + 6i, z_2 = 3 - i.$

1.18. $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 - i.$

1.19. $z_1 = 2 + 2i, z_2 = 1 - i.$

1.20. $z_1 = -1 - i, z_2 = 2 + i.$

2. Найдите:

2.1. $(-1 - i\sqrt{3})^{15}.$

2.2. $(\sqrt{3} + i)^{12}.$

2.3. $(-1 + i\sqrt{3})^{10}.$

2.4. $(\sqrt{3} - i)^{10}.$

2.5. $(1 - i\sqrt{3})^{12}.$

2.6. $(-\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{15}.$

2.7. $(1 + i\sqrt{3})^{15}.$

2.8. $(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{10}.$

2.9. $(1 + i)^{15}.$

2.10. $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^8.$

2.11. $(-1 - i)^{10}.$

2.12. $(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{15}.$

2.13. $(-1 + i)^9.$

2.14. $(3 - i\sqrt{3})^{10}.$

2.15. $(1 - i)^8.$

2.16. $(-3 - i\sqrt{3})^{12}.$

2.17. $(-\sqrt{3} - i)^{15}.$

2.18. $(3 + i\sqrt{3})^8.$

2.19. $(-\sqrt{3} + i)^{10}.$

2.20. $(-3 + i\sqrt{3})^{12}.$

3. Решите уравнение на множестве комплексных чисел.

3.1. $z^3 + 8 = 0.$

3.2. $z^4 + 1 = 0.$

3.3. $z^2 + 36 = 0.$

3.4. $z^2 + 81 = 0.$

3.5. $z^2 + 25 = 0.$

3.6. $z^3 + 64 = 0.$

3.7. $z^2 + 9 = 0.$

3.8. $z^3 + 1 = 0.$

3.9. $x^4 + 4 = 0.$

3.10. $x^2 + 4 = 0.$

3.11. $x^4 + 16 = 0.$

3.12. $x^4 + i = 0.$

3.13. $z^5 + 32 = 0$.

3.15. $x^3 + 64 = 0$.

3.17. $z^3 + 27 = 0$.

3.19. $z^2 + 1 = 0$.

3.14. $x^3 + 8i = 0$.

3.16. $x^2 + 25i = 0$.

3.18. $x^2 + 9i = 0$.

3.20. $x^3 + 27i = 0$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 2

Матрицы и определители

1. Даны две матрицы A и B . Найдите: а) $2A - 3B$; б) AB ; в) BA .

1.1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

1.2. $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & -1 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

1.3. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & -3 \end{pmatrix}$.

1.4. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -7 \\ 4 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

1.5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

1.6. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

1.7. $A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 4 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 8 \end{pmatrix}$.

$$1.8. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ -6 & 1 & 10 \\ 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$1.11. A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.12. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & -1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.13. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & -8 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.14. A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.15. A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 4 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.16. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -4 & 7 & 9 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.17. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.18. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & 5 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.19. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.20. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель: а) разложив его по элементам i -й строки; б) разложив его по элементам j -го столбца, в) по правилу Саррюса.

$$2.1. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad i=3, j=1$$

$$2.2. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad i=1, j=2$$

$$2.3. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad i=1, j=3$$

$$2.4. \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad i=1, j=3$$

$$2.5. \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad i=3, j=2$$

$$2.6. \begin{vmatrix} 10 & 1 & -5 \\ 4 & -8 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad i=2, j=2$$

$$2.7. \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad i=1, j=3$$

$$2.8. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & -5 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} \quad i=1, j=2$$

$$2.9. \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad i=2, j=1$$

$$2.10. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -9 \end{vmatrix} \quad i=3, j=1$$

$$2.11. \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{vmatrix} \quad i=3, j=2$$

$$2.12. \begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad i=1, j=2$$

$$2.13. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} i=2, j=2$$

$$2.14. \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{vmatrix} i=1, j=3$$

$$2.15. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 1 \end{vmatrix} i=1, j=3$$

$$2.16. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} i=2, j=1$$

$$2.17. \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 7 \end{vmatrix} i=1, j=2$$

$$2.18. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} i=1, j=1$$

$$2.19. \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 \\ -5 & -7 & -4 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix} i=3, j=2$$

$$2.20. \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} i=3, j=3$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 3

Системы линейных уравнений

1. Исследуйте системы линейных уравнений и, если система совместна и определена, найдите ее решение: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера.

$$1.1. \text{ а) } \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 4x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.2. \text{ а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + 3x_3 = 5, \\ 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

$$1.3. \text{ а) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$1.4. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 6x_1 - 4x_2 - 10x_3 = -16; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.5. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$1.6. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 8; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.7. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$1.8. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0; \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 3; \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$$

$$1.9. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4; \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$1.10. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6; \\ 5x_1 + 4x_3 = -20; \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x_1 - 4x_2 - 9x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 1; \\ 5x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.11. \text{ a) } \begin{cases} 4x_1 + 11x_3 = 39; \\ 7x_1 - 5x_2 = 24; \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 1; \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \\ 5x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$$

$$1.12. \text{ a) } \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2; \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3; \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1; \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

$$1.13. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7; \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 5; \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1; \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$1.14. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9; \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4; \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 8; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9; \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2; \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.15. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12; \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 8; \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15. \end{cases}$$

$$1.16. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 12; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -12; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2; \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1; \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8. \end{cases}$$

$$1.17. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2; \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9; \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2; \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 6; \\ 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$1.18. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12; \\ 4x_1 + x_3 = -7; \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 3; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 7; \\ 4x_1 - 3x_2 = 2. \end{cases}$$

$$1.19. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21; \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9; \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3; \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5; \\ 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$1.20. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x + 2x_3 = 8; \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11; \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2; \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решите однородную систему линейных уравнений.

$$2.1. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.15. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.16. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.17. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.18. \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.19. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2.20. \begin{cases} 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Пользуясь теоремой Кронекера-Капелли, установите совместность или несовместность системы линейных уравнений. В случае совместности системы охарактеризуйте множество ее решений.

$$3.1. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 9x_2 - x_3 = 3, \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ -2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases}$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 4

Метод координат

1. Даны точки: $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$.

Постройте треугольник ABC и найдите длины его медиан.

1.1. $A(0; 7)$, $B(2; -1)$, $C(1; 6)$.

1.2. $A(1; 4)$, $B(3; 1)$, $C(5; -1)$.

1.3. $A(4; 6)$, $B(4; 2)$, $C(1; 2)$.

1.4. $A(5; 3)$, $B(4; 4)$, $C(5; 7)$.

1.5. $A(6; 8)$, $B(5; 4)$, $C(2; 4)$.

1.6. $A(0; 7)$, $B(0; 2)$, $C(1; 5)$.

1.7. $A(4; 4)$, $B(7; 10)$, $C(2; 8)$.

1.8. $A(9; 4)$, $B(10; 10)$, $C(5; 9)$.

1.9. $A(5; 4)$, $B(7; 4)$, $C(4; 8)$.

1.10. $A(3; 5)$, $B(8; 7)$, $C(5; 10)$.

1.11. $A(9; 6)$, $B(8; 2)$, $C(10; 3)$.

1.12. $A(1; 2)$, $B(5; 6)$, $C(4; 9)$.

1.13. $A(-6; 6)$, $B(4; -9)$, $C(4; 6)$.

1.14. $A(2; 2)$, $B(-5; 7)$, $C(5; -3)$.

1.15. $A(8; -6)$, $B(10; 5)$, $C(5; 6)$.

1.16. $A(1; -1)$, $B(6; 5)$, $C(3; 5)$.

1.17. $A(1; -2)$, $B(4; 2)$, $C(2; 3)$.

1.18. $A(3; 5)$, $B(5; -7)$, $C(1; 2)$.

1.19. $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(4; 2)$.

1.20. $A(2; 1)$, $B(2; -5)$, $C(5; 4)$.

2. Найдите полярные координаты точки M , если ее декартовы координаты равны:

2.1. $(-\sqrt{3}; -1)$.

2.2. $(-3; 3)$.

2.3. $(0; -5)$.

2.4. $(-\sqrt{3}; 1)$.

2.5. $(3; 3)$.

2.6. $(-2; 2)$.

2.7. $(\sqrt{3}; -1)$.

2.8. $(-3; -3)$.

2.9. $(-4; 0)$.

- 2.10. $(2\sqrt{3}; 2)$. 2.11. $(3; -3)$. 2.12. $(2; 2)$.
 2.13. $(\sqrt{3}; 1)$. 2.14. $(-2\sqrt{3}; 2)$. 2.15. $(2; -2)$.
 2.16. $(2\sqrt{3}; -2)$. 2.17. $(-1; 1)$. 2.18. $(4; 0)$.
 2.19. $(1; 1)$. 2.20. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин: $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$.

Постройте треугольник ABC и найдите длины его сторон.

- 3.1. $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; -2)$, $C(1; 0; -2)$.
 3.2. $A(3; 1; 0)$, $B(1; 3; 4)$, $C(5; 0; -2)$.
 3.3. $A(0; 1; 0)$, $B(1; -3; 4)$, $C(4; 0; -2)$.
 3.4. $A(-3; 1; 0)$, $B(-1; 3; -4)$, $C(-5; 0; -2)$.
 3.5. $A(5; 1; 5)$, $B(-2; -3; -4)$, $C(4; 0; 0)$.
 3.6. $A(0; 2; 2)$, $B(3; -3; -4)$, $C(-4; 1; -2)$.
 3.7. $A(3; 1; 2)$, $B(5; -2; 1)$, $C(2; 1; -3)$.
 3.8. $A(3; -2; 1)$, $B(-1; -3; -4)$, $C(2; 1; -2)$.
 3.9. $A(1; 2; -2)$, $B(3; -3; 2)$, $C(1; -1; -2)$.
 3.10. $A(3; -2; 2)$, $B(4; -1; 0)$, $C(-2; 3; -2)$.
 3.11. $A(-1; -2; 3)$, $B(1; 1; 2)$, $C(-1; 0; 2)$.
 3.12. $A(-3; -1; 0)$, $B(1; -3; -4)$, $C(-5; 0; -2)$.
 3.13. $A(0; -1; 2)$, $B(1; 3; 4)$, $C(-4; 1; 2)$.
 3.14. $A(3; -1; 1)$, $B(1; -3; 4)$, $C(5; 2; 2)$.
 3.15. $A(-5; 1; -5)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-4; 1; 1)$.
 3.16. $A(0; -2; 2)$, $B(3; 3; 4)$, $C(4; 1; 2)$.
 3.17. $A(-3; 1; -2)$, $B(5; 2; -1)$, $C(-2; 1; 3)$.
 3.18. $A(-3; 2; 1)$, $B(1; 3; -4)$, $C(-2; 1; 2)$.
 3.19. $A(-1; 2; -2)$, $B(-3; 3; 2)$, $C(1; 1; 2)$.
 3.20. $A(3; 2; -2)$, $B(-4; 1; 0)$, $C(2; -3; -2)$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 5

Прямая линия на плоскости

1. Прямая задана общим уравнением $Ax + By + C = 0$.

а) постройте прямую в ПДСК;

б) приведите различные способы задания этой прямой (канонические, параметрические, с угловым коэффициентом).

- 1.1. $2x - y - 4 = 0$. 1.2. $4x + y - 1 = 0$. 1.3. $x + y - 4 = 0$.
 1.4. $3x + y - 1 = 0$. 1.5. $2x - 3y + 6 = 0$. 1.6. $x + 2y - 4 = 0$.
 1.7. $2x + y - 3 = 0$. 1.8. $4x + 2y - 3 = 0$. 1.9. $3x + 2y - 1 = 0$.
 1.10. $2x + y - 5 = 0$. 1.11. $-5x + y - 2 = 0$. 1.12. $-2x + y - 1 = 0$.

- 1.13. $2x + y + 4 = 0$. 1.14. $4x - y + 1 = 0$. 1.15. $x - y + 4 = 0$.
 1.16. $3x - y + 1 = 0$. 1.17. $2x + 3y - 6 = 0$. 1.18. $x - 2y + 4 = 0$.
 1.19. $2x - y + 3 = 0$. 1.20. $4x - 2y + 3 = 0$.

2. Даны три точки $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, $A_3(x_3; y_3)$.

Составьте уравнения:

- а) прямой A_1A_2 ;
 б) прямой A_1M , перпендикулярной прямой A_1A_2 ;
 в) прямой A_1N , параллельной прямой A_1A_2 ;

Вычислите:

г) угол между прямыми A_1A_2 и A_1A_3 .

- 2.1. $A_1(-2; -2)$, $A_2(6; -8)$, $A_3(8; 8)$.
 2.2. $A_1(3; -4)$, $A_2(5; 6)$, $A_3(-1; 5)$.
 2.3. $A_1(-3; 3)$, $A_2(9; -5)$, $A_3(3; 7)$.
 2.4. $A_1(-5; 2)$, $A_2(0; -4)$, $A_3(5; 7)$.
 2.5. $A_1(9; -9)$, $A_2(11; 7)$, $A_3(4; 13)$.
 2.6. $A_1(-2; 9)$, $A_2(-5; 3)$, $A_3(1; -4)$.
 2.7. $A_1(8; -7)$, $A_2(12; 1)$, $A_3(-2; 3)$.
 2.8. $A_1(5; -2)$, $A_2(-2; 0)$, $A_3(8; -2)$.
 2.9. $A_1(-2; 4)$, $A_2(8; -2)$, $A_3(6; 12)$.
 2.10. $A_1(4; 0)$, $A_2(12; 4)$, $A_3(-5; 3)$.
 2.11. $A_1(-7; -2)$, $A_2(-7; 4)$, $A_3(5; -5)$.
 2.12. $A_1(-3; -6)$, $A_2(7; 4)$, $A_3(-7; 2)$.
 2.13. $A_1(7; -5)$, $A_2(1; -8)$, $A_3(-6; -2)$.
 2.14. $A_1(-2; 0)$, $A_2(-3; -4)$, $A_3(9; 2)$.
 2.15. $A_1(0; -4)$, $A_2(-1; 7)$, $A_3(6; 2)$.
 2.16. $A_1(-3; 2)$, $A_2(7; -4)$, $A_3(0; 10)$.
 2.17. $A_1(1; 3)$, $A_2(-6; -3)$, $A_3(4; 3)$.
 2.18. $A_1(9; 2)$, $A_2(3; 6)$, $A_3(-6; -2)$.
 2.19. $A_1(1; -3)$, $A_2(0; 7)$, $A_3(-2; 4)$.
 2.20. $A_1(-4; 2)$, $A_2(9; -1)$, $A_3(2; 5)$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 6

Функции и пределы

1. Найдите пределы:

1.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4}{n^2 + 5}$.

1.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n^2 + 1}$.

1.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n}{n^2 + 1}$.

1.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3}{n^2 + 1}$.

1.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n^2 + 1}$.

1.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n}{n^2 - 1}$;

1.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+7}{n^2 + 8n - 1}$.

1.13. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 1}{n^2 + 4}$.

1.15. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 9}{n^2 - 4}$.

1.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 4}{n^2 - 3}$.

1.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+3}{n^2 - 2}$.

2. Найдите пределы:

2.1. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 20}{x^2 - 5x + 6}$;

2.2. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 + 3x - 5}$;

2.3. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3 - 27}$;

2.4. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{2x^2 + 3x - 9}$;

2.5. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6}$;

2.6. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^4 - 1}$;

2.7. a) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}$;

2.8. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$;

2.9. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}$;

2.10. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$;

1.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n}{n+1}$.

1.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-5}{n^2 + n + 1}$.

1.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{2n^2 + 1}$.

1.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+5}{n^2 - 1}$.

1.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+6}{n^2 - 3n + 1}$.

1.14. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n+2}{n-1}$.

1.16. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-9}{n^2 - 6n + 9}$.

1.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-5}{n^3 + 1}$.

1.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n-3}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12+x-x^2}{x^3 - 27}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 10}{x^3 - 1}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 + 2x - 40}{x^2 - 3x - 4}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 5x + 6}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x + 28}{x^2 - 4x}$.

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5}$.

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x - 1}$.

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x + 1}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 9x - 2}{x^2 - x + 3}$.

2.11. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}$;

2.12. а) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}$;

2.13. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}$;

2.14. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$;

2.15. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$;

2.16. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$;

2.17. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$;

2.18. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$;

2.19. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 - x - x^2}{x^3 - 27}$;

2.20. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$;

3. Найдите пределы:

3.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + 5}{x^3 + 4x^2 - x}$.

3.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - x^2 + 2}{x^4 - x^3 + 8}$.

3.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 18x}{6x^3 - 3x^2 + x - 3}$.

3.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + 2x^2 + 5x}{x^4 - 3x - 3}$.

3.9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - 2x + 1}{5x^2 + x - 5}$.

3.11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - 2x + 4}{2x^4 - 3x^2 - 2}$.

3.13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 9x + 4}{x^5 + 2x - 7}$.

3.15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 9x - 1}{5x^4 + 2x + 7}$.

3.17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - 7x^2 + 1}{x^3 + 4x - 3}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 5}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 9x - 2}{x^2 - x + 3}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 + 3x + 5}$.

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 1}{x^4 - x^2 - x + 1}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{3x^2 + 2x + 1}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x - 3}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 5x - 10}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{12 + x - x^2}$.

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{-x^2 + x + 2}$.

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 3}{2x^2 + 3x - 5}$.

3.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 9x}{2x^3 + 3x^2 - 2}$.

3.4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x^2 - 3x}{2x^3 - 3}$.

3.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x^2 + 7x - 3}$.

3.8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 8x + 3}{5x^2 + 3x + 4}$.

3.10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 9}{6x^3 + 2x + 1}$.

3.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x - 5}{x^2 - x + 7}$.

3.14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + x^6}{x^2 - 2x + 8}$.

3.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x - 3}{3x^4 + x - 1}$.

3.18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 7x^2 - 2x}{3x^2 + 11x - 3}$.

$$3.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 5x - 8}{1 + 4x - x^3}.$$

$$3.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^2 - 2}{2x^2 + 3x + 1}.$$

4. Докажите, что функция $f(x)$ при $x \rightarrow x_0$ является бесконечно малой, а функция $g(x)$ при $x \rightarrow x_1$ является бесконечно большой, если:

$$4.1. f(x) = \sin(x - 6), x_0 = 6, g(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^2}, x_1 = 1.$$

$$4.2. f(x) = \sqrt{9 + x} - 3, x_0 = 0, g(x) = \frac{1}{x - 7}, x_1 = 7.$$

$$4.3. f(x) = 2 \sin(2x - 6), x_0 = 3, g(x) = \frac{1}{(x^2 - 4)^2}, x_1 = 2.$$

$$4.4. f(x) = \sqrt{4 + x} - 2, x_0 = 0, g(x) = \frac{1}{2x - 6}, x_1 = 3.$$

$$4.5. f(x) = 3 \sin(x - 3), x_0 = 3, g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}, x_1 = 1.$$

$$4.6. f(x) = \sqrt{20 + x} - 5, x_0 = 5, g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}, x_1 = 1.$$

$$4.7. f(x) = 3 \cos(x - 2), x_0 = 3, g(x) = \frac{1}{x - 1}, x_1 = 1.$$

$$4.8. f(x) = e^{2x} - 1, x_0 = 0, g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}, x_1 = -\infty.$$

$$4.9. f(x) = \operatorname{tg}(x + 3), x_0 = -3, g(x) = \frac{1}{x^3 - 2x + 1}, x_1 = 1.$$

$$4.10. f(x) = \cos(2x - 1), x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{2 + x}, x_1 = -2.$$

$$4.11. f(x) = 2e^{3x} - 2, x_0 = 0, g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}, x_1 = 3.$$

$$4.12. f(x) = \cos(5x + 6), x_0 = -1, g(x) = x^2 + 3x + 2, x_1 = \infty.$$

$$4.13. f(x) = \operatorname{tg}(3x - 3), x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{x + 1}, x_1 = -1.$$

$$4.14. f(x) = 3 \ln(1 + x), x_0 = 0, g(x) = x^4 - 2x + 1, x_1 = \infty.$$

$$4.15. f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} - 3, x_0 = 2, g(x) = \frac{1}{\sin 2x}, x_1 = 0.$$

$$4.16. f(x) = \arcsin(5x - 5), x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}, x_1 = -1.$$

$$4.17. f(x) = \ln(2 - x), x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}, x_1 = -1.$$

$$4.18. f(x) = x^2 + x - 2, x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{x+3}, x_1 = -3.$$

$$4.19. f(x) = \operatorname{tg}(x^2 - 1), x_0 = 1, g(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}, x_1 = -2.$$

$$4.20. f(x) = \sqrt{3x^2 + 6} - 3, x_0 = 1, g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x, x_1 = -\infty.$$

5. Установите область непрерывности функций. Найдите точки разрыва этих функций и определите их тип.

$$5.1. y = \frac{x+4}{3-2x}.$$

$$5.2. y = \frac{1}{x^2 + x - 2}.$$

$$5.3. y = \frac{2x+1}{3-x}.$$

$$5.4. y = \frac{3x-1}{4+3x}.$$

$$5.5. y = x^2 - 3x - 1.$$

$$5.6. y = \sqrt{x^2 - 49}.$$

$$5.7. y = \sqrt{25 - x^2}.$$

$$5.8. y = \sqrt{9 - x^2}.$$

$$5.9. y = \frac{3x+5}{2-x}.$$

$$5.10. y = \frac{1}{x^2 + 5x + 4}.$$

$$5.11. y = x^2 - 12x + 20.$$

$$5.12. y = x^4 - 3x^2 + 1.$$

$$5.13. y = \frac{x-1}{4-2x}.$$

$$5.14. y = \frac{5x+1}{5-x}.$$

$$5.15. y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}.$$

$$5.16. y = \sqrt{-2x^2 - 3x + 1}.$$

$$5.17. y = x^2 - 5x + 6.$$

$$5.18. y = 1 - \sqrt{1+x}.$$

$$5.19. y = \sqrt{x-5} + \sqrt{5-x}.$$

$$5.20. y = x^2 - x - 2.$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 7

Производные и дифференциалы

1. Продифференцируйте данные функции.

$$1.1. \text{ а) } y = \frac{1}{x^2} - \sqrt[3]{x^5} - 8x^4 + \frac{3}{\sqrt{x}};$$

$$\text{ б) } y = \sin^2 5x.$$

$$1.2. \text{ а) } y = \frac{1}{5}x^5 + 3\sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^7}} - 3x;$$

$$\text{ б) } y = \operatorname{ctg}^3 7x.$$

$$1.3. \text{ а) } y = \frac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^5} + \frac{1}{22}x^{11} + \frac{1}{2\sqrt{x}};$$

$$\text{ б) } y = 3^{\ln x}.$$

$$1.4. \text{ а) } y = 3x^7 + \frac{12}{x^6} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^4}} - \sqrt[3]{x};$$

$$\text{ б) } y = e^{\cos x}.$$

- 1.5. а) $y = -\frac{3}{x^5} - \sqrt[6]{x^{11}} + 2x^9 + \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$; б) $y = \ln^2 3x$.
- 1.6. а) $y = 32x^2 + \frac{2}{\sqrt[4]{x}} - \frac{8}{x^{10}} + 7\sqrt{x^5}$; б) $y = \operatorname{ctg}^3 7x$.
- 1.7. а) $y = \frac{4}{x^5} - \sqrt[10]{x^3} - 13x^{13} + 3\sqrt{x}$; б) $y = \ln^2 3x$.
- 1.8. а) $y = \frac{4}{x^3} + \sqrt[8]{x^5} + x^4 + \frac{5}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = 10^{2x}$.
- 1.9. а) $y = \frac{1}{4x^4} - \frac{\sqrt[3]{x^7}}{7} - \frac{x^9}{9} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^7}}$; б) $y = \operatorname{tg}^2 4x$.
- 1.10. а) $y = \frac{3}{x} + \frac{\sqrt[7]{x^4}}{7} - \frac{2x^{11}}{33} + \frac{5}{\sqrt[5]{x^8}}$; б) $y = e^{\sin x}$.
- 1.11. а) $y = \frac{3}{\sqrt[9]{x^8}} + \sqrt{x^9} - \frac{2x^7}{3} + \frac{5}{x^8}$; б) $y = 5^{\sin x}$.
- 1.12. а) $y = \frac{3}{x^4} - \frac{5\sqrt{x^7}}{7} + x^7 + \frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}$; б) $y = \operatorname{ctg}^2 7x$.
- 1.13. а) $y = x^9 + \frac{1}{x^9} + \sqrt[4]{x^9} - \frac{3}{\sqrt[5]{x^6}}$; б) $y = \cos^4 5x$.
- 1.14. а) $y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7x^7} + \frac{6}{19}\sqrt[6]{x^{19}} + \frac{7}{9\sqrt[7]{x^9}}$; б) $y = \sin^3 2x$.
- 1.15. а) $y = -\frac{3}{10}x^{10} - \frac{12}{5x^5} - \sqrt[4]{x^7} - \frac{5}{4\sqrt[5]{x^8}}$; б) $y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 3x$.
- 1.16. а) $y = x^{15} - \frac{12}{x^{13}} - 11\sqrt[3]{x^5} - \frac{7}{3\sqrt[7]{x^6}}$; б) $y = \sin^2 5x$.
- 1.17. а) $y = \frac{2}{x^3} - \sqrt[11]{x^{15}} + 3x^7 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^9}}$; б) $y = \arccos 3x$.
- 1.18. а) $y = \frac{3}{\sqrt[11]{x^8}} + \sqrt[5]{x^9} - \frac{2x^5}{5} + \frac{5}{x^{12}}$; б) $y = \arcsin 2x$.
- 1.19. а) $y = \frac{x^{13}}{26} - \frac{5}{14\sqrt{x^5}} + \frac{1}{13x^{13}} + \sqrt[7]{x^9}$; б) $y = \cos^2 3x$.
- 1.20. а) $y = \frac{3}{x^5} - 7\sqrt[4]{x^8} + 2x^5 + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = \operatorname{tg}^3 5x$.

2. Найдите y' , y'' и y''' .

2.1. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

2.3. $y = 3x^7 - 4x + 2$.

2.5. $y = 4x^2 + 3x + 2$.

2.7. $y = 5x^3 + 4x^7 - 1$.

2.9. $y = 3x^3 + 2x - 3$.

2.11. $y = 2x^5 - 3x + 4$.

2.13. $y = 3x^2 - 5x + 2$.

2.15. $y = 8x^4 - 3x + 5$.

2.17. $y = 7x^3 + 5x - 3$.

2.19. $y = 2x^2 + 3x - 2$.

3. Найдите дифференциал функции.

3.1. $y = \ln x - \operatorname{ctg} 3x$.

3.3. $y = 2^x - \operatorname{tg} 2x$.

3.5. $y = \frac{2x}{x^3 - 2}$.

3.7. $y = x^2 \ln x$.

3.9. $y = \sqrt{2x} + \sin 2x$.

3.11. $y = \frac{\sin 3x}{x}$.

3.13. $y = \sin 2x + e^x$.

3.15. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

3.17. $y = 3\sqrt{x} + 4x^2$.

3.19. $y = 5^x - \operatorname{tg} 3x$.

4. Найдите указанные пределы, используя правило Лопиталья.

4.1. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{ctg} 4x}{\operatorname{tg} 4x}$.

4.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{e^x}$.

4.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(x-1)}$.

4.7. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} 2x}$.

2.2. $y = 7^x$.

2.4. $y = \operatorname{ctg} x$.

2.6. $y = \ln x$.

2.8. $y = \sin x$.

2.10. $y = \cos x$.

2.12. $y = 5^x$.

2.14. $y = \operatorname{tg} x$.

2.16. $y = \frac{1}{x}$.

2.18. $y = \sqrt{x}$.

2.20. $y = 3^x$.

3.2. $y = \ln 5x + \sqrt{x-1}$.

3.4. $y = \ln 4x + \sin 5x$.

3.6. $y = \frac{3x}{x-1}$.

3.8. $y = \sqrt{2x-1} - \cos 3x$.

3.10. $y = \operatorname{tg} 2x + \sin 2x$.

3.12. $y = \frac{5x}{\cos x}$.

3.14. $y = \cos 2x - 3^x$.

3.16. $y = \frac{x-1}{x}$.

3.18. $y = 2\sqrt{x} - 3x^3$.

3.20. $y = \ln x + \operatorname{ctg} 5x$.

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$.

4.4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{x^2}$.

4.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 7x}$.

4.8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^3}{\operatorname{ctg} 2x}$.

4.9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{x^3}$.

4.11. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\operatorname{ctg} \pi x}{\cos \pi x}$.

4.13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin \pi x}{\sin 2\pi x}$.

4.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{3x-3}$.

4.17. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\operatorname{ctg} 5x}$.

4.19. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{ctg} 4x}{\operatorname{tg} x}$.

4.10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+3}}{\ln(x+1)}$.

4.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}$.

4.14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8^x}{5x^3}$.

4.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin x}$.

4.18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{2x^4}$.

4.20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x+1}}{\ln(2x+1)}$.

5. Проведите полное исследование функции и постройте ее график.

5.1. $y = \frac{x-1}{x^2}$.

5.3. $y = \frac{x+1}{x^2}$.

5.5. $y = \frac{(x+5)^2}{x-6}$.

5.7. $y = \frac{x^3-8}{x}$.

5.9. $y = \frac{x^2-4}{x}$.

5.11. $y = \frac{(x+2)^2}{x-3}$.

5.13. $y = \frac{x}{x^2-4}$.

5.15. $y = \frac{x^2}{1-x^3}$.

5.17. $y = \frac{x}{x^3-8}$.

5.19. $y = \frac{(x+1)^2}{x-4}$.

5.2. $y = \frac{x^2}{x+1}$.

5.4. $y = \frac{x^2}{x-1}$.

5.6. $y = \frac{x+1}{(x-3)^2}$.

5.8. $y = x - \frac{16}{x}$.

5.10. $y = \frac{x}{x^2-9}$.

5.12. $y = \frac{x+2}{(x-1)^2}$.

5.14. $y = \frac{1-x^3}{x^2}$.

5.16. $y = x + \frac{1}{x^2}$.

5.18. $y = \frac{x^2}{x-5}$.

5.20. $y = \frac{x^2-16}{x}$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 9

Определенный интеграл

1. Используя формулу Ньютона-Лейбница, вычислите интеграл.

$$1.1. \int_2^4 \left(x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$1.2. \int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx.$$

$$1.3. \int_0^{\pi/2} (\cos x - \sqrt{x}) dx.$$

$$1.4. \int_2^4 \left(x^2 + \frac{2}{x} \right) dx.$$

$$1.5. \int_1^3 \frac{3x^2 - 2}{x^2} dx.$$

$$1.6. \int_2^5 \frac{dx}{2x - 3}.$$

$$1.7. \int_1^8 (3x + \sqrt[3]{x}) dx.$$

$$1.8. \int_0^{\pi/2} (\cos 2x + \sqrt[3]{x}) dx.$$

$$1.9. \int_4^5 (x^2 - 9)^3 dx.$$

$$1.10. \int_1^3 (x^2 - 3x)^2 dx.$$

$$1.11. \int_1^4 (x^2 + 2\sqrt{x}) dx.$$

$$1.12. \int_0^{\pi/4} (\sin 4x - \sqrt{x}) dx.$$

$$1.13. \int_{-1}^3 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx.$$

$$1.14. \int_1^2 \frac{dx}{3x - 2}.$$

$$1.15. \int_1^2 x(3 - x) dx.$$

$$1.16. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + x^2}.$$

$$1.17. \int_1^3 \frac{3x^4 + x^2}{x^2} dx.$$

$$1.18. \int_{-1}^0 \frac{3^x - 2^x}{6^x} dx.$$

$$1.19. \int_3^8 \sqrt{x+1} dx.$$

$$1.20. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

2. Вычислите интеграл.

$$2.1. \int_1^e x \ln x dx.$$

$$2.2. \int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx.$$

$$2.3. \int_0^{\pi/2} e^x \sin x dx.$$

$$2.4. \int_0^9 x e^{2x} dx.$$

$$2.5. \int_1^e x \ln 2x dx.$$

$$2.6. \int_0^{\pi/2} e^x \cos 2x dx.$$

$$2.7. \int_0^1 \operatorname{arctg} 2x dx.$$

$$2.8. \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

$$3.9. \int_0^1 \operatorname{arctg} 3x dx.$$

$$3.10. \int_0^{\pi/4} e^x \sin x dx.$$

2.11. $\int_0^1 \arcsin 2x \, dx$.

2.13. $\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{2} \, dx$.

2.15. $\int_0^1 \arccos 3x \, dx$.

2.17. $\int_0^{\pi/2} x \sin 2x \, dx$.

2.19. $\int_0^{\pi/2} x \cos 2x \, dx$.

2.12. $\int_0^2 x \arccos x \, dx$.

2.14. $\int_1^8 x \ln 5x \, dx$.

2.16. $\int_0^{\pi/4} x \cos x \, dx$.

2.18. $\int_1^4 x \cdot 2^x \, dx$.

2.20. $\int_0^{e-1} \ln(x+1) \, dx$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 10

Функции нескольких переменных

1. Найдите частные производные функции.

1.1. $z = x^3 + 2y^2x + \sin x$.

1.3. $z = x^2 - 3xy^3 - 4y$.

1.5. $z = x^3 + 3y^2x + \cos x$.

1.7. $z = \ln x - xy + 4y^2$.

1.9. $z = x\sqrt{y} + \sin x - 3y$.

1.11. $z = 5^x - xy^3 + 3y$.

1.13. $z = e^x - xy^2 + 5y$.

1.15. $z = x^2 + \cos y - 5yx^2$.

1.17. $z = 3^x - x^2y - 4y$.

1.19. $z = e^y + x^2y - 3y$.

1.2. $z = x^3y^2 - \sin x - 4y$.

1.4. $z = x^2 - \sin y + 3yx$.

1.6. $z = x^2 - 2xy^2 + y^3$.

1.8. $z = x^3 - \cos x - 2yx$.

1.10. $z = x^3 + y^3 - xy^2$.

1.12. $z = \ln x - x^2y - 3y^2$.

1.14. $z = x^3y^2 - \cos x + 3y$.

1.16. $z = x^3 - 5xy^2 + 8y$.

1.18. $z = \ln x - xy^2 - 3y^3$.

1.20. $z = \ln y - x^2y + 5x^3$.

2. Найдите дифференциал функции.

2.1. $z = xy^2 - x^3$.

2.3. $z = \cos xy^2$.

2.5. $z = \operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{y}}{x}$.

2.7. $z = \ln(xy - y)$.

2.9. $z = \sqrt{x - 5y^2}$.

2.11. $z = \cos(x^3 + 4y)$.

2.2. $z = \sqrt{x^2 + 2y^2}$.

2.4. $z = \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$.

2.6. $z = \ln(x + y^2)$.

2.8. $z = \sin(x - y^2)$.

2.10. $z = y^{2x}$.

2.12. $z = y + x^2y$.

2.13. $z = \operatorname{arccctg} \frac{x}{\sqrt{y}}$.

2.14. $z = \sqrt{y^2 - x^3}$.

2.15. $z = y^{2x} + x$.

2.16. $z = \sin x^2 y$.

2.17. $z = x - 5y^2 x$.

2.18. $z = e^{2x+y}$.

2.19. $z = x \cos y^2$.

2.20. $z = \ln(xy^2 - x^2)$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 11

Дифференциальные уравнения

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1.1. $y^2 y' = e^{-y^3} \ln x$.

1.2. $y' \ln y = yx^2 \ln x$.

1.3. $yy' = e^{-y} x^2 \sin x^3$.

1.4. $\sqrt{1-x^2} y^2 y' = \arcsin x$.

1.5. $y' = (x \sin y)^2 \cos x$.

1.6. $2yy' = \frac{x^2}{\sqrt{1-y^2}}$.

1.7. $e^x y' = \sqrt{1-y}$.

1.8. $(x \ln y)^2 y' = y$.

1.9. $y' = (y^2 + 4y + 5)(x^2 + 4x + 5)$.

1.10. $y'(x^2 + 8x + 17) \ln y = 1$.

1.11. $yy' = (y^4 - 2y^2 + 10)(x^4 - 2x^2 + 10)$.

1.12. $\sqrt{xy^2 + 1 + x + y^2} dx = y dy$.

1.13. $y dy + x^2 e^{y+x^3} dx = 0$.

1.14. $\sqrt[3]{xy + 2y} dx = dy$.

1.15. $yy' = e^{y^2+x}$.

1.16. $yy' = x\sqrt{x^2 y^2 + 1 + x^2 + y^2}$.

1.17. $(x^2 + 4x + 5)y' = e^y$.

1.18. $\frac{y'}{x} = \left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2$.

1.19. $y' \arcsin y = x\sqrt{x^2 y^2 + 1 - x^2 - y^2}$.

1.20. $y' = \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 + x^2 + y^2 + (xy)^2}$.

2. Решите однородное дифференциальное уравнение.

2.1. $y' = \frac{y}{x} - 1$.

2.2. $(x+2y)dx + xdy = 0$.

2.3. $xy' + y \left(\ln \frac{y}{x} - 1 \right) = 0$.

2.4. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$.

2.5. $y = x \left(y' - \sqrt[3]{e^y} \right)$.

2.6. $y'x + x + y = 0$.

2.7. $xy' - y = (x+y) \cdot \ln \frac{x+y}{x}$.

2.8. $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.

2.9. $(2x-y)dx + (x+y)dy = 0$.

2.10. $y^2 + x^2 y' = xy \cdot y'$.

2.11. $x^2 y' = y(x+y)$.

2.12. $(y^2 - 3x^2) dx + 2xy dy = 0$.

2.13. $xy' = y - xe^{y/x}$.

2.14. $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$.

2.15. $(x^2 + y^2) dx + 2xy dy = 0$.

2.16. $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$.

2.17. $(x-y) dx + (x+y) dy = 0$.

2.18. $(2\sqrt{xy} - y) dx + x dy = 0$.

2.19. $(y^2 - 2xy) dx - x^2 dy = 0$.

2.20. $xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$.

3. Решите уравнение, проверив предварительно, является ли оно уравнением в полных дифференциалах.

3.1. $(2x \cos x^2 + \cos y^2) dx - 2xy \sin y^2 dy = 0$.

3.2. $6(x^5 + 2xy) dx + (6x^2 + 5y^4) dy = 0$.

3.3. $\left(\frac{2 \ln(x+y)}{x+y} + \frac{y}{x} \right) dx + \left(\frac{2 \ln(x+y)}{x+y} + \ln x \right) dy = 0$.

3.4. $(e^x y^{10} + e^{y+1} x^{e-1}) dx + (10e^x y^9 + e^y x^e) dy = 0$.

3.5. $2 \left(x \arcsin y + \frac{xy}{\sqrt{1-x^4}} \right) dx + \left(\frac{x^2}{\sqrt{1-y^2}} + \arcsin x^2 \right) dy = 0$.

3.6. $(2xy \cos x^2 + \cos y^3) dx + (\sin x^2 - 3xy^2 \sin y^3) dy = 0$.

3.7. $\left(\frac{2xy}{\cos^2 x^2} + e^{\cos y} \right) dx + (\operatorname{tg} x^2 - x \sin y e^{\cos y}) dy = 0$.

3.8. $\left(\frac{y}{x} \cos \ln x + \ln \cos y \right) dx - \left(\sin \ln x - \frac{x \sin y}{\cos y} \right) dy = 0$.

3.9. $(4x^3 + 6xy^3 + 7y^5) dx + (9x^2 y^2 + 35xy^4) dy = 0$.

3.10. $\left(\arccos^2 x - \frac{2 \arccos y}{\sqrt{1-y^2}} \right) dy - \frac{2y \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx = 0$.

3.11. $\operatorname{tg} x^2 dy + \left(\frac{2xy}{\cos^2 x^2} - \sin x e^{\cos x} \right) dx = 0$.

3.12. $3 \left(\frac{y}{3x+2} + \ln y \right) dx + \left(\ln(3x+2) + \frac{3x+2}{y} \right) dy = 0$.

3.13. $\left(\frac{y^2}{\operatorname{tg} x \cos^2 x} + \operatorname{tg} \ln y \right) dx + \left(2y \operatorname{Int} \operatorname{tg} x + \frac{x}{y \cos^2 \ln y} \right) dy = 0$.

3.14. $(3x^2 + 12xy^3) dx + (18x^2 y^2 + 8y^7) dy = 0$.

3.15. $\left(\frac{2y \operatorname{arctg} x}{1+x^2} + \frac{y}{\sqrt{1-(xy)^2}} \right) dx + \left(\operatorname{arctg}^2 x + \frac{y}{\sqrt{1-(xy)^2}} \right) dy = 0$.

3.16. $(\operatorname{ctg} x^2 - x \cos y e^{\sin y}) dy - \left(\frac{2xy}{\sin^2 x^2} + e^{\sin y} \right) dx = 0$.

$$3.17. \left(\operatorname{arctg} y + \frac{1}{1+(x+y)^2} \right) dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + \frac{1}{1+(x+y)^2} \right) dy = 0.$$

$$3.18. \left(\frac{2xy \cos x^2}{\sin x^2} + \ln y \right) dx + \left(\ln \sin x^2 + \frac{x}{y} \right) dy = 0.$$

$$3.19. 5(x^4 + 2xy^8) dx + 4(10x^2y^7 + y^3) dy = 0.$$

$$3.20. \left(\frac{y}{1+x^2} + 2x \operatorname{arctg} y \right) dx + \left(\operatorname{arctg} x + \frac{x^2}{1+y^2} \right) dy = 0.$$

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения второго порядка:

$$4.1. y' = xy'' + \ln y''.$$

$$4.2. y' = xy'' - e^{y'}.$$

$$4.3. y' = xy'' - \sqrt{y''}.$$

$$4.4. y' = xy'' - \frac{(y'')^6}{6}.$$

$$4.5. y' = xy'' - \frac{(y'')^{10}}{10}.$$

$$4.6. y'' = (y')^2 e^x.$$

$$4.7. y'' x \ln x - y' = 0.$$

$$4.8. y'' \operatorname{tg} x - y' = 0.$$

$$4.9. y''(1+x^2) \operatorname{arctg} x = y'.$$

$$4.10. y'' \sqrt{1-x^2} \arcsin x = y'.$$

$$4.11. y''(1+y^2) + (y')^3 = 0.$$

$$4.12. y'' + (y')^3 \ln y = 0.$$

$$4.13. y'' + (y')^3 e^y = 0.$$

$$4.14. y''(1+y^2) \operatorname{arctg} y + (y')^2 = 0.$$

$$4.15. y'' + (y')^3 \cos y = 0.$$

$$4.16. y'' = (y')^2 \operatorname{ctg} y.$$

$$4.17. (2 + \sin y) y'' = (y')^2 \cos y.$$

$$4.18. (e^y + 1) y'' = (y')^2.$$

$$4.19. y''(1+y^2) = 2y(y')^2.$$

$$4.20. (y')^2 + y'' y \ln y = 0.$$

5. Решите систему дифференциальных уравнений.

$$5.1. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x - 1 \right) y_1 + (\operatorname{tg} x - 1) y_2. \end{cases}$$

$$5.2. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{y_1 - y_2}, \\ y_2' = \frac{y_2}{y_1 - y_2}. \end{cases}$$

$$5.3. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - 1 \right) y_1 + \left(\frac{1}{x} - 1 \right) y_2. \end{cases}$$

$$5.4. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{y_1 + y_2}, \\ y_2' = \frac{y_2}{y_1 + y_2}. \end{cases}$$

$$5.5. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = - \left(2 \operatorname{tg} x + \frac{2}{\cos^2 x} + 1 \right) y_1 - (2 \operatorname{tg} x + 1) y_2. \end{cases}$$

$$5.6. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{3(y_1 + y_2)^3}, \\ y_2' = \frac{y_2}{3(y_1 + y_2)^3}. \end{cases}$$

$$5.7. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = \left(\frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} - 1\right)y_1 + \left(\frac{3}{x} - 1\right)y_2. \end{cases}$$

$$5.9. \begin{cases} y_1' = y_1^2 y_2, \\ y_2' = \frac{y_2}{x} - y_1 y_2^2. \end{cases}$$

$$5.11. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{3x^2} - 1\right)y_1 + \left(\frac{1}{3x} - 1\right)y_2. \end{cases}$$

$$5.13. \begin{cases} y_1' = y_1^3 y_2^2, \\ y_2' = \frac{y_2}{x} - y_1^3 y_2^2. \end{cases}$$

$$5.15. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = -\left(2\operatorname{ctg}x - \frac{2}{\sin^2 x} - 1\right)y_1 + (2\operatorname{ctg}x - 1)y_2. \end{cases}$$

$$5.16. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{\cos^2 x (2y_1 - 3y_2)}, \\ y_2' = \frac{y_2}{\cos^2 x (2y_1 - 3y_2)}. \end{cases}$$

$$5.18. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1 - 5y_2}{y_2 e^x}, \\ y_2' = \frac{y_1 - 5y_2}{y_1 e^x}. \end{cases}$$

$$5.20. \begin{cases} y_1' = \frac{(3y_1 + y_2)\cos x}{y_2}, \\ y_2' = \frac{(3y_1 + y_2)\cos x}{y_1}. \end{cases}$$

$$5.8. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{2y_1 + 3y_2}, \\ y_2' = \frac{y_2}{2y_1 + 3y_2}. \end{cases}$$

$$5.10. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1}{x^2(3y_1 + 4y_2)}, \\ y_2' = \frac{y_2}{x^2(3y_1 + 4y_2)}. \end{cases}$$

$$5.12. \begin{cases} y_1' = \frac{y_1 + y_2}{y_2}, \\ y_2' = \frac{y_1 + y_2}{y_1}. \end{cases}$$

$$5.14. \begin{cases} y_1' = \frac{2y_1 - y_2}{y_2}, \\ y_2' = \frac{2y_1 - y_2}{y_1}. \end{cases}$$

$$5.17. \begin{cases} y_1' = -y_1^2 y_2, \\ y_2' = y_2 \operatorname{ctg}x + y_1 y_2^2. \end{cases}$$

$$5.19. \begin{cases} y_1' = y_1^2 y_2, \\ y_2' = \frac{y_2 e^x}{e^x + 1} y_2 \operatorname{ctg}x - y_1 y_2^2. \end{cases}$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 12

Ряды

1. Исследуйте на сходимость ряд с положительными членами.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}.$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}.$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}.$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7.$$

$$1.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(n+1)}{5^n}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}.$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n (n+3)!}.$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}.$$

$$1.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)}.$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n n!}.$$

2. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{\sqrt{n}}.$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+3}{n^2+4}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}.$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}.$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}.$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^4}}.$$

2.13.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}.$$

2.15.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

2.17.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}.$$

2.19.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}.$$

2.14.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}.$$

2.16.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

2.18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}.$$

2.20.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}.$$

3. Найдите область сходимости степенного ряда.

3.1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n^2 + 1}.$$

3.3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

3.5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

3.7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}.$$

3.9.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

3.11.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

3.13.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

3.15.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}.$$

3.17.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n}.$$

3.19.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

1.2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}.$$

1.4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

1.6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}.$$

1.8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}.$$

1.10.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}.$$

1.12.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n}.$$

1.14.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}.$$

1.16.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

1.18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1} \cdot n}.$$

1.20.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}.$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 13

Элементы комбинаторики и теории вероятностей

1. Определите, сколько различных анаграмм можно получить перестановкой слова A с условием B .

1.1. A = «биология», B = «буквы o не стоят рядом».

1.2. *A* = «химия», *B* = «между двумя гласными расположены две согласные».

1.3. *A* = «математика», *B* = «три буквы *a* не идут подряд».

1.4. *A* = «микроскоп», *B* = «не меняется порядок согласных букв».

1.5. *A* = «логарифм», *B* = «второе, четвертое и шестое места заняты согласными».

1.6. *A* = «соцветие», *B* = «анаграмма начинается буквой *o*, заканчивается буквой *e*».

1.7. *A* = «биология», *B* = «буквы *o* не стоят рядом».

1.8. *A* = «барбарис», *B* = «не встречается буквосочетание «бар»».

1.9. *A* = «перешеек», *B* = «четыре буквы *e* не идут подряд».

1.10. *A* = «листок», *B* = «согласные не идут в алфавитном порядке».

1.11. *A* = «передел», *B* = «в начале и в конце слова стоит согласная буква».

1.12. *A* = «собака», *B* = «буква *a* идет непосредственно за буквой *c*».

1.13. *A* = «экзамен», *B* = «согласные идут в алфавитном порядке».

1.14. *A* = «борода», *B* = «одинаковые буквы не стоят рядом».

1.15. *A* = «атмосфера», *B* = «анаграмма начинается буквой *ф*, заканчивается буквой *м*».

1.16. *A* = «беспозвоночные», *B* = «в анаграмме не присутствуют буквосочетания «звон» и «бе»».

1.17. *A* = «доказательство», *B* = «между буквами *т* стоят пять гласных».

1.18. *A* = «молоко», *B* = «ровно три буквы *o* не стоят рядом».

1.19. *A* = «катастрофа», *B* = «не меняется порядок согласных букв».

1.20. *A* = «факультет», *B* = «согласные и гласные чередуются».

2. Сколькими способами из колоды карт в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, что в этом наборе были бы точно:

2.1. 1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта.

2.2. 1 крестовая карта, 2 дамы не червой масти.

2.3. хотя бы 4 крестовые карты, 1 туз.

2.4. 3 дамы, 2 крестовые карты.

2.5. 1 бубновая карта, 2 крестовых, 1 дама.

2.6. 2 бубновые карты, 2 крестовые, 1 туз.

2.7. по крайней мере, 4 пиковые карты, 1 дама.

2.8. 2 карты черной масти, 2 дамы.

2.9. 1 туз, 1 валет, 1 карта красной масти.

2.10. 3 туза, 3 карты черной масти.

2.11. дама и король одной масти, 1 пиковая карта.

- 2.12. не меньше 4 карт красной масти, 2 туза.
- 2.13. 3 короля, 2 бубновых карты.
- 2.14. 2 крестовых карты, 1 бубновая, 1 дама.
- 2.15. 2 туза, не меньше 3 пиковых карт.
- 2.16. 1 валет, нет дам, 3 черные карты.
- 2.17. 2 дамы, 1 король, нет червей.
- 2.18. валет и дама черной масти, не более 1 туза.
- 2.19. 2 карты красной масти, 3 туза.
- 2.20. 2 крестовые карты, хотя бы 2 туза.

3. Пусть A , B и C – три произвольных события. Запишите выражение для события, состоящего в том, что из A , B и C :

- 3.1. произошло только событие A .
- 3.2. произошли только события A и B .
- 3.3. все три события произошли.
- 3.4. произошло, по крайней мере, одно из событий.
- 3.5. произошли, по крайней мере, два события.
- 3.6. произошло одно и только одно событие.
- 3.7. произошли два и только два события.
- 3.8. ни одно событие не произошло.
- 3.9. произошло не более двух событий.
- 3.10. произошли только события A и C .
- 3.11. произошло только событие B .
- 3.12. не произошло, по крайней мере, одно из событий.
- 3.13. не произошли, по крайней мере, два события.
- 3.14. не произошло только событие A .
- 3.15. не произошли два и только два события.
- 3.16. произошло не более одного события.
- 3.17. произошло только событие C .
- 3.18. произошли только события B и C .
- 3.19. не произошло одно и только одно событие.
- 3.20. не произошло только событие B .

4. Решите задачи.

4.1. Известно, что вероятность рождения двух однополых близнецов вдвое больше, чем разнополых. Найдите вероятность рождения второго мальчика-близнеца, если известно, что первый родившийся близнец мужского пола.

4.2. В двух урнах имеются черные и белые шары: в первой урне – 3 белых и 4 черных, во второй – 5 белых и 3 черных. Из первой урны берутся наугад два шара, из второй – один шар и помещаются в третью пустую урну. После этого из третьей урны вынимается один шар. Найдите вероятность того, что этот шар белый.

4.3. Числа натурального ряда от 1 до 10 перемешаны и расположены в случайном порядке. Найдите вероятность того, что хотя бы одно число окажется на своем месте (то есть будет равно номеру своего места).

4.4. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что на них выпадет одинаковое число очков.

4.5. В шахматном турнире участвуют 20 человек, которые по жребию распределяются на две группы по 10 человек. Найдите вероятность того, что двое наиболее сильных игроков будут играть в разных группах.

4.6. В лотерее 100 билетов, из них один с выигрышем в 500 тысяч рублей, три билета с выигрышем в 250 тысяч рублей, шесть билетов с выигрышем в 100 тысяч рублей и пятнадцать билетов с выигрышем в 50 тысяч рублей. Некто покупает один билет. Найдите вероятность выиграть не менее 250 тысяч рублей.

4.7. В урне 5 белых, 6 черных и 7 красных шаров. Из нее один за другим вынимают шары и откладывают в сторону. Найдите вероятность того, что черный шар будет вынут раньше белого.

4.8. Двадцать человек, среди которых 10 мужчин и 10 женщин, случайным образом группируются попарно. Найдите вероятность того, что каждая из десяти пар состоит из лиц разного пола.

4.9. Определите, сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы вероятность выпадения шести очков была больше 0,5.

4.10. Производится стрельба по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,2. Стрельба прекращается при первом попадании. Найдите вероятность того, что произведено менее шести выстрелов.

4.11. В урне 2 белых, 3 черных и 5 красных шаров. Три шара вынимаются наугад. Найдите вероятность того, что среди вынутых шаров хотя бы два будут разного цвета.

4.12. В двух урнах имеются черные и белые шары: в первой урне – 3 белых и 4 черных, во второй – 5 белых и 3 черных. Из первой урны берутся наугад два шара, из второй – один шар и помещаются в третью пустую урну. После этого из третьей урны вынимается один шар. Найдите вероятность того, что этот шар черный.

4.13. Девять пассажиров наудачу рассаживаются в трех вагонах. Найдите вероятность того, что в один вагон сядут 4, в другой – 3, а в третий – 2 пассажира.

4.14. Бросаются одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

4.15. Из урны, содержащей шары с номерами от 1 до 10, пять раз вынимается шар и каждый раз возвращается обратно в урну. Найдите вероятность того, что номера вынутых шаров образуют возрастающую последовательность.

4.16. Имеется десять карточек, на которых написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Две из этих карточек вынимаются одна за другой. Число, записанное на первой карточке, берется за числитель, на второй – за знаменатель дроби. Найдите вероятность того, что полученная дробь будет правильной.

4.17. В урне 2 белых и 4 черных шара. Из урны один за другим вынимают все находящиеся в ней шары. Найдите вероятность того, что последний вынутый шар будет черным.

4.18. Два игрока бросают монету по 4 раза каждый. Выигравшим считается тот, кто получит больше гербов. Найдите вероятность того, что выиграет первый игрок.

4.19. Бросаются одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет четной.

4.20. В лотерее 100 билетов, из них один с выигрышем в 500 тысяч рублей, три билета с выигрышем в 250 тысяч рублей, шесть билетов с выигрышем в 100 тысяч рублей и пятнадцать билетов с выигрышем в 50 тысяч рублей. Некто покупает три билета. Найдите вероятность хоть какого-нибудь выигрыша.

5. Решите задачи.

5.1. В трех урнах находятся черные и белые шары: в первой – 2 белых и 4 черных, во второй – 3 белых и 5 черных, в третьей – 4 белых и 6 черных. Из первой урны взяли наудачу два шара и переложили во вторую. После этого взяли два шара из второй урны и переложили в третью. Наконец, из третьей урны в первую переложили два шара. Определите, чему равна вероятность того, что состав шаров во всех урнах не изменится.

5.2. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя заведомо достаточно трех попаданий: при одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.

5.3. На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,3% брака, второй – 0,2% и третий – 0,4%. Найдите вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с

первого автомата поступило 1000, со второго – 2000, с третьего – 2500 деталей.

5.4. В трех урнах находятся черные и белые шары: в первой – 2 белых и 3 черных, во второй – 2 белых и 2 черных, в третьей – 3 белых и 1 черный. Из первой урны переложили шар во вторую. После этого шар из второй урны переложили в третью. Наконец, из третьей урны шар переложили в первую. Определите, чему равна вероятность того, что состав шаров во всех урнах не изменится.

5.5. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что вероятности выхода из леса за час для различных дорог равны 0,6; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1 соответственно. Определите, чему равна вероятность того, что заблудившийся пошел по первой дороге, если известно, что он вышел из леса за час.

5.6. По линии связи передается кодированный с помощью букв A, B, C текст. Вероятности передачи отдельных букв таковы: $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,3$; $P(C) = 0,2$. Вероятности искажения при передаче отдельных букв равны 0,01; 0,03; 0,02 соответственно. Установлено, что сигнал из двух букв принят без искажений. Определите, чему равна вероятность того, что передавался сигнал AB .

5.7. Имеется 10 одинаковых по виду урн, из которых в 9 находится по 2 черных и 2 белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из наугад взятой урны извлечен шар. Определите вероятность того, что этот шар взят из урны с пятью белыми шарами, если он оказался белым.

5.8. Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания у первого охотника равна 0,2, а у второго – 0,6. Результатом первого залпа оказалось одно попадание в цель. Определите вероятность того, что первый охотник промахнулся.

5.9. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков: 10% телевизоров – от первого поставщика, 40% – от второго и 50% – от третьего. Практика показала, что телевизоры, поступающие от первого, второго и третьего поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, соответственно, в 98, 88 и 92% случаев. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Определите, от какого поставщика, вероятнее всего, поступил этот телевизор.

5.10. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Определите вероятность того, что она принадлежит первому стрелку.

5.11. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики оставляет 20%, второй – 46%, третьей – 34%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй – 2%, для третьей – 1%. Найдите вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

5.12. В трех урнах находятся черные и белые шары: в первой – 2 белых и 4 черных, во второй – 3 белых и 5 черных, в третьей – 4 белых и 6 черных. Из первой урны взяли наудачу два шара и переложили во вторую. После этого взяли два шара из второй урны и переложили в третью. Наконец, из третьей урны в первую переложили два шара. Определите, чему равна вероятность того, что состав шаров во всех урнах изменится.

5.13. Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электроламп, второй – 40%, третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81%. В магазины поступает продукция всех трех заводов. Определите вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется стандартной.

5.14. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70% из первого и 30% из второго. При этом материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найдите вероятность того, что одна взятая наугад болванка без дефектов.

5.15. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовлено отлично, 4 – хорошо, 2 – посредственно и 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный – на 16, посредственно – на 10, плохо – на 5. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найдите вероятность того, что студент подготовлен отлично.

5.16. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков: 10% телевизоров – от первого поставщика, 40% – от второго и 50% – от третьего. Практика показала, что телевизоры, поступающие от первого, второго и третьего поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, соответственно, в 98, 88 и 92% случаев. Найдите вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует гарантийного ремонта.

5.17. В классе обучаются 20 девочек и 10 мальчиков. К уроку не выполнили домашнее 4 девочки и 3 мальчика. Наудачу вызванный ученик оказался неподготовленным к уроку. Определите вероятность того, что отвечать был вызван мальчик.

5.18. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что вероятности выхода из леса за час для различных дорог равны 0,6; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1 соответственно. Определите, чему равна вероятность того, что заблудившийся пошел по второй дороге, если известно, что он не вышел из леса за час.

5.19. Десять юношей играют, забрасывая мяч в баскетбольную корзину. Для пяти из них вероятность попадания мяча в корзину составляет 0,6, для трех других – 0,5, для остальных – 0,3. Мяч, брошенный одним из юношей, попал в корзину. Определите вероятность того, что этот юноша из первой группы.

5.20. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй – 46%, третьей – 34%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй – 2%, для третьей – 1%. Найдите вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено не на второй фабрике, если оно оказалось нестандартным.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 14

Элементы математической статистики

1. Решите задачи.

1.1. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной своей таблицей распределения.

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

1.2. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Найдите математическое ожидание и дисперсию числа израсходованных патронов, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,25.

1.3. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,9, для второго – 0,8, для третьего 0,75 и четвертого – 0,7. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа станков, которые не потребуют внимания рабочего в течение часа.

1.4. Монету подбрасывают 7 раз. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа появлений герба.

1.5. Игральную кость подбросили 12 раз. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа невыпадения единицы.

1.6. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной своей таблицей распределения

x	1	3	4	6	7
$p(x)$	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1

1.7. Некий человек, имея 8 ключей, хочет открыть дверь. При этом он подбирает ключи случайно. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа испытаний при условии, что испробованный ключ не устраняется из дальнейшего выбора.

1.8. Стрельбу по цели ведут до получения двух попаданий. Найдите математическое ожидание числа произведенных выстрелов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,2.

1.9. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найдите функцию распределения числа пройденных автомашиной светофоров до первой остановки, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

1.10. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной своей таблицей распределения:

x	5	7	10	15
$p(x)$	0,2	0,5	0,2	0,1

1.11. На факультете успеваемость составляет 90%. Наудачу выбираются 40 студентов. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайного числа успевающих студентов, оказавшихся в выбранной группе.

1.12. Из 15 жетонов, занумерованных целыми числами от 1 до 15, наудачу извлекаются 3 жетона. Составьте таблицу распределения вероятностей для числа выбранных жетонов, номера которых кратны пяти. Найдите математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

1.13. Испытывается устройство, состоящее из пяти независимо работающих приборов. Вероятности отказа приборов равны 0,05; 0,06; 0,08; 0,09; 0,1 соответственно. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайного числа отказавших приборов.

1.14. Независимые случайные величины X и Y заданы своими таблицами распределения:

x	-2	-1	0	1	3
$p(x)$	0,1	0,2	0,25	0,35	0,01

y	-3	0	1	2
$p(y)$	0,1	0,2	0,4	0,3

Найдите математическое ожидание и дисперсию $X + Y$.

1.15. На некотором производстве брак составляет 5% всех изделий. Составьте таблицу распределения числа бракованных изделий из шести взятых наудачу деталей. Найдите математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

1.16. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной своей таблицей распределения

x	100	150	200	250	300
$p(x)$	0,4	0,3	0,2	0,05	0,05

1.17. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа выигрышных лотерейных билетов, если приобретено 100 билетов, а вероятность выигрыша по каждому из них равна 0,05.

1.18. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по одной цели. Вероятность попадания первого стрелка в цель равна 0,7, второго – 0,8, третьего – 0,9. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа попаданий в цель.

1.19. В апреле среднесуточная температура воздуха для некоторой местности удовлетворяет следующему закону распределения:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(t)$	1/15	1/150	1/15	2/15	4/15	1/5	1/10	1/15	1/30

Найдите математическое ожидание и дисперсию среднесуточной температуры.

1.20. Некий человек, имея 8 ключей, хочет открыть дверь. При этом он подбирает ключи случайно. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа испытаний при условии, что испробованный ключ устраняется из дальнейшего выбора.

2. Решите задачи.

2.1. Найдите эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

Z_i	1	4	6
m_i	10	15	25

2.2. Ниже приведены результаты измерения роста (см) случайным образом отобранных студентов:

Рост	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Число студентов	10	14	26	28	12	8	2

Найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию роста обследованных студентов.

2.3. Из большой партии изготовленных деталей по выборке объема n найдена средняя арифметическая длины детали, равная \bar{X}_B . Считая, что длина детали X – нормально распределенная случайная величина, найдите доверительный интервал, который с доверительной вероятностью α покрывает неизвестное математическое ожидание μ длины детали, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 0,5$ мм: $\bar{X}_B = 53$ мм, $n = 59$, $\alpha = 0,95$.

2.4. При шприцевании в лабораторных условиях протекторной резиновой смеси были получены следующие значения усадки: 90,0; 93,1; 95,0; 96,0; 100,0; 101,0; 106,0. Найдите выборочное среднее значение усадки и выборочную дисперсию.

2.5. В течение продолжительного срока при анализе материала на содержание железа установлено стандартное отклонение 0,12%. Найдите с доверительной вероятностью 0,95 доверительный интервал для истинного содержания железа в образце, если по результатам шести анализов среднее содержание железа составило 32,56%.

2.6. Известна таблица результатов наблюдений:

ξ	2	4	6	8	10
η	3,5	6,0	7,0	6,0	7,5

Найдите выборочный коэффициент корреляции.

2.7. Найдите эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

Z_i	6	9	11	12
m_i	4	5	6	7

2.8. Из большой партии изготовленных деталей по выборке объема n найдена средняя арифметическая длины детали, равная \bar{X}_B . Считая, что длина детали X – нормально распределенная случайная величина, найдите доверительный интервал, который с доверительной вероятностью α покрывает неизвестное математическое ожидание μ длины детали, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 0,5$ мм; $\bar{X}_B = 50$ мм, $n = 64$, $\alpha = 0,95$.

2.9. Найдите эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

Z_i	4	7	8
m_i	5	2	3

2.10. Измерительным прибором, практически не имеющим систематической погрешности, были сделаны пять независимых измерений некоторой величины. Результаты измерений приведены в таблице:

Номер измерения	1	2	3	4	5
ξ_i	2781	2836	2807	2763	2858

Найдите выборочную дисперсию погрешности измерения, если измеряемая величина точно известна: 2800.

2.11. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы из выборки оказалась равной 1000 ч. Найдите с доверительной вероятностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\delta = 40$ ч.

2.12. Из большой партии изготовленных деталей по выборке объема n найдена средняя арифметическая длины детали, равная \bar{X}_B . Считая, что длина детали X – нормально распределенная случайная величина, найдите доверительный интервал, который с доверительной вероятностью α покрывает неизвестное математическое ожидание μ длины детали, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 0,5$ мм; $\bar{X}_B = 51$ мм, $n = 49$, $\alpha = 0,99$.

2.13. Найдите эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

Z_i	2	5	7	8
m_i	1	2	3	4

2.14. Известна таблица результатов наблюдений:

ξ	1	2	3	4	5
η	1,7	3,0	3,5	3,0	3,7

Найдите выборочный коэффициент корреляции.

2.15. Измерительным прибором, практически не имеющим систематической погрешности, были сделаны пять независимых измерений некоторой величины. Результаты измерений приведены в таблице:

Номер измерения	1	2	3	4	5
ξ_i	2781	2836	2807	2763	2858

Найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию погрешности измерения, если точное значение измеряемой величины неизвестно.

2.16. Сырье, поступающее на завод из карьера, содержит два полезных минерала A и B . Результаты анализов десяти образцов сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, приведены в таблице, где ξ и η – соответственно процентное содержание минералов A и B в образцах:

Номер образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ξ	67	54	72	64	39	22	58	43	46	34
η	24	15	23	19	16	11	20	16	17	13

Найдите выборочный коэффициент корреляции.

2.17. Из большой партии изготовленных деталей по выборке объема n найдена средняя арифметическая длины детали, равная \bar{X}_n . Считая, что длина детали X – нормально распределенная случайная величина, найдите доверительный интервал, который с доверительной вероятностью α покрывает неизвестное математическое ожидание a длины детали, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 0,5\text{мм}$; $\bar{X}_n = 52\text{ мм}$, $n = 36$, $\alpha = 0,999$.

2.18. Произведено пять независимых измерений толщины пластины. Получены следующие результаты: 2,15; 2,18; 2,14; 2,16; 2,17. Оцените истинное значение толщины пластины с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью $1 - \alpha = 0,95$.

2.19. Произведено пять независимых равнооточных измерений для определения заряда электрона. Получены следующие результаты (Кл): $1,594 \cdot 10^{-19}$; $1,597 \cdot 10^{-19}$; $1,593 \cdot 10^{-19}$; $1,590 \cdot 10^{-19}$. Определите оценку

величины заряда электрона и найдите доверительные границы при доверительной вероятности 99%.

2.20. Известна таблица результатов наблюдений:

ξ	1	2	3	4	5
η	2,7	4,0	4,5	4,0	4,7

Найдите выборочный коэффициент корреляции.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 15

Математические методы обработки результатов измерений

1.1. В «Основах химии» Д.И. Менделеева приводятся данные о растворимости азотнокислого натрия $NaNO_3$ в зависимости от температуры воды. В 100 частях воды растворяется следующее число условных частей $NaNO_3$ при соответствующих температурах:

$t, ^\circ C$	0	4	10	15	21	29	36	51	68
Количество $NaNO_3$	66,7	71,0	76,3	80,6	85,7	92,9	99,4	113,6	125,1

Предполагая, что количество $NaNO_3$ (Y), которое растворяется в 100 частях воды, зависит линейно от температуры (X) раствора, найдите параметры a и b в формуле $y = ax + b$ по методу наименьших квадратов.

1.2. Выпуск некоторым предприятием промышленной продукции (Y) по годам семилетки (X) характеризуется следующими данными:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y , млн руб.	0,5	0,5	1,5	3,5	6,5	10,5	15,5

Выравняйте зависимость Y от X по параболе $y = ax^2 + bx + c$.

1.3. Восемь раз при различных значениях признака X было измерено значение признака Y . Полученные результаты характеризуются таблицей:

X	0,30	0,91	1,50	2,00	2,20	2,62	3,00	3,30
Y	0,20	0,43	0,35	0,52	0,81	0,68	1,15	0,85

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b по методу наименьших квадратов.

1.4. Имеются следующие данные о зависимости признаков X и Y от признака T :

T	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
X	37	47	49	51	61	75	80	92	102	117	120
Y	53	42	30	24	22	22	26	31	35	38	38

Выровняйте зависимости признаков X и Y от признака T .

1.5. Восемь раз при различных значениях признака X было измерено значение признака Y . Полученные результаты характеризуются таблицей:

X	1950	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961
Y	100	156	170	184	194	205	220	229

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b по методу наименьших квадратов.

1.6. Данные опыта приведены в таблице:

X	2	4	6	8	10
Y	4,5	7,0	8,0	7,5	9,0

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b по методу наименьших квадратов.

1.7. При исследовании некоторой химической реакции через каждые 5 минут определялось количество A вещества, оставшееся в системе. Результаты измерений приведены в таблице, где t – время после начала реакции в мин.; A – количество вещества в процентах:

t	0	7	12	17	22	27	32	37
A	100	87,3	72,9	63,2	54,7	47,5	41,4	36,3

Полагая, что A и t связаны зависимостью $A = at^2 + bt + c$, найдите a , b и c по методу наименьших квадратов.

1.8. Тринадцать раз при различных значениях признака X было измерено значение признака Y . Полученные результаты характеризуются таблицей:

X	1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933	1934
Y	7,6	7,2	6,2	8,3	8,2	7,6	7,9	7,5	8,5	8,7	7,0	8,8	8,5

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b по методу наименьших квадратов.

1.9. Зависимость признака Y от признака X характеризуется следующей таблицей:

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	-2	-3	-3	-1	3	7

Полагая, что $y = ax^2 + bx + c$, найдите параметры a , b и c этой зависимости по методу наименьших квадратов.

1.10. Семь раз при различных значениях признака X было измерено значение признака Y. Полученные результаты характеризуются таблицей:

X	1,30	1,85	2,00	2,30	2,64	2,81	3,00
Y	0,20	0,43	0,35	0,52	0,81	0,68	1,15

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b .

1.11. Исследование зависимости продолжительности t решения систем линейных уравнений одинаковой степени трудности от порядка системы n дано следующей таблицей:

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t , мин	12	35	75	130	210	315	445	600	800

Предполагая, что $t = An^a$, найдите A и a методом наименьших квадратов.

1.12. Данные опыта приведены в таблице:

X	0	2	4	6	8	10
Y	5	-1	0,5	1,5	4,5	8,5

Полагая, что $y = ax^2 + bx + c$, найдите параметры a , b и c этой зависимости по методу наименьших квадратов.

1.13. Имеются следующие данные о зависимости признаков X и Y от признака T:

<i>T</i>	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
<i>X</i>	37	47	49	51	61	75	80	92	102	117	120
<i>Y</i>	53	42	30	24	22	22	26	31	35	38	38

Выварняйте зависимости признаков *X* и *Y* от признака *T*.

1.14. Зависимость признака *Y* от признака *X* характеризуется следующей таблицей:

<i>X</i>	3	4	5	6	7	8
<i>Y</i>	-3	-4	-4	-2	2	6

Полагая, что $y = ax^2 + bx + c$, найдите параметры *a*, *b* и *c* этой зависимости по методу наименьших квадратов.

1.15. Тринадцать раз при различных значениях признака *X* было измерено значение признака *Y*. Полученные результаты характеризуются таблицей:

<i>X</i>	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961
<i>Y</i>	100	113	121	148	183	194	219	260	277	304	338	352

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите *a* и *b* по методу наименьших квадратов.

1.16. Проведено десять наблюдений над контрольными участками посева. Данные наблюдений собраны в таблицу, где величина *X* – количество удобрений (т/га), *Y* – урожайность (ц/га):

<i>X</i>	6	11	11	7	8	10	12	6	10	9
<i>Y</i>	27	32	33	30	30	33	34	29	31	32

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите *a* и *b* по методу наименьших квадратов.

1.17. Данные опыта приведены в таблице:

<i>X</i>	0	2	4	6	8	10
<i>Y</i>	-2	-1	0,4	1,4	3	5

Полагая, что $y = ax^2 + bx + c$, найдите параметры *a*, *b* и *c* этой зависимости по методу наименьших квадратов.

1.18. Зависимость признака *Y* от признака *X* характеризуется следующей таблицей:

X	12,0	13,1	14,0	16,1	17,4	18,0	20,0	21,4	21,9	24,1	25,0	26,8	28,1	30,0
Y	54	59	67	76	85	97	107	118	127	139	153	160	178	203

Выравняйте зависимость Y от X по параболе $y = ax^2 + bx + c$, пользуясь методом наименьших квадратов.

1.19. Имеются следующие данные о зависимости признаков X и Y от признака T:

T	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
X	56,5	56,8	59,2	64,2	64,5	68	68,1	69,6	72	72,8	74
Y	176	177	180	182	184	184	184	184	184	184	184

Выравняйте зависимости признаков X и Y от признака T.

1.20. Десять раз при различных значениях признака X было измерено значение признака Y. Полученные результаты характеризуются таблицей:

X	0,50	1,00	1,25	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,25	3,50
Y	0,56	0,94	1,23	1,56	1,87	2,40	2,61	2,72	3,02	3,24

Предполагая, что $y = ax + b$, найдите a и b .

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1

Комплексные числа

1. Найдите сумму чисел $(4+9i)+(-4+i)$.
а) $10i$; б) $-10i$;
в) $8+10i$; г) 8 .
2. Найдите сумму чисел $(2+3i)+(-2-i)$.
а) $2i$; б) $4+2i$;
в) $-2i$; г) 0 .
3. Найдите разность чисел $(5-3i)-(1+i)$.
а) $4+2i$; б) $4-5i$;
в) $4-2i$; г) $6-2i$.
4. Найдите разность чисел $(1+3i)-(-2-i)$.
а) $3+4i$; б) $-1+2i$;
в) $-1-2i$; г) $3+2i$.
5. Найдите произведение чисел $(2+3i) \cdot (6-5i)$.
а) $27-8i$; б) $-27+8i$;
в) $27+8i$; г) $12+8i$.
6. Найдите произведение чисел $(-2+3i) \cdot (3-5i)$.
а) $-9-19i$; б) $-21+19i$;
в) $9+19i$; г) $-21+10i$.
7. Найдите частное чисел $(9-7i):(2-3i)$.
а) $3+i$; б) $39+13i$;
в) $3-i$; г) $-9+10i$.
8. Найдите частное чисел $(1+2i):(2-i)$.
а) i ; б) $-i$;
в) $5i$; г) $-5i$.
9. Возведите в степень $(1-2i)^4$.
а) $24i+3$; б) $-7+24i$;
в) $7+24i$; г) $-7-24i$.
10. Возведите в степень $(-1-i\sqrt{3})^5$.
а) -32 ; б) $32i$;
в) i ; г) 32 .
11. Запишите в тригонометрической форме число $1+i\sqrt{3}$.
а) $2(\cos \pi/3+i \sin \pi/3)$; б) $\sqrt{2}(\cos \pi/3+i \sin \pi/3)$;
в) $2(\cos \pi/3-i \sin \pi/3)$; г) $2(\cos \pi/6+i \sin \pi/6)$.
12. Запишите в тригонометрической форме число $-1+i\sqrt{3}$.

а) $2(\cos \pi/3 + i \sin \pi/3)$; б) $2(\cos 2\pi/3 + i \sin 2\pi/3)$;

в) $2(\cos \pi/3 - i \sin \pi/3)$; г) $2(\cos 2\pi/3 - i \sin 2\pi/3)$.

13. Запишите в тригонометрической форме число $-1 - i\sqrt{3}$.

а) $2(\cos 4\pi/3 + i \sin 4\pi/3)$; б) $\sqrt{2}(\cos 4\pi/3 + i \sin 4\pi/3)$;

в) $2(\cos \pi/3 + i \sin \pi/3)$; г) $2(\cos 2\pi/3 - i \sin 2\pi/3)$.

14. Запишите в тригонометрической форме число $-1 - i\sqrt{3}$.

а) $2(\cos 5\pi/3 - i \sin 5\pi/3)$; б) $2(\cos 2\pi/3 + i \sin 2\pi/3)$;

в) $2(\cos 4\pi/3 - i \sin 4\pi/3)$; г) $2(\cos 5\pi/3 + i \sin 5\pi/3)$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 2**Матрицы и определители**

1. Укажите строчную матрицу:

а) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$;

б) $(b_{11} \ b_{12} \ b_{13} \ b_{14})$;

в) $\begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{pmatrix}$.

2. Укажите столбцовую матрицу:

а) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$;

б) $(b_{11} \ b_{12} \ b_{13} \ b_{14})$;

в) $\begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{pmatrix}$.

3. Укажите порядок квадратной матрицы $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$:

а) 0;

б) 1;

в) 2;

г) 3.

4. Укажите порядок квадратной матрицы $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$:

а) 1;

б) 2;

в) 3;

г) 4.

5. Укажите верное утверждение:

а) единичной называется квадратная матрица, у которой все элементы на главной диагонали равны 1;

б) диагональной называется квадратная матрица, у которой все элементы на главной диагонали равны 0;

в) нуль-матрицей называется матрица, все элементы которой равны 0;

г) квадратной матрицей n -го порядка называется матрица размером $n \times n$.

6. Найдите сумму матриц $\begin{pmatrix} 2 & -8 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} -1 & -8 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

7. Найдите сумму матриц $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -11 & 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 15 & 9 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} -8 & -5 \\ -26 & -9 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 8 & 11 \\ 26 & 9 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

8. Найдите сумму матриц $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 5 \\ -3 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -8 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -1 & 7 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 0 & 12 & -1 \\ 6 & 12 & -15 \end{pmatrix}$.

9. Найдите разность матриц $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 24 & 19 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 39 & 11 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 63 & 30 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -15 & 8 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 15 & -8 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 0 & 15 \\ 936 & 209 \end{pmatrix}$.

10. Найдите разность матриц $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -11 & -2 \\ 29 & 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите разность матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 21 \\ 24 & 25 & 24 \\ 21 & 16 & 9 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$.

12. Найдите матрицу $3 \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 9 & 15 & 21 \\ 6 & -3 & 0 \\ 12 & 9 & 6 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 5 & 2 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & -4 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 9 & 6 & 12 \\ 15 & -3 & 9 \\ 21 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

13. Найдите матрицу $(-2) \cdot B$, если $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 1 & 6 & -2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} -8 & 0 & 6 \\ 2 & 12 & -4 \\ 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} -6 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & -4 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 3 & 8 & 0 \\ 9 & 7 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & -6 \\ -2 & -12 & 4 \\ -14 & -10 & -2 \end{pmatrix}$.

14. Найдите матрицу $A + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$.

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 17 & 4 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 17 & 4 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

15. Найдите матрицу $4A - B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

а) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 14 & 9 \\ -17 & 1 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -15 & -1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

16. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$;

а) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 15 & 2 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

17. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$;

а) $\begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 10 & -7 \\ 28 & 35 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 18 & -2 \\ 0 & 35 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 26 & 13 \\ 28 & 35 \end{pmatrix}$.

18. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

а) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 6 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

19. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}$ укажите A^T :

а) $\begin{pmatrix} 7 & -8 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -8 & 15 \end{pmatrix}$;

$$в) \begin{pmatrix} -7 & -8 \\ -4 & -15 \end{pmatrix};$$

$$г) \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 15 & -8 \end{pmatrix}.$$

20. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -2 \\ 11 & 0 & 8 \\ -4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ укажите A^T :

$$а) \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 11 & 0 & 8 \\ 4 & 1 & 7 \end{pmatrix};$$

$$б) \begin{pmatrix} -4 & -1 & 7 \\ 11 & 0 & 8 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix};$$

$$в) \begin{pmatrix} 11 & -4 & 6 \\ 0 & -1 & 3 \\ 8 & 7 & -2 \end{pmatrix};$$

$$г) \begin{pmatrix} 6 & 11 & -4 \\ 3 & 0 & -1 \\ -2 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

21. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 15 & 23 \\ -2 & -29 & 0 \\ 1 & 8 & 17 \end{pmatrix}$ укажите A^T :

$$а) \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 15 & -29 & 8 \\ 23 & 0 & 17 \end{pmatrix};$$

$$б) \begin{pmatrix} -2 & -29 & 0 \\ 1 & 8 & 17 \\ 4 & 15 & 23 \end{pmatrix};$$

$$в) \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -29 & 8 & 15 \\ 0 & 17 & 23 \end{pmatrix};$$

$$г) \begin{pmatrix} -4 & -15 & -23 \\ 2 & 29 & 0 \\ -1 & -8 & -17 \end{pmatrix}.$$

22. Для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 7 & 5 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ минор M_{33} равен:

$$а) 28;$$

$$б) 14;$$

$$в) 12;$$

$$г) -48.$$

23. Для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 0 & 3 & 7 \\ 6 & -2 & 8 \end{pmatrix}$ минор M_{12} равен:

$$а) -42;$$

$$б) 3;$$

$$в) 21;$$

$$г) -5.$$

24. Для матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -6 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ минор M_{22} равен:

$$а) 8;$$

$$б) -1;$$

$$в) 18;$$

$$г) 12.$$

25. Для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{11} рав-

но:

а) -3;

б) 1;

в) 3;

г) 0.

26. Для матрицы $\begin{pmatrix} 10 & -4 & -2 \\ 6 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -7 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{13} рав-

но:

а) -2;

б) 30;

в) 12;

г) -30.

27. Для матрицы $\begin{pmatrix} 8 & -2 & 4 \\ 7 & 6 & -3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{21} рав-

но:

а) 2;

б) -2;

в) -7;

г) 0.

28. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ равен:

а) $a_{11} \cdot a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{22}$;

б) $a_{11} \cdot a_{12} + a_{21} \cdot a_{22}$;

в) $a_{11} \cdot a_{12} - a_{21} \cdot a_{22}$;

г) $a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$.

29. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

а) 9;

б) -26;

в) 22;

г) 0.

30. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} 12 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$ равен:

а) 15;

б) 93;

в) 42;

г) 54.

31. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} -8 & 6 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}$ равен:

а) -76;

б) -40;

в) 12;

г) 25.

32. По правилу Саррюса определитель матрицы $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

вычисляется следующим образом:

$$\text{а) } a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33};$$

$$\text{б) } a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33};$$

$$\text{в) } a_{11} \cdot a_{12} \cdot a_{13} + a_{21} \cdot a_{22} \cdot a_{23} + a_{31} \cdot a_{32} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{21} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{22} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{23} \cdot a_{33};$$

$$\text{г) } a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}.$$

33. Укажите неверное утверждение:

а) при транспонировании матрицы определитель не меняется;

б) общий множитель элементов строки (столбца) можно выносить за знак определителя;

в) при перестановке местами двух строк (столбцов) определитель меняет знак;

г) определитель, у которого две строки (столбца) пропорциональны, равен 1.

34. С помощью алгебраических дополнений определитель матри-

цы $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ можно вычислить следующим образом:

$$\text{а) } a_{11} \cdot A_{11} - a_{12} \cdot A_{12} - a_{13} \cdot A_{13};$$

$$\text{б) } A_{11} + A_{12} + A_{13};$$

$$\text{в) } a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13};$$

$$\text{г) } a_{11} \cdot A_{33} - a_{22} \cdot A_{22} - a_{33} \cdot A_{11}.$$

35. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

$$\text{а) } 0;$$

$$\text{б) } 2;$$

$$\text{в) } -8;$$

$$\text{г) } -1.$$

36. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ равен:

$$\text{а) } -22;$$

$$\text{б) } -10;$$

$$\text{в) } 0;$$

$$\text{г) } 4.$$

37. Минором M_{ij} элемента a_{ij} матрицы A называется:

а) произведение определителя матрицы A и элемента a_{ij} ;

б) определитель матрицы, полученный из матрицы A вычеркиванием i -й строки и j -го столбца;

в) элемент a_{ij} , взятый со знаком $(-1)^{i+j}$;

г) определитель матрицы A , взятый со знаком $(-1)^{i+j}$.

38. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ равен:

а) 2;

в) 1;

б) 3;

г) 4.

39. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ равен:

а) 1;

в) 3;

б) 2;

г) 4.

40. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} -8 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ равен:

а) 4;

в) 2;

б) 1;

г) 3.

41. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -6 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ равен.

а) 1;

в) 2;

б) 4;

г) 3.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 3

Системы линейных уравнений

1. Укажите матрицу, соответствующую системе линейных

уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 = -1, \\ 2x_1 + x_2 = 7. \end{cases}$

а) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 7 \end{array} \right);$

б) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -7 \end{array} \right);$

в) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -7 \end{array} \right);$

г) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \end{array} \right).$

2. Укажите матрицу, соответствующую системе линейных

уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 4, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 1, \\ 8x_1 - 7x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 4 \\ 5 & 4 & 1 & | & 1 \\ 8 & 7 & 6 & | & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & | & 4 \\ 5 & 4 & 1 & | & 1 \\ 8 & -7 & 6 & | & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & | & -4 \\ 5 & 4 & 1 & | & -1 \\ 8 & -7 & 6 & | & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 4 \\ 5 & 4 & 1 & | & 1 \\ 8 & -7 & 6 & | & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Укажите однородную систему линейных уравнений.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 5x_2 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 = 2; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 11x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

4. Элементарным преобразованием системы линейных уравнений не является:

а) умножение одного из уравнений системы на число, отличное от нуля;

б) деление одного из уравнений системы на число, отличное от нуля;

в) умножение одного из уравнений системы на любое число;

г) почленное прибавление к одному из уравнений системы другого уравнения системы.

5. Укажите решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 = 4. \end{cases}$

а) $(-1; 1)$;

б) $(-7; 5)$;

в) $(0; 0,8)$;

г) $(1; 1)$.

6. Укажите решение системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 15, \\ 3x_1 - 5x_2 = 1. \end{cases}$

а) $(3; 6)$;

б) $(2; 1)$;

в) $(7; 4)$;

г) $(15; 0)$.

7. Укажите решение системы $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 11, \\ 5x_2 + 6x_3 = 28, \\ x_1 + 2x_3 = 7. \end{cases}$

а) $(0; 1; 0)$;

б) $(1; 2)$;

в) $(3; 0; 2)$;

г) $(1; 2; 3)$.

8. Укажите решение системы $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 14x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
- а) $\left(1; 2; \frac{11}{14}\right)$; б) $(2; 2; 1)$;
в) $(2; 1; 0)$; г) $(0; 1; 0)$.
9. Укажите набор, не являющийся решением системы $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$
- а) $(4; 6; 8)$; б) $(2; 1; 1)$;
в) $(4; 5; 7)$; г) $(4; 3; 5)$.
10. Укажите набор, не являющийся решением системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
- а) $(1; 2; 4)$; б) $(2; 4; 8)$;
в) $(0; 1; 1)$; г) $(0; 0; 0)$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 4

Метод координат

1. Даны точки $A(2; 3)$ и $B(2; 4)$. Найдите длину отрезка AB .
- а) $\sqrt{65}$; б) -1 ;
в) $\sqrt{17}$; г) 1 .
2. Даны точки $A(-2; -5)$ и $B(3; -3)$. Найдите длину отрезка AB .
- а) $\sqrt{65}$; б) -1 ;
в) $\sqrt{17}$; г) 1 .
3. Даны точки $A(1; 3)$ и $B(-3; 5)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
- а) $(1; -4)$; б) $(1; 4)$;
в) $(-1; 4)$; г) $(4; -1)$.
4. Даны точки $A(1; -5)$ и $B(-5; 3)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
- а) $(-2; 1)$; б) $(1; 2)$;
в) $(-2; -1)$; г) $(1; -2)$.
5. Даны точки $A(3; 3)$ и $B(6; 3)$. Укажите координаты точки C , которая делит отрезок AB в отношении $AC : CB = 4 : 2$.
- а) $(5; 3)$; б) $(-5; 3)$;

- в) (3; 5); г) (0; 0).
6. Даны точки $A(3; 2; 3)$ и $B(-1; 5; 7)$. Найдите длину отрезка AB .
- а) $\sqrt{41}$; б) $\sqrt{29}$;
в) $\sqrt{165}$; г) $\sqrt{113}$.
7. Даны точки $A(1; -2; -3)$ и $B(1; -5; -2)$. Найдите длину отрезка AB .
- а) $\sqrt{10}$; б) $\sqrt{74}$;
в) $\sqrt{78}$; г) $\sqrt{14}$.
8. Даны точки $A(3; 3; 3)$ и $B(-1; 5; 7)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
- а) (2; 8; 10); б) (1; 4; 5);
в) (-2; 1; 2); г) (4; -2; -4).
9. Даны точки $A(1; 5; 8)$ и $B(5; -3; 8)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
- а) (-2; 4; 0); б) (3; 1; 8);
в) (-2; 4; 8); г) (3; 1; 12).
10. Даны точки $A(2; -2; 1)$ и $B(12; 2; 3)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
- а) (14; 0; 4); б) (10; 4; 2);
в) (7; 0; 2); г) (-1; 0; 2).
11. Даны точки $A(2; 4; -2)$ и $B(-2; 4; 2)$. Укажите координаты точки C , которая делит отрезок AB в отношении $AC : CB = 3 : 1$.
- а) (0; 0; 0); б) (1; 4; -1);
в) (-1; 4; 1); г) (4; 0; -4).

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 5

Прямая линия на плоскости

1. Укажите уравнение прямой, проходящей через точки $C(0; 1)$ и $D(-2; 0)$.
- а) $2y - x - 2 = 0$; б) $5x - 3y + 3 = 0$;
в) $y - 2x = 0$; г) $3x + y + 6 = 0$.
2. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; 1)$ и имеющую угловой коэффициент $k = 1$.
- а) $y = 1 - x$; б) $y = x$;
в) $y = x + 2$; г) $y = 2x - 1$.
3. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $A(3; -2)$ и имеющую угловой коэффициент $k = -1$.

а) $y = x$;

б) $y = -\frac{3}{2}x$;

в) $y = x - 5$;

г) $y = 1 - x$.

4. Укажите прямую, параллельную прямой $2x + 3y - 7 = 0$.

а) $3x + 2y - 7 = 0$;

б) $x + 3y - 2 = 0$;

в) $2x - y - 7 = 0$;

г) $2x + 3y + 9 = 0$.

5. Укажите прямую, не параллельную прямой $y = 2x + 3$.

а) $4y = 8x + 1$;

б) $y = 2x - 4$;

в) $2y = 4x - 5$;

г) $y = 3x - 3$.

6. Укажите прямую, перпендикулярную прямой $3x - y - 3 = 0$.

а) $x + 3y - 17 = 0$;

б) $2x - y + 4 = 0$;

в) $x - 3y + 2 = 0$;

г) $x + y = 0$.

7. Укажите прямую, не перпендикулярную прямой $2x + 5y - 6 = 0$.

а) $5x - 2y + 3 = 0$;

б) $5x + 2y - 1 = 0$;

в) $10x - 4y - 7 = 0$;

г) $15x - 6y + 11 = 0$.

8. Укажите точку, лежащую на прямой $y = 8x - 6$.

а) $(1; 3)$;

б) $(0; 6)$;

в) $(-1; -14)$;

г) $(2; 9)$.

9. Укажите точку, не лежащую на прямой $y = \frac{1}{2}x + 4$.

а) $(0; 4)$;

б) $(2; 6)$;

в) $(-4; 2)$;

г) $(-8; 0)$.

10. Найдите координаты точки пересечения прямой $4x - 3y - 10 = 0$ с осью абсцисс.

а) $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$;

б) $\left(0; -\frac{10}{3}\right)$;

в) $(0; 0)$;

г) $(-2; 0)$.

11. Найдите координаты точки, пересечения прямой $2x + 3y - 4 = 0$ с осью ординат.

а) $(2; 0)$;

б) $\left(0; \frac{4}{3}\right)$;

в) $(0; 0)$;

г) $(-1; 2)$.

12. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 6x - 5$ и $y = x + 7$.

а) $(0; -5)$;

б) $(1; 1)$;

в) $(2,4; 9,4)$;

г) $(1,5; 4)$.

13. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 3)$ и параллельной прямой $y = 2x + 5$.

а) $y = x + 1$;

б) $y = 2x - 3$;

в) $y = 3x + 2$;

г) $y = 2x - 1$.

14. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $B(-1; 5)$ и параллельной прямой $y = 7x - 1$.

а) $y = 7x + 12$;

б) $y = 4 - x$;

в) $y = 3x + 8$;

г) $y = 7x + 4$.

15. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $B(-3; 2)$ и перпендикулярной прямой $7x + 4y - 11 = 0$.

а) $2x - 3y + 12 = 0$;

б) $4x - 7y + 26 = 0$;

в) $4x - 7y + 11 = 0$;

г) $2y - 3x = 0$.

16. Укажите уравнение прямой, проходящей через точку $B(-1, 4)$ и перпендикулярной прямой $5x - 3y + 4 = 0$.

а) $5x - 3y + 17 = 0$;

б) $y - 4x = 0$;

в) $3x + 5y - 17 = 0$;

г) $3x + 5y + 2 = 0$.

17. Прямая задана уравнением $2x - 4y + 3 = 0$. Укажите координаты нормального вектора этой прямой.

а) $(2; 3)$;

б) $(2; 4)$;

в) $(4; 3)$;

г) $(2; -4)$.

18. Прямая задана уравнением $-2x + 5y - 8 = 0$. Укажите координаты нормального вектора этой прямой.

а) $(-2; 5)$;

б) $(5; -8)$;

в) $(-5; -2)$;

г) $(5; -8)$.

19. Прямая задана уравнением $-3x + 8y - 1 = 0$. Укажите координаты направляющего вектора этой прямой.

а) $(-3; 8)$;

б) $(-8; -3)$;

в) $(3; -8)$;

г) $(-3; -1)$.

20. Прямая задана уравнением $5x + 6y - 2 = 0$. Укажите координаты направляющего вектора этой прямой.

а) $(5; -6)$;

б) $(5; 6)$;

в) $(-6; 5)$;

г) $(2; -6)$.

21. Найдите расстояние от точки $M(-6; 3)$ до прямой $3x - 4y + 15 = 0$.

а) 3;

б) 4;

в) 5;

г) 1.

22. Найдите расстояние от точки $N(-2; -1)$ до прямой $12x + 5y + 3 = 0$.

а) 4;

б) 3;

в) 2;

г) 1.

23. Угол между прямыми $x - 2y - 2 = 0$ и $y = \frac{1}{2}x + 3$ равен:

а) 0°

б) $\frac{\pi}{6}$;

в) $\frac{\pi}{3}$;

г) $\frac{\pi}{2}$.

24. Угол между прямыми $3x + y - 2 = 0$ и $x - 3y + 1 = 0$ равен:

а) 0° ;

б) $\frac{\pi}{6}$;

в) $\frac{\pi}{3}$;

г) $\frac{\pi}{2}$.

25. Угол между прямыми $2x - y - 3 = 0$ и $y = \frac{1}{3}x + 4$ равен:

а) $\frac{\pi}{3}$;

б) $\frac{\pi}{4}$;

в) $\frac{\pi}{6}$;

г) $\frac{\pi}{2}$.

26. Уравнение прямой, проходящей через две точки $A_1(x_1; y_1)$ и $A_2(x_2; y_2)$ имеет вид:

а) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$;

б) $\frac{x-y}{x_1-y_1} = \frac{x_1-y_1}{x_2-y_2}$;

в) $\frac{x-x_2}{y-y_2} = \frac{x-x_1}{y-y_1}$;

г) $\frac{x-y}{x_1-x_2} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$.

27. Уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{l}(m; n)$, проходящей через точку $M(x_0; y_0)$, имеет вид:

а) $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$;

б) $\frac{x-x_0}{n} = \frac{y-y_0}{m}$;

в) $\frac{x+x_0}{m} = \frac{y+y_0}{n}$;

г) $\frac{x-y}{m} = \frac{x_0-y_0}{n}$.

28. Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$ с данным угловым коэффициентом k , имеет вид:

а) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

б) $y = kx + b$;

в) $y + y_0 = k(x + x_0)$;

г) $y = k(x - x_0) - y_0$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 6

Функции и пределы

1. Укажите сходящуюся последовательность с общим членом x_n :

а) $x_n = \frac{(-1)^n}{n^3}$;

б) $x_n = |1 - n|$;

в) $x_n = 2n^2 - 3n - 1$;

г) $x_n = \frac{8}{n}$.

2. Укажите расходящуюся последовательность с общим членом a_n :

а) $a_n = \frac{n}{n+3}$;

б) $a_n = 7 - n$;

- в) $a_n = -\frac{1}{n}$;
- г) $a_n = 3 + \frac{3}{n}$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{3n+2}$ равен:
- а) $\frac{1}{2}$;
- б) $\frac{4}{3}$;
- в) 0;
- г) $\frac{1}{3}$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3}{n^2+1}$ равен:
- а) 10;
- б) ∞ ;
- в) 0;
- г) 1.
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2 + 5}{3n^4 - 4}$ равен:
- а) $-\frac{5}{4}$;
- б) $-\frac{4}{3}$;
- в) $\frac{5}{3}$;
- г) 0.
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n - 1}{4n^2 - 2n + 5}$ равен:
- а) $\frac{3}{4}$;
- б) 0;
- в) 1;
- г) $-\frac{1}{5}$.
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5 - n^4 + 5}{3n^5 + 4}$ равен:
- а) 0;
- б) $\frac{5}{4}$;
- в) 3;
- г) $-\frac{1}{3}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 6x + 10)$ равен:
- а) 0;
- б) 1;
- в) 2;
- г) 4.
9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1}$ равен:
- а) -1;
- б) 0;
- в) 1;
- г) 3.
10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ равен:
- а) 0;
- б) -1;
- в) 1;
- г) -3.

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ равен:

- а) - 1;
в) 1;

- б) 0;
г) 2.

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ равен:

- а) 0;
в) 2;

- б) 1;
г) 3.

13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$ равен:

- а) - 2;
в) 4;

- б) 0;
г) 2.

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2 - 14x}{7x}$ равен:

- а) - 2;
в) 1;

- б) 0;
г) $\frac{1}{7}$.

15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$ равен:

- а) - 1;
в) $\frac{1}{3}$;

- б) 0;
г) $\frac{1}{2}$.

16. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$ равен:

- а) $-\frac{1}{2}$;
в) $\frac{1}{3}$;

- б) 0;
г) $\frac{2}{3}$.

17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x + 1}{2x^3 + x^2}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 1;

- б) 0;
г) $\frac{3}{2}$.

18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 - 3x^3 + 5}{2x^4 - 5x^3 + 1}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 2;

- б) 0;
г) $\frac{1}{2}$.

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{x^3 + 7x - 2}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 1;

- б) 0;
г) - 3x.

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x + 8}{x^3 + 5x - 1}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 3;

- б) 0;
г) -8.

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 1;

- б) 0;
г) $\frac{1}{2}$.

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x}$ равен:

- а) ∞ ;
в) $\frac{7}{3}$;

- б) 0;
г) -1.

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x}$ равен:

- а) ∞ ;
в) 1;

- б) -2;
г) 2.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 7

Производные и дифференциалы

1. Производная функции $y = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 4$ равна:

а) $y' = 2x^2 - 5x + 7$;

б) $y' = 3x^3 - 2x^2 + x$;

в) $y' = 6x^2 - 10x + 7$;

г) $y' = 6x^2 - 10x + 3$.

2. Производная функции $y = 7x^4 + 2x^3 - 11x^2 + 8x + 2$ равна:

а) $y' = 7x^3 + 2x^2 - 11x + 8$;

б) $y' = 28x^3 + 6x^2 - 22x + 10$;

в) $y' = 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$;

г) $y' = 28x^3 + 6x^2 - 22x + 8$.

3. Производная функции $y = \frac{7}{x-5}$ равна:

а) $y' = \frac{7}{2\sqrt{x-5}}$;

б) $y' = -\frac{7}{(x-5)^2}$;

в) $y' = -\frac{1}{(x-5)^2}$;

г) $y' = \frac{35}{(x-5)^2}$.

4. Производная функции $y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$ равна:

а) $y' = x^2 - \frac{9}{x^4}$;

б) $y' = x^2 + \frac{1}{x^2}$;

$$\text{в) } y' = -\frac{x^2}{9} + \frac{9}{x^4};$$

$$\text{г) } y' = x^2 + \frac{9}{x^4}.$$

5. Производная функции $y = \frac{7x-3}{15}$ равна:

$$\text{а) } y' = \frac{7x}{15};$$

$$\text{б) } y' = 105;$$

$$\text{в) } y' = 7;$$

$$\text{г) } y' = \frac{7}{15}.$$

6. Производная функции $y = \frac{3}{x^2-1}$ равна:

$$\text{а) } y' = -\frac{3}{(x^2-1)^2};$$

$$\text{б) } y' = 6x;$$

$$\text{в) } y' = -\frac{6x}{(x^2-1)^2};$$

$$\text{г) } y' = \frac{2x}{3}.$$

7. Производная функции $y = x^2(2x-1)$ равна:

$$\text{а) } y' = 2x + 2;$$

$$\text{б) } y' = 6x^2 + 2x;$$

$$\text{в) } y' = 6x^2 - 2x;$$

$$\text{г) } y' = 4x.$$

8. Производная функции $y = (x^3+3)(4x^2-5)$ равна:

$$\text{а) } y' = 20x^4 - 15x^2 + 24x;$$

$$\text{б) } y' = 20x^4 - 15x^2 + 24x - 15;$$

$$\text{в) } y' = 24x^3;$$

$$\text{г) } y' = 4x^4 - 5x^2 + 8x.$$

9. Производная функции $y = \frac{x^3-3}{x^2-5}$ равна:

$$\text{а) } y' = \frac{3x}{2};$$

$$\text{б) } y' = \frac{x^4 - 15x^2 + 6x}{x^2 - 5};$$

$$\text{в) } y' = -\frac{6x}{(x^2-1)^2};$$

$$\text{г) } y' = \frac{x^4 - 15x^2 + 6x}{(x^2-5)^2}.$$

10. Производная функции $y = \frac{2}{(x^3+5)^5}$ равна:

$$\text{а) } y' = -\frac{30x^2}{(x^3+5)^6};$$

$$\text{б) } y' = \frac{2}{5(x^3+5)^4};$$

$$\text{в) } y' = \frac{2}{15x^2(x^3+5)^4};$$

$$\text{г) } y' = -\frac{2}{(x^3+5)^6}.$$

11. Производная функции $y = \sin 2x$ равна:

$$\text{а) } y' = \frac{1}{2} \cos 2x;$$

$$\text{б) } y' = 2 \cos 2x;$$

$$\text{в) } y' = 2 \cos x;$$

$$\text{г) } y' = \cos 2x.$$

12. Производная функции $y = \cos 3x$ равна:

$$\text{а) } y' = -\sin 3x;$$

$$\text{б) } y' = -\frac{1}{3} \sin 3x;$$

$$\text{в) } y' = -3 \sin 3x;$$

$$\text{г) } y' = 3 \cos x.$$

13. Производная функции $y = \sqrt{1+x^2}$ равна:

а) $y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}$;

б) $y' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$;

в) $y' = 2x\sqrt{1+x^2}$;

г) $y' = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$.

14. Производная функции $y = \sqrt{x^3-8}$ равна:

а) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3-8}}$;

б) $y' = -3x^2\sqrt{x^3-8}$;

в) $y' = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-8}}$;

г) $y' = \frac{3}{2}x^2\sqrt{x^3-8}$.

15. Уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x = 4$ имеет вид:

а) $y = x - 13$;

б) $y = x + 13$;

в) $y = x$;

г) $y = x - 4$.

16. Уравнение касательной к кривой $y = 4x - x^2$ в точке с абсциссой $x = 0$ имеет вид:

а) $y = 4x$;

б) $y = 4x + 16$;

в) $y = 4x + 1$;

г) $y = 0$.

17. Уравнение касательной к кривой $y = x^2$ в точке с абсциссой $x = \frac{1}{2}$ имеет вид:

а) $y = x - \frac{1}{4}$;

б) $y = x + \frac{1}{2}$;

в) $y = x - 1$;

г) $y = 2x + 1$.

18. Вторая производная функции $y = \sin x - \cos 3x$ равна:

а) $y'' = \cos x + 3 \sin 3x$;

б) $y'' = -\sin x + 9 \cos 3x$;

в) $y'' = -\sin x - 9 \cos 3x$;

г) $y'' = \sin x + 9 \cos 3x$.

19. Вторая производная функции $y = \frac{x}{1-x}$ равна:

а) $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$;

б) $y'' = \frac{1}{(1-x)^2}$;

в) $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$;

г) $y'' = \frac{1-2x}{(1-x)^2}$.

20. Вторая производная функции $y = \frac{3}{x^3}$ равна:

а) $y'' = \frac{36}{x^5}$;

б) $y'' = -\frac{9}{x^4}$;

в) $y'' = -\frac{36}{x^5}$;

г) $y'' = \frac{9}{x^4}$.

21. Укажите промежутки возрастания функции $y = x^3 - 12x + 11$.

а) $(-2; 2)$;

б) $(2; +\infty)$

в) $(-\infty; -2)$ и $(2; +\infty)$;

г) $(-\infty; -2)$.

22. Укажите промежутки возрастания функции $y = x^3 + 5x + 6$.

а) $(-\infty; +\infty)$;

б) $(-\infty; -\frac{5}{3})$;

в) $(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3})$;

г) $(\frac{5}{3}; +\infty)$.

23. Укажите промежутки убывания функции $y = x^4 - 2x^2 - 5$.

а) $(-\infty; -1)$ и $(0; 1)$;

б) $(-1; 0)$;

в) $(1; +\infty)$;

г) $(-\infty; -1)$.

24. Укажите точки максимума функции $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2$.

а) $x = 0$;

б) $x = -1$;

в) $x = 2$;

г) $x = 1$.

25. Укажите точки максимума функции $y = \frac{x}{1+x^2}$.

а) $x = 1$;

б) $x = -1$;

в) $x = 0$;

г) $x = 2$.

26. Укажите промежутки выпуклости графика функции

$y = 2x^2 + \ln x$.

а) $(0; \frac{1}{2})$;

б) $(\frac{1}{2}; +\infty)$;

в) $(-\infty; 0)$;

г) $(-\infty; +\infty)$.

27. Укажите промежутки выпуклости графика функции

$y = \operatorname{arctg} x - x$.

а) $(-\infty; 0)$;

б) $(-1; 1)$;

в) $(0; +\infty)$;

г) $(-\infty; +\infty)$.

28. Укажите промежутки вогнутости графика функции $y = x^2 + x + 5$.

а) $(-\infty; +\infty)$;

б) $(0; +\infty)$;

в) $(-\infty; 0)$;

г) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

29. Укажите промежутки вогнутости графика функции

$$y = x^3 - 6x^2 + x.$$

а) $(-\infty; 2)$;

б) $(2; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-2; 2)$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 8

Неопределенный интеграл

1. Неопределенный интеграл $\int (x^5 - 4x^3 + x - 1) dx$ равен:

а) $5x^4 - 12x^2 + 1 + c$;

б) $\frac{x^6}{6} - x^4 + \frac{x^2}{2} - x + c$;

в) $6x^6 - 16x^4 + 2x^2 - x + c$;

г) $\frac{x^6}{6} + 4x^4 - \frac{x^2}{2} + x + c$.

2. Неопределенный интеграл $\int x^2(1-2x) dx$ равен:

а) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{2} + c$;

б) $2x - 6x^2 + c$;

в) $\frac{x^3}{3} + x - x^2 + c$;

г) $\frac{x^3}{3}(x-x^2) + c$.

3. Неопределенный интеграл $\int \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3} \right) dx$ равен:

а) $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{2x^2} + c$;

б) $\frac{x^2}{6} + \frac{3}{4x^4} + c$;

в) $x^2 - \frac{9}{x^4} + c$;

г) $\frac{x^4}{12} - \frac{3}{2x^2} + c$.

4. Неопределенный интеграл $\int (x^3 - 7x^2 + 5x - 4) dx$ равен:

а) $3x^2 - 14x + 5 + c$;

б) $4x^4 - 21x^3 + 10x^2 - 4x + c$;

в) $\frac{x^4}{4} - \frac{7x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x + c$;

г) $\frac{x^4}{4} + \frac{7x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 4x + c$.

5. Неопределенный интеграл $\int (2x - 3\sqrt{x}) dx$ равен:

а) $x^2 - 2x\sqrt{x} + c$;

б) $x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + c$;

в) $x^2 + \frac{3}{2\sqrt{x}} + c$;

г) $x^2 - 6x\sqrt{x} + c$.

6. Неопределенный интеграл $\int \frac{5+x}{x} dx$ равен:

а) $\frac{10x+x^2}{x^2} + c$;

б) $5\ln|x| + x + c$;

в) $-\frac{5}{x^2} + c$;

г) $\left(5x + \frac{x^2}{2}\right) \ln|x| + c$.

7. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{x^2+16}$ равен:

а) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{16}x + c$;

б) $\operatorname{arctg} \frac{x}{16} + c$;

в) $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + c$;

г) $-\frac{2x}{(x^2+16)^2} + c$.

8. Неопределенный интеграл $\int (7x + \sin 7x) dx$ равен:

а) $\frac{7x^2}{2} - \sin 7x + c$;

б) $\frac{7x^2}{2} - \frac{1}{7} \cos 7x + c$;

в) $\frac{7x^2}{2} + \frac{1}{7} \cos 7x + c$;

г) $7 + 7 \cos 7x + c$.

9. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$ равен:

а) $\operatorname{tg} 5x + c$;

б) $-\frac{1}{3 \cos^3 5x} + c$;

в) $\frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + c$;

г) $-\frac{10}{\cos^3 5x} + c$.

10. Неопределенный интеграл $\int (e^x + e^{-2x}) dx$ равен:

а) $e^x - \frac{1}{2} e^{-2x} + c$;

б) $e^x + \frac{1}{2} e^{-2x} + c$;

в) $e^x - 2e^{-2x} + c$;

г) $e^x + 2e^{-2x} + c$.

11. Неопределенный интеграл $\int x(x^2-1)^3 dx$ равен

а) $\frac{x^3}{8} - \frac{x^2}{2} + c$;

б) $\frac{1}{8}(x^2-1)^4 + c$;

в) $(x^2-1)^3 + 6x^2(x^2-1)^2 + c$;

г) $\frac{1}{16}(x^2-1)^4 + c$.

12. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{7x+5}$ равен:

а) $\ln|7x+5| + c$;

б) $7\ln|7x+5| + c$;

в) $\frac{1}{7} \ln|7x+5| + c$;

г) $-\frac{7}{(7x+5)^2} + c$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 9

Определенный интеграл

1. Определенный интеграл $\int_0^1 x^4 dx$ равен:

а) $\frac{1}{5}$;

б) 1;

в) -1;

г) $\frac{1}{4}$.

2. Определенный интеграл $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx$ равен:

а) 0;

б) 2;

в) $2\frac{2}{3}$;

г) 3.

3. Определенный интеграл $\int_1^4 \sqrt{x} dx$ равен:

а) -1;

б) 3;

в) 4;

г) $4\frac{2}{3}$.

4. Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ равен:

а) $-\frac{1}{2}$;

б) 0;

в) $\ln 1$;

г) $\ln 2$.

5. Определенный интеграл $\int_{-1}^0 e^{-2x} dx$ равен:

а) 1;

б) e^2 ;

в) $\frac{e^2 - 1}{2}$;

г) $\frac{e^2}{2}$.

6. Определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin 4x dx$ равен:

а) 0;

б) 1;

в) -1;

г) 4.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2$ и $y = 0$.

а) $\frac{4}{3}$;

б) $-\frac{4}{3}$;

в) $\frac{3}{4}$;

г) 1.

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=1-x^2$, $y=x^2+2$, $x=0$, $x=1$.

а) $\frac{5}{3}$;

б) $-\frac{5}{3}$;

в) $\frac{3}{5}$;

г) 1.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 10

Функции нескольких переменных

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=x^2-2xy^2+y^3$ равна:

а) $2(x-y^2)$;

б) $y(3y-4x)$;

в) $2x-4y$;

г) $-2x+3y$.

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=\sin(x+y)$ равна:

а) $\cos(x+y)$;

б) $-\cos(x+y)$;

в) $\sin x$;

г) $\cos y$.

3. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=\frac{x+y}{x-y}$ равна:

а) $-\frac{2y}{(x-y)^2}$;

б) $\frac{2x}{(x-y)^2}$;

в) $\frac{y}{(x-y)^2}$;

г) $\frac{x}{(x-y)^2}$.

4. Найдите значения частных производных функции $z=x+y+\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3; 4)$.

а) $z'_x(M)=\frac{8}{5}$, $z'_y(M)=\frac{9}{5}$;

б) $z'_x(M)=-\frac{8}{5}$, $z'_y(M)=-\frac{9}{5}$;

в) $z'_x(M)=\frac{2}{5}$, $z'_y(M)=\frac{1}{5}$;

г) $z'_x(M)=\frac{1}{5}$, $z'_y(M)=\frac{2}{5}$.

5. Найдите частные дифференциалы функции $z=x^2+y\cos x$.

а) $d_x z=(2x-y\sin x)dx$, $d_y z=\cos x dy$;

б) $d_x z=(2x+y\cos x)dx$, $d_y z=(2x-\sin x)dy$;

в) $d_x z=(2x+y)dx$, $d_y z=(2x+\cos x)dy$;

г) $d_x z=(2x-\sin x)dx$, $d_y z=dy$.

6. Найдите частные дифференциалы функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.

а) $d_x z = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx$, $d_y z = \frac{2y}{x^2 + y^2} dy$;

б) $d_x z = \frac{x}{x^2 + y^2} dx$, $d_y z = \frac{y}{x^2 + y^2} dy$;

в) $d_x z = \frac{1}{x^2 + y^2} dx$, $d_y z = \frac{1}{x^2 + y^2} dy$;

г) $d_x z = \frac{1}{x+y} dx$, $d_y z = \frac{1}{x+y} dy$.

7. Полный дифференциал функции $z = x^2 - xy + y^2$ равен:

а) $(2x - y)dx + (2y - x)dy$;

б) $(2y - x)dx + (2x - y)dy$;

в) $(2x - y)dx - (2y - x)dy$;

г) $2x dx + 2y dy$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 11

Дифференциальные уравнения

1. Укажите, какое из следующих уравнений является дифференциальным.

а) $y' = x e^y$;

б) $y = 2x^2 - 5x + 7$;

в) $y = x^2 + Cx$;

г) $\ln \frac{x}{y} = 1 + Cy$.

2. Укажите, какое из следующих уравнений является дифференциальным.

а) $y' - \operatorname{tg} x \cdot y = 0$;

б) $Cy = (x^2 + y^2)'$;

в) $y = \sin Cx$;

г) $y = x^3 + x^2 + 5$.

3. Укажите обыкновенные дифференциальные уравнения.

а) $y' = x^2 - y^2$;

б) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$;

в) $y^2 = x^2 + \ln y$;

г) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

4. Укажите обыкновенные дифференциальные уравнения.

а) $y' = x^3 + \ln y$;

б) $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = 0$;

в) $y^2 = x^2 + e^x$;

г) $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + \frac{\partial z}{\partial x} = 0$.

5. Укажите уравнение в полных дифференциалах.

а) $(x + y + 1) dx + (x - y^2 + 3) dy = 0$;

б) $xy dx + x^2 y^2 dy = 0$;

в) $x^2 dy - y^2 dx = 0$;

г) $(x + y + 1) dx - (x - y^2 + 3) dy = 0$.

6. Укажите уравнение в полных дифференциалах.

а) $e^{-y} dx + (1 - x e^{-y}) dy = 0$;

б) $xy' + 2yx = 0$;

в) $e^{-y} dx - (1 - x e^{-y}) dy = 0$;

г) $xy' - 2yx = 0$.

7. Найдите общее решение ДУ $y - xy' = 1 + x^2 \cdot y'$ с разделяющимися переменными.

а) $y = \frac{Cx}{x+1} + 1$;

б) $y = \frac{x}{x+1} + C$;

в) $y = \frac{x^2}{x+1} + C$;

г) $y = \frac{Cx}{x+1} - 1$.

8. Найдите общее решение ДУ $y' \cdot \text{ctg } x + y = 2$ с разделяющимися переменными.

а) $y = C \cos x + 2$;

б) $y = C \text{ ctg } x + 2$;

в) $y = C \text{ tg } x + 2$;

г) $y = C \sin x + 2$.

9. Найдите общее решение ДУ $y y' + x = 0$ с разделяющимися переменными.

а) $x^2 + y^2 = C^2$

б) $y^2 = C^2 + x^2$;

в) $y = \sqrt{x^2 C^2}$;

г) $y = \sqrt{x^2 + C^2}$.

10. Найдите общее решение ДУ $y' \cdot \text{tg } x - y = 1$ с разделяющимися переменными.

а) $y = C \sin x - 1$;

б) $y = C \cos x - 1$;

в) $y = C \text{ ctg } x + 1$;

г) $y = C \text{ tg } x + 1$.

11. Найдите общее решение ДУ $2\sqrt{y} dx = dy$ с разделяющимися переменными.

а) $y = (x+C)^2$;

б) $y = x^2 + C$;

в) $\sqrt{y} = -x + C$;

г) $y = \pm(x+C)^2$.

12. Найдите общее решение ДУ $x y' + y = 0$ с разделяющимися переменными.

а) $xy = C$;

б) $y = Cx$;

в) $y = \frac{C}{x}$;

г) $y = -\frac{C}{x}$.

13. Найдите общее решение ДУ $x y' - y = 0$ с разделяющимися переменными.

а) $xy = C$;

б) $y = Cx$;

в) $y = \frac{C}{x}$;

г) $y = -\frac{C}{x}$.

14. Найдите общее решение ЛДУ первого порядка $y' - y = e^x$.

а) $y = (x + C) e^x$;

б) $y = x + C e^x$;

в) $y = x + 2 e^x$;

г) $y = x e^x$.

15. Найдите общее решение ЛДУ первого порядка $y' = x + y$.

а) $y = C e^x - x - 1$;

б) $y = C e^x + x - 1$;

в) $y = C e^x - x e^x - 1$;

г) $y = e^x - x - 1$.

16. Найдите общее решение ЛДУ первого порядка $x y' + y = 3$.

а) $y = 3 + \frac{C}{x}$;

б) $y = 3 + Cx$;

в) $y = 3 - \frac{C}{x}$;

г) $y = 3 + \frac{C}{x} e^x$.

17. Найдите общее решение ЛДУ первого порядка $x y' + y = e^x$.

а) $y = \frac{e^x + C}{x}$;

б) $y = \frac{e^x}{x} + C$;

в) $y = \frac{C}{x}$;

г) $y = \frac{C}{x} e^x$.

18. Найдите общее решение ЛДУ первого порядка $y' - \frac{3y}{x} = x$.

а) $y = Cx^3 - x^2$;

б) $y = Cx^3 + x^2$;

в) $y = Cx^3 e^x - x^2 e^x$;

г) $y = Cx^3 - x^2 e^x$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 12

Ряды

1. Найдите сумму ряда $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

а) 1;

б) $1\frac{1}{2}$;

в) 2;

г) $2\frac{1}{2}$.

2. Найдите сумму ряда $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

а) 2;

б) 1;

в) 0;

г) $\frac{1}{2}$.

3. Найдите сумму ряда $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

- а) 0; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $\frac{3}{4}$.

4. Найдите сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

- а) 0; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

5. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.

- а) 1; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{2}$; г) 2.

6. Найдите сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$.

- а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{2}$.

7. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

- а) $\frac{1}{2}$; б) 1; в) 0; г) 2.

8. Найдите сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$.

- а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{3}$.

9. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$.

- а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{4}{5}$; г) $\frac{5}{6}$.

10. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$.

- а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{4}{3}$; в) $\frac{5}{4}$; г) $\frac{6}{5}$.

11. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$.

- а) 1; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{6}$.

12. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 3^n}{18^n}$.

- а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{4}{5}$.

13. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$.

- а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

14. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}$.

- а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{6}{5}$; г) $\frac{7}{8}$.

15. Укажите сходящиеся ряды.

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}$.

16. Укажите сходящиеся ряды.

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

17. Укажите сходящиеся ряды.

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2-n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^2+1}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3n^2+5}$.

18. Укажите абсолютно сходящиеся ряды.

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$;
в) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}$.

19. Укажите условно сходящиеся ряды.

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1) \cdot n}$;
в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}$.

20. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n \sqrt{n}}$ равен:

- а) $\frac{3}{2}$; б) ∞ ; в) 0; г) $\frac{2}{3}$.

21. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ равен:

- а) $\frac{1}{2}$; б) ∞ ; в) 0; г) 1.

22. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ равен:

- а) $\frac{1}{2}$; б) ∞ ; в) 0; г) 1.

23. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}$ равен:

- а) 3; б) ∞ ; в) 0; г) $\frac{1}{3}$.

24. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$

- а) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$; б) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; в) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$; г) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

25. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$.

- а) $(-2; 2)$; б) $[-2; 2]$; в) $[-2; 2)$; г) $(-2; 2]$.

26. Определите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

- а) $(-1; 1)$; б) $[-1; 1]$; в) $[-1; 1)$; г) $(-1; 1]$.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 13

Элементы комбинаторики

1. Число перестановок из n элементов вычисляется по формуле:

а) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; б) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$;

в) $P_n = n!$; г) $P_n = \frac{n!}{m!}$.

2. Число сочетаний из n элементов по m элементов вычисляется по формуле:

а) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; б) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$;

в) $P_n = n!$; г) $C_n^m = m! \cdot n!$.

3. Число размещений из n элементов по m элементов вычисляется по формуле:

а) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; б) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$;

$$в) P_n = n!;$$

$$г) A_n^m = m!n!.$$

4. Число перестановок с повторениями из n элементов вычисляется по формуле:

$$а) P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$б) \bar{A}_n^m = n^m;$$

$$в) \bar{C}_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!};$$

$$г) P_n = n!.$$

5. Число сочетаний с повторениями из n элементов по m элементов вычисляется по формуле:

$$а) P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$б) \bar{A}_n^m = n^m;$$

$$в) \bar{C}_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!};$$

$$г) \bar{C}_n^m = \frac{m!}{n!}.$$

6. Число размещений с повторениями из n элементов по m элементов вычисляется по формуле:

$$а) P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$б) \bar{A}_n^m = n^m;$$

$$в) \bar{C}_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!};$$

$$г) \bar{A}_n^m = m^{n-m}.$$

7. Найдите P_4 – число перестановок из четырех элементов.

$$а) 1;$$

$$б) 10;$$

$$в) 24;$$

$$г) 32.$$

8. Найдите P_6 – число перестановок из шести элементов.

$$а) 6;$$

$$б) 24;$$

$$в) 120;$$

$$г) 720.$$

9. Найдите A_7^3 – число размещений из семи элементов по три элемента.

$$а) 6;$$

$$б) 42;$$

$$в) 210;$$

$$г) 840.$$

10. Найдите A_6^2 – число размещений из шести элементов по два элемента.

$$а) 7;$$

$$б) 24;$$

$$в) 30;$$

$$г) 210.$$

11. Найдите C_6^5 – число сочетаний из шести элементов по пять элементов.

$$а) 6;$$

$$б) 30;$$

$$в) 120;$$

$$г) 360.$$

12. Найдите C_5^2 – число сочетаний из пяти элементов по два элемента.

$$а) 1;$$

$$б) 5;$$

$$в) 10;$$

$$г) 40.$$

13. Найдите $P_5(1; 2; 2)$ – число перестановок с повторениями из пяти элементов.

$$а) 120;$$

$$б) 60;$$

$$в) 30;$$

$$г) 20.$$

14. Найдите $P_n(2; 3; 1)$ – число перестановок с повторениями из шести элементов

- а) 120; б) 60; в) 30; г) 20.

15. Найдите $P_7(4; 1; 1; 1)$ – число перестановок с повторениями из семи элементов.

- а) 210; б) 42; в) 7; г) 105.

16. Найдите A_5^3 – число размещений с повторениями из пяти элементов по три элемента.

- а) 27; б) 25; в) 81; г) 125.

17. Найдите A_4^3 – число размещений с повторениями из четырех элементов по три элемента.

- а) 9; б) 16; в) 27; г) 64.

18. Найдите A_6^4 – число размещений с повторениями из шести элементов по четыре элемента.

- а) 1024; б) 1296; в) 216; г) 256.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 14

Основы теории вероятностей

1. Укажите неверное утверждение:

- а) вероятность любого события заключена между 0 и 1;
б) вероятность достоверного события равна 1;
в) вероятность невозможного события равна 0;
г) вероятность невозможного события равна 1.

2. Если m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев, то вероятность события A равна:

- а) $m \cdot n$; б) $\frac{m}{n}$; в) $m + n$; г) $n - m$.

3. Какова вероятность выпадения четного числа очков при бросании игральной кости?

- а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

4. Какова вероятность выпадения нечетного числа очков при бросании игральной кости?

- а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

5. Какова вероятность выпадения пяти очков при бросании игральной кости?

- а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

6. Какова вероятность выпадения не более четырех очков при бросании игральной кости?

- а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{2}{3}$.

7. Какова вероятность выпадения не менее пяти очков при бросании игральной кости?

- а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

8. Сколькими анаграммами можно зашифровать слово "солнце"?

- а) 6; б) 24; в) 120; г) 720.

9. Сколькими анаграммами можно зашифровать слово "зачет"?

- а) 6; б) 24; в) 120; г) 720.

10. Сколькими анаграммами можно зашифровать слово "пять"?

- а) 6; б) 24; в) 120; г) 720.

11. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. Найдите вероятность того, что студент сдаст только второй экзамен.

- а) 2,6; б) 0,648; в) 0,018; г) 0,002.

12. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. Найдите вероятность того, что студент сдаст все три экзамена.

- а) 2,6; б) 0,648; в) 0,018; г) 0,002.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баарин П.П.* Курс высшей математики: Для студентов физико-математических фак-тов пед. институтов. – М.: Просвещение, 1992. – 400 с.
2. *Виноградов И.М.* Элементы высшей математики: учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1999. – 511 с.
3. *Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М.* Математика. Общий курс. – СПб.: Лань, 2002. – 960 с.
4. *Гусак А.А.* Высшая математика: учеб. для студ. вузов: в 2 т. – Мн.: ТетраСистемс, 2000.
5. *Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричкова Е.А.* Справочник по высшей математике. – Мн.: ТетраСистемс, 2001. – 640 с.
6. Руководство к решению задач по высшей математике: в 2 ч. – Мн.: Выш. шк., 1989. – 349 с.
7. Практикум по высшей математике / Б.В. Соболев, Н.Т. Мишняков, В.М. Поркшеян. – Ростов н/Д: Феникс, 2006. – 640 с.
8. *Шипачев В.С.* Задачи по высшей математике: учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Высшая школа, 1997. – 304 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Индивидуальное задание № 1. Комплексные числа	3
Индивидуальное задание № 2. Матрицы и определители	4
Индивидуальное задание № 3. Системы линейных уравнений	7
Индивидуальное задание № 4. Метод координат	12
Индивидуальное задание № 5. Прямая линия на плоскости	13
Индивидуальное задание № 6. Функции и пределы	14
Индивидуальное задание № 7. Производные и дифференциалы	18
Индивидуальное задание № 8. Неопределенный интеграл	22
Индивидуальное задание № 9. Определенный интеграл	24
Индивидуальное задание № 10. Функции нескольких переменных	25
Индивидуальное задание № 11. Дифференциальные уравнения	26
Индивидуальное задание № 12. Ряды	30
Индивидуальное задание № 13. Элементы комбинаторики и теории вероятностей	31
Индивидуальное задание № 14. Элементы математической статистики	38
Индивидуальное задание № 15. Математические методы обработки результатов измерений	44
Контрольное задание № 1. Комплексные числа	49
Контрольное задание № 2. Матрицы и определители	50
Контрольное задание № 3. Системы линейных уравнений	57
Контрольное задание № 4. Метод координат	59
Контрольное задание № 5. Прямая линия на плоскости	60
Контрольное задание № 6. Функции и пределы	63
Контрольное задание № 7. Производные и дифференциалы	66
Контрольное задание № 8. Неопределенный интеграл	70
Контрольное задание № 9. Определенный интеграл	72
Контрольное задание № 10. Функции нескольких переменных	73
Контрольное задание № 11. Дифференциальные уравнения	74
Контрольное задание № 12. Ряды	76
Контрольное задание № 13. Элементы комбинаторики	79
Контрольное задание № 14. Основы теории вероятностей	81
ЛИТЕРАТУРА	82

Учебное издание

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

ПРАКТИКУМ

Составители:

Гостевич Татьяна Васильевна

Кравец Елена Всеволодовна

Ситкевич Ирина Ивановна

Технический редактор *А.Л. Позняков*

Компьютерная верстка *А.Л. Позняков*

Корректор *Г.В. Тетерукова*

Подписано в печать *4.03* .2011 г.

Формат 60x84/16. Гарнитура Times New Roman Cyr.

Усл.-печ. л. 4,9. Уч.-изд. л. 3,8. Тираж ~~77~~ экз. Заказ № *108* .

Учреждение образования «Могилевский государственный университет

им. А.А. Кулешова», 212022, Могилев, Космонавтов, 1.

ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии

УО «МГУ им. А.А. Кулешова». 212022, Могилев, Космонавтов, 1.