

**ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ:
СОДЕРЖАНИЕ, ДИДАКТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА**

Гусева Елена Васильевна
магистрант кафедры математики и информатики
учреждения образования «Могилевский государственный
университет имени А. А. Кулешова»
(г. Могилев, Беларусь)

Сакович Наталья Владимировна
доцент кафедры математики и информатики
учреждения образования «Могилевский государственный
университет имени А. А. Кулешова»,
кандидат физико-математических наук, доцент
(г. Могилев, Беларусь)

Теория чисел занимает особое место в школьной программе. С начальной школы ученики сталкиваются с натуральными числами и действиями над ними. Задачи по теории чисел часто встречаются в условиях различных олимпиад. Необходимые знания можно получить на факультативных занятиях.

Теория чисел является наукой о числовых системах, и в первую очередь внимание уделяется числам натурального ряда, которые являются основой для построения других числовых систем: целых, рациональных, действительных и комплексных.

С точки зрения методов исследования для решения задач по теории чисел, выделяются следующие направления:

- Элементарная теория чисел, в которой изучаются вопросы делимости целых чисел, разложение числа на простые множители, теория сравнений, диофантовы уравнения;
- Аналитическая теория чисел, позволяющая оценивать число решений тех или иных уравнений или систем уравнений в целых числах, в которой для вывода и доказательства утверждений о числах и числовых функциях используется мощный аппарат математического анализа;

- Алгебраическая теория чисел, основывающаяся на понятии алгебраического числа, которая занимается доказательством трансцендентности конкретных чисел, изучает степень их приближения рациональными и алгебраическими числами.

Вопросы теории чисел изучаются как в вузовском, так и в школьном курсе математики.

Для математических специальностей дисциплина «Теория чисел» является отдельным предметом учебного плана. В рамках курса студенты изучают основные понятия и факты теории чисел, знакомятся с основными числовыми функциями, цепными дробями, числовыми сравнениями, методами решения алгебраических сравнений и их систем, первообразными корнями и индексами, и их применением к решению задач.

В школьном курсе математики задачи по теории чисел относятся к разряду арифметических задач. Теория чисел является частью программы обязательного общего среднего образования, но основная часть тем теории чисел изучается лишь в 5 и 6 классах:

- теория делимости целых чисел, в которой изучаются простые и составные числа, признаки делимости, общие делители чисел, общие кратные чисел (5 класс);
- действия над числами, числовые функции, нахождение сумм делителей натурального числа, количества делителей натурального числа и др. (6 класс),
- иррациональные числа, периодические дроби (8 класс),
- числовые последовательности (9 класс),
- степень с рациональным показателем (11 класс).

Теория чисел в настоящее время является прикладной наукой для такой важной и популярной сегодня области математики как криптография. Теория чисел является фундаментом математических основ защиты информации. Тем, кто захочет связать свое дальнейшее образование или профессию с криптографией, необходимо знание данного раздела. Понимание алгоритмов криптографии невозможно без знания теории чисел. Для успешного решения задач криптоанализа необходимо знать свойства простых чисел, алгоритмы нахождения всех простых чисел на заданном промежутке, уметь находить НОД и НОК двух и более чисел, пользоваться теорией бесконечных периодических дробей.

В современных шифрующих устройствах обычно имеют дело с большим объемом информации, записанным в цифровом виде, то есть в виде знаков какой-нибудь q -ичной системы счисления, например, двоичной или десятичной. В процессе переработки этой информации приходится выполнять различные арифметические преобразования. Возникает задача выбора эффективных приемов выполнения этих преобразований, а также проблема оценки их эффективности.

Задачи по теории чисел регулярно входят в задания выпускного экзамена по математике за курс средней школы на I и II ступени, ЦТ по математике на различных уровнях. Примерами типовых заданий централизованного тестирования по теории чисел являются задачи следующего типа:

«При делении пятизначного числа $45n8m$ на 5 в остатке получается 3. Найти произведение цифр $n \cdot m$, если известно, что исходное число делится на 18» [1].

«Сумма двух натуральных чисел равна 55, а их наименьшее общее кратное 90. Найти модуль разности этих чисел» [1].

Задачи по теории чисел достаточно часто встречаются в заданиях олимпиад по математике различных уровней для школьников и студентов.

Приведем примеры олимпиадных задач, относящихся к теории чисел:

«Пусть $N = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 1999 \cdot 2003$. Верно ли, что сумма делителей числа N (включая 1 и число N) делится на 4?» [3].

Для каких натуральных N найдутся такие натуральные x, y, z , что $(x + y + z)^2 = Nxyz$? [Задача второго тура четвертого международного математического турнира старшеклассников «Кубок памяти А. Н. Колмогорова»].

В последние годы стали проводить олимпиады не только по математике, но и по криптографии, задания которых тоже включают задачи по теории чисел.

Задача XXVI межрегиональной олимпиады школьников по математике и криптографии (9 класс): Про составленный из цифр 9-значный пароль (a_1, a_2, \dots, a_9) известно следующее:

- 1) сумма первых 5 цифр $a_1 + a_2 + \dots + a_5$ делится на 5,
 - 2) сумма всех цифр пароля $a_1 + a_2 + \dots + a_9$ делится на 10.
- Сколько таких паролей?

Задача заочного тура олимпиады по математике и криптографии: Секретный PIN-код является четырехзначным числом. Известно, что при его делении на 30, 31, 33 получены остатки 10, 4, 28 соответственно. Найдите PIN.

Решение задач по теории чисел предполагает владение математическим языком на довольно высоком уровне. В процессе их решения требуется постоянно переводить информацию с математического на естественный язык и обратно. Задачи на делимость могут использоваться в качестве средства развития логического и математического мышления. Однако для решения большинства таких задач не существует единого алгоритма.

Для успешного изучения математики, в том числе изучения ее углубленно, и для решения задач повышенной сложности

необходимы знания потенциально иного уровня, которые можно получить на факультативных занятиях. В программе факультативных занятий для учащихся 10-11 классов «Готовимся к олимпиадам по математике» [2] теме «Основы теории чисел» отведено 10 часов в 10 классе и 8 часов в 11 классе. В рамках программы факультатива разработан комплекс дидактических материалов, позволяющий проводить факультативные занятия по темам:

- Простые числа
- Алгоритм Евклида
- Основная теорема арифметики
- Линейные диофантовы уравнения
- Системы линейных диофантовых уравнений
- Простейшие диофантовы уравнения второй степени
- Пифагоровы тройки
- Элементы теории сравнений
- Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона.

В целях формирования интереса к математике содержание занятий включает оригинальный материал из сборников олимпиадных задач, существенно углубляющий содержание школьной программы. Достаточное количество задач по теории чисел можно решить несколькими способами. Владение различными способами решения задач является одним из показателей математической грамотности педагога.

Задачи теории чисел имеют значительный образовательный, развивающий потенциал и могут быть использованы для организации учебно-исследовательской деятельности учащихся. Знание теории чисел и понимание ее алгоритмов является важным этапом в обучении школьников.

Список использованной литературы

1. Веремеенок, В. В. Тренажер по математике для подготовки к централизованному тестированию и экзамену / В. В. Веремеенок. – Минск : Тетралит, 2013. – 176 с.
2. Воронович, И. И. Готовимся к олимпиадам по математике: программа факультативных занятий для учащихся 10–11 классов общеобразовательных учреждений / И. И. Воронович, Г. В. Ламинская. – Минск, 2009. – 8 с.
3. Романовский, Ю. Я. Районные олимпиады по математике третьего тысячелетия / Ю. Я. Романовский, И. А. Корлюкова, Е. Г. Микулич. – Мозырь : Белый Ветер, 2011. – 100 с.