УДК [681.5.017+539.215]

ДИНАМИКА УПРУГО ДЕФОРМИРОВАННОЙ ОПОРЫ

В.И. Загревский, А.Е. Покатилов

**Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,
Могилевский технологический институт, Беларусь**

Рассмотрим кинетическую энергию динамически изгибающейся опоры, имеющей форму стержня круглого сечения. Примем допущение, что опора не вращается, а лишь получает упругие прогибы по осям x и y. При деформации центр масс стержня постоянно меняет свое положение. Таким образом, изгиб опоры, реализующийся в упругой области, представляет собой задачу из механики переменных масс. Но так как скорость точек изогнутого стержня меняется по его длине, то определение кинетической энергии обычными методами представляет собой значительную проблему. Согласно определению кинетическая энергия тела находится как

$$T = \sum \frac{m_k \cdot v_k^2}{2},$$

где v_k – скорость точки k;

m_k– масса точки k.

Примем допущение, что материал стержня является сплошной средой. Тогда, с учетом того, что массу точки k можно выразить как $m_k=\rho \cdot dz \cdot dA$, кинетическую энергию опоры длиной ℓ определим как

$$T = \frac{\int_0^{\ell} dz \int_A \rho \cdot v_k^2 \cdot dA}{2},$$

где ρ - плотность материала. Считаем ρ=const;

dA – площадь элементарной площадки в поперечном сечении;

dz – приращение координаты по длине стержня.

В поперечном сечении стержень представляет собой круг, при этом все точки сечения имеют только поступательное движение относительно осей x и y. Это означает, что в поперечном сечении стержня скорости всех точек равны между собой. С учетом вышеуказанного

$$T = \frac{\int_0^{\ell} \rho \cdot v_k^2 \cdot dz \int_A dA}{2} = \frac{\int_0^{\ell} \rho \cdot v_k^2 \cdot A \cdot dz}{2} = \frac{\rho \cdot A \cdot \int_0^{\ell} v_k^2 \cdot dz}{2}.$$

С другой стороны, известно, что площадь поперечного сечения составляет $A=\pi \cdot D^2/4$. Учитывая формулу для плотности материала, выраженную через массу стержня M, равную

$$\rho = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot D^2 \cdot \ell}, \text{ получим } T = \frac{M}{2 \cdot \ell} \cdot \int_0^{\ell} v_k^2 \cdot dz.$$