

УДК 530.1 (075.8)

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ “ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ”

С. М. ЧЕРНОВ

кандидат физико-математических наук, доцент

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

В работе предложена процедура интерполяции дискретных измерений, полученных в лабораторной работе “Изучение законов теплового излучения”, в виде функций Планка и Вина. Обсуждается возможность экспериментальной проверки основных законов теплового излучения.

Ключевые слова: спектральная плотность излучения, законы Стефана-Больцмана и Вина, интерполяция функциями Планка и Вина.

Введение

Важное место в процессе изучения курса общей физики (квантовая физика) в вузах занимает комплекс лабораторных работ, среди которых важную роль играет лабораторная работа “Изучение законов теплового излучения”. В университетах РБ широкое распространение получило стандартное оборудование к данной лабораторной работе, разработанное и изготовленное научно-производственным республиканским унитарным предприятием “Актив БГУ” (г. Минск) [1; 2]. В данной лабораторной работе имеется возможность исследовать основные законы теплового излучения: измерять спектральную зависимость $V(\lambda, T)$; определять температуру нагревателя и сравнивать ее с паспортными данными установки; проводить проверку выполнения закона Стефана-Больцмана; определять длину волны λ_{\max} , соответствующей максимуму интенсивности излучения, и, следовательно, убедиться в справедливости выполнения закона смещения Вина.

Однако решение указанных проблем требует проведения процедуры интерполяции спектральной зависимости, полученной для дискретных значений λ_i , гладкой кривой $V(\lambda)$, которая не предусматривалась разработчиками. Без этого, например, невозможно корректно оценить параметр λ_{\max} . Поэтому в настоящей работе предложены способы соответствующей интерполяции с помощью системы Mathcad.

Основная часть

1. Блок-схема лабораторного оборудования.

Конструктивно установка выполнена в виде единого прибора, состоящего из оптико-механического и электронного блока. Блок-схема лабораторной установки для изучения законов теплового излучения представлена на рис. 1.

© Чернов С. М., 2018

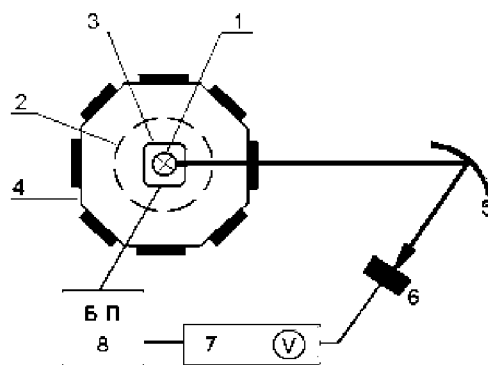


Рисунок 1. Схема лабораторной установки

Установка состоит из источника теплового излучения 1 (нихромовой спирали в форме цилиндра); механического модулятора светового потока, включающего в себя обтюратор 2 и электродвигатель 3; набора оптических инфракрасных фильтров 4; сферического зеркала 5; пироэлектрического приемника излучения 6; электронного блока обработки сигнала фотоприемника с цифровым вольтметром 7 и блока питания 8.

В приборе возможно устанавливать одну из трех температур нагрева спирали излучателя ($T = 630 \text{ K}, 740 \text{ K}, 900 \text{ K}$), что фиксируется свечением одного из светодиодов на лицевой панели. Смена оптических фильтров осуществляется поворотом барабана с фильтрами на фиксированный угол. Поток излучения от нихромовой спирали модулируется во времени, проходит через оптический фильтр и, отразившись от сферического зеркала, попадает на фотоприемник. Интерференционные фильтры позволяют выделить из падающего потока излучения энергию, приходящуюся на узкий спектральный диапазон. В лабораторной установке применяются семь инфракрасных узкополосных фильтров, способных пропускать тепловое излучение с длинами волн $2,1 \leq \lambda (\text{мкм}) \leq 8,5$. Величина сигнала на выходе фотоприемника пропорциональна величине светового потока, а, следовательно, и величине испускательной способности нагретого тела. Таким образом, показания цифрового индикатора вольтметра, выраженные в вольтах, пропорциональны величине спектральной плотности излучения ρ_λ : $V_\lambda \sim \rho_\lambda$.

2. Общая теория и процедура интерполяции.

Естественно предположить, что спектральная плотность излучения ρ_λ описывается формулой Планка [3]:

$$\rho_\lambda = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}. \quad (1)$$

Запишем эту формулу иначе, введя безразмерный параметр:

$$x = \frac{hc}{kT\lambda} = \frac{\gamma}{\lambda}, \quad (2)$$

$$\text{где } \gamma = \frac{hc}{kT} = \frac{1,439 \cdot 10^4}{T} \text{ (мкм)}. \quad (3)$$

Тогда соотношение (1) примет вид:

$$\rho_\lambda = \frac{8\pi ch}{\gamma^5} \frac{x^5}{e^x - 1} = \frac{8\pi k^5}{h^4 c^4} T^5 \frac{x^5}{e^x - 1} = Af\left(\frac{\gamma}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Здесь введены обозначения:

$$A = \frac{8\pi k^5}{h^4 c^4} T^5; \quad f(x) = \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (5)$$

Важно отметить, что параметры A и γ зависят от абсолютной температуры T по закону: $A \sim T^5$, $\gamma \sim 1/T$ и $A\gamma \sim T^4$.

Как известно, из соотношения (1) следуют закон Стефана-Больцмана для энергетической светимости S [3]:

$$S = \frac{c}{4} \int_0^\infty \rho_\lambda d\lambda = \sigma \cdot T^4, \quad (6)$$

где постоянная Стефана-Больцмана σ равна:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}, \quad (7)$$

и закон смещения Вина:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = b, \quad (8)$$

где λ_{max} – длина волны, соответствующая наибольшей интенсивности излучения, а постоянная Вина равна

$$b = \frac{hc}{4,97k} = 2,898 \cdot 10^3 \text{ мкм} \cdot \text{К}. \quad (9)$$

Интересно отметить, что в качестве интерполяционной функции вместо формулы (5) можно использовать функцию Вина, которая является предельным случаем (5) для $x \gg 1$ $\tilde{\rho}_\lambda = A\varphi(x)$; $\varphi(x) = x^5 e^{-x}$ (10)

Это обстоятельство связано с тем, что теория Вина и Планка дают близкие результаты, в частности: $\sigma_{\text{Планк}}/\sigma_{\text{Вин}} = 1,082$; $b_{\text{Планк}}/b_{\text{Вин}} = 1,007$. Кроме того, формула Вина (10) отличается от закона Планка (5) не более 10% в диапазоне длин волн $\lambda < 10 \text{ мкм}$, которое можно легко оценить из условия:

$$\frac{\rho_\lambda - \tilde{\rho}_\lambda}{\rho_\lambda} < 0,1.$$

В лабораторной работе измеряется величина сигнала на выходе фотоприемника, которая пропорциональна испускательной способности нагретого тела для данной температуры T . Таким образом, показания цифрового индикатора вольтметра V_λ , выраженные в вольтах, пропорциональны величине ρ_λ (4):

$$V_\lambda = V_0 f\left(\frac{\gamma}{\lambda}\right). \quad (11)$$

В данной работе имеется также возможность измерения не только V_λ для одной длины волны λ , но и интегральный параметр V_T , равный суммарному сигналу для всех излучаемых волн при фиксированной температуре. Учитывая обозначение (2), т. е. $\lambda = \gamma/x$ и $d\lambda = -\gamma \cdot dx / x^2$, для V_T получим:

$$V_T = \int_0^\infty V_\lambda d\lambda = -V_0 \gamma \int_\infty^0 \frac{f(x) dx}{x^2} = V_0 \gamma \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = V_0 \gamma \frac{\pi^4}{15}. \quad (12)$$

В соответствии с планковской теорией следует ожидать, что интегральный параметр V_T имеет характер зависимости от температуры T вида: $V_T \sim V_0 \gamma \sim T^5 \cdot T^{-1} \sim T^4$. Таким образом, мы приходим к результату, аналогичному закону Стефана-Больцмана (6), который подлежит экспериментальной проверке:

$$\frac{V_T}{T^4} \sim \frac{V_0 \gamma}{T^4} = const. \quad (13)$$

Последовательно меняя фильтры, можно измерить V_λ для каждой из 7 длин волн и трех значений фиксированных температур. В качестве примера в таблице приведены результаты таких измерений для $T=900$ К.

Результаты измерений $V_\lambda(\lambda_i, T)$ при $T=900$ К

Номер фильтра	1	2	3	4	5	6	7
λ	2,1	2,5	3,2	3,9	4,5	6,2	8,5
$V, В$	1,31	1,94	2,32	2,14	1,73	1,01	0,40

По экспериментальной зависимости $V_i = V_\lambda(\lambda_i)$ можно получить интерполяционную функцию V_λ (11) путем нахождения оптимальных значений параметров V_0 и γ для планковской зависимости $f(x)$ вида (5). С этой целью построим функцию:

$$D(V_0, \gamma) = \sum_{i=1}^7 \left(V_0 f\left(\frac{\gamma}{\lambda_i}\right) - V_i \right)^2,$$

где $f(x)$ определяется условием (5), и численно найдем значения параметров V_0 и γ , обеспечивающие минимальное значение функции D (программа "Minimize(D, V_0, γ) с начальными условиями $V_0 \approx 0,1$; $\gamma \approx 20$ "). В нашем примере получены значения $V_0 = 0,11 В$; $\gamma = 15,98 мкм$. Результаты проведенной интерполяции изображены на рисунке 2.

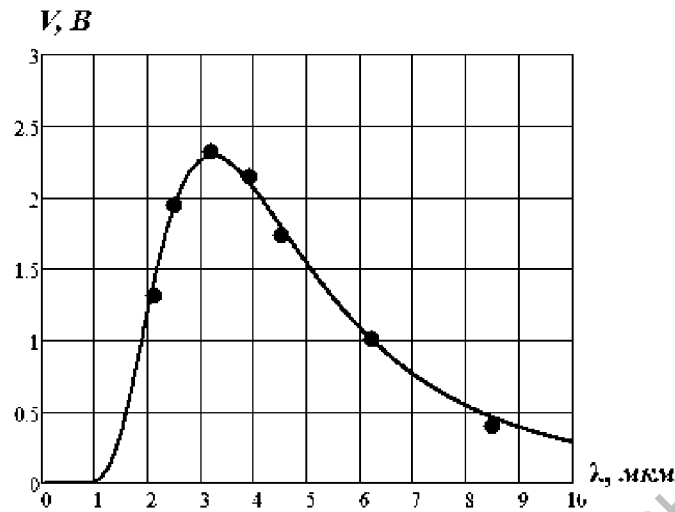


Рисунок 2. Результаты экспериментальных измерений и интерполяции зависимости $V_\lambda(\lambda, T)$ при $T = 900$ К

Зная характер зависимости $V_\lambda(\lambda, T)$, можно определить цветовую температуру нагревателя $T_{\text{экс}}$ по формуле (3) без использования закона смещения Вина. Для нашего примера получается температура $T_{\text{экс}} = 900,6$ К (для планковской функции (5)) и $T_{\text{экс}} = 890,2$ К (для функции Вина (10) - $V_0 = 0,109$ В; $\gamma = 16,16$ мкм). Далее можно определить длины волн λ_{max} , соответствующие максимумам кривых (программа “Maximize(V_λ, λ) с начальным условием $\lambda \approx 3$ ”) и интегральный параметр V_T (12). В результате получаются значения: $\lambda_{\text{max}}^{\text{Планк}} = 3,218$ мкм и $\lambda_{\text{max}}^{\text{Вин}} = 3,233$ мкм. Это дает возможность проверить справедливость выполнения закона Вина (8) и Стефана-Больцмана (13), а также сравнить полученные значения температур с заданными в лабораторной установке.

Заключение

Предложенная схема позволяет для относительно небольшого числа экспериментально измеренных данных получить спектральную зависимость мощности теплового излучения в виде функций Планка и Вина. Это дает возможность оценивать цветовую температуру излучателя без использования закона смещения Вина. Следует подчеркнуть близость результатов интерполяции по теории Планка и Вина.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Изучение законов теплового излучения : методические указания к лабораторной работе по физике для студентов инженерно-технических специальностей / П. Г. Кужир [и др.]. – Минск : Учебное электронное издание БНТУ, 2011. – 15 с.

2. *Бондарь, В. А.* Общая физика : практикум / В. А. Бондарь, И. С. Ташлыков, В. А. Яковенко. – Минск : Вышэйшая школа, 2008. – 574 с.
3. *Чернов, С. М.* Общая физика. Квантовая физика : курс лекций / С. М. Чернов. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2016. – 164 с.

Поступила в редакцию 27.11.2017 г.

Контакты: stanislavchernof2011@yandex.by (Чернов Станислав Михайлович)

Chernov S. PROCESSING MEASUREMENT RESULTS IN THE LABORATORY WORK “STUDYING THE LAWS OF THERMAL RADIATION”.

The procedure of interpolation of discrete measurements obtained in the laboratory work “Studying the Laws of Thermal Radiation” in the form of Planck and Wien functions is presented. The possibility of experimental verification of basic laws of thermal radiation is considered.

Keywords: spectral density, Stefan-Boltzmann and Wien laws, interpolation by Planck and Wien functions.