

УДК 371.68:004:51

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗАДАЧ В ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВАХ ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕДУКЦИИ

С. С. Новашинская

аспирант кафедры методики преподавания математики
МГУ имени А. А. Кулешова, г. Могилев, РБ

Данная статья посвящена проблеме представления задач курса геометрии средней школы в электронных средствах обучения на основе метода редукции. Использование данного метода и в контексте метода обучения (управление поиском решения задач) способствует созданию условий для продуктивной познавательной деятельности учащихся, прочности и сознательности усвоения знаний, развитию креативных качеств личности и самое главное – созданию благоприятной среды для организации поисковой деятельности учащихся.

Введение

Повышение качества математического образования всегда являлось приоритетной задачей в сфере образовательной политики нашего государства. В настоящее время геометрическая наука значительно богаче и сложнее по содержанию, а геометрические задачи становятся все более насыщенными (в информационном плане). В рамках совершенствования процесса обучения математике важную роль отводят включению в учебную деятельность специально подобранных задач для достижения комплекса дидактических целей. Этот подход не получил должного развития как в теоретическом, так и практическом плане (особенно в связи с ЭСО).

Среди основных средств, повышающих эффективность обучения математике, многие исследователи (Г.В. Дорофеев, Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев, И.Г. Шарыгин и др.) выделяют системы задач. Их использование позволяет достичь у учащихся более осознанного представления об изучаемом предмете. Возникает проблема построения целесообразной системы задач, с помощью которой можно было бы провести ученика последовательно через все аспекты математической деятельности. Данная проблема стоит перед составителями учебников и сборников задач и перед учителем в его практической деятельности. В практике преподавания математики системам задач не уделяется должного внимания. Зачастую на занятиях выполняется большое количество упражнений, которые не позволяют формировать полноценные знания и умения. Кроме того, не предусматривается систематическое осуществление взаимосвязей между различными темами, перенос знаний, умений и навыков в новые условия. Работа с системами задач на занятиях открывает дополнительные возможности в эффективном использовании учебного материала, создании проблемных ситуаций, формировании исследовательских умений учащихся. Это свидетельствует о том, что система задач остается актуальным объектом исследования. Учитель, подбирая задачи на урок, для домашней и индивидуальной работы также формирует определенные системы задач с учетом различных типов, дидактических функ-

ций, способов их организации [1]. Остро стоит проблема и в составлении подзадач учителем и учащимися по ходу решения основной задачи на уроке.

Для разрешения очерченных проблем предлагается метод *редукции*, который состоит в разбиении основной (исходной) задачи на некоторое количество подзадач, образуя при этом группу (микросистему) задач, с целью постепенного уменьшения трудности решения основной (исходной) задачи.

Цель исследования: изучить дидактические возможности использования различных видов редукции задач в качестве метода систематизации задач в учебниках на традиционном и электронном носителях.

Основная часть

Развитие математической деятельности учащихся часто связывается с обучением “через задачи”. В методической литературе часто встречаются такие термины, как “обучающая система задач”, “обучающая цепочка (связка) задач”, “метод целесообразных задач”, “метод подготовительных задач” и т.д. Исходные положения такого обучения заложены еще такими известными математиками-методистами как С.И. Шохор-Троцкий, К.И. Лебединцев (метод целесообразно подобранных задач). В связи с изменениями целей обучения, исследуемая проблема все более актуализировалась. На современном этапе обучения математике данный вопрос сохраняет свою актуальность. О чем свидетельствуют исследования Г.В. Дорофеева, Ю.М. Колягина, А.Н. Марасанова, Н.С. Мельника, М.Ю. Моисеевой, Ж.М. Раббота, Е.Н. Рогановской, Н.М. Рогановского, Г.И. Саранцева, Л.М. Фридмана, Ч. Хамраева, И.Г. Шарыгина и др. В работах Е.Н. Рогановской [2] и Н.М. Рогановского [3] вводятся понятия “обучающая система задач”, “микросистема задач”, “микросреда задач”, “микросреда задач с самонаведением”, “сложность и трудность задачи”.

В трактовке понятия “задача” выделяются два подхода: задача есть субъективное отражение ситуации, в которой развертывается целенаправленная деятельность субъекта (Г.А. Балл, А.Н. Леонтьев, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, Е.Н. Рогановская, Н.М. Рогановский, Л.М. Фридман и др.); задача рассматривается как сложная система, не требующая для своей характеристики субъекта действия (А.М. Матюшкин и др.). В данной работе под задачей будем понимать определенную цель, заданную в конкретной ситуации в совокупности с некоторыми условиями, существующую вместе с субъектом. Задача в рамках нашего исследования характеризуется следующими компонентами: задача как математический объект; проблемная ситуация, связанная с ее решением; субъект (ученик, являющийся субъектом поисковой деятельности по решению задачи). Подойдя к понятию задачи с позиции субъектного подхода, расширяются возможности более детально и углубленно подойти к анализу процесса поиска решения. Важной составной частью обучения решению задач является выработка следующего приема: при решении задач могут использоваться не только сведения из изученного теоретического материала, но и результаты ранее решенных задач.

В методике преподавания математики часто рекомендуют осуществлять перед решением сложной задачи решение ее задач-компонентов. В методическом отношении конструирование системы задач вызывает сложную проблему. Представление задачи и поиск ее решения существенно зависят от общего подхода к решению задач. В некотором смысле более тонкий подход к решению задачи связан с понятием *подзадач*. В теории искусственного интеллекта [4] выделяются два подхода к решению задач: первый подход характеризуется представлени-

ем задачи в пространстве состояний, второй – *редукцией* (сведением) задачи к совокупности подзадач. Первый подход больше направлен на машинную реализацию, второй подход (более общий подход к решению задач) может найти применение в традиционных средствах обучения. Он используется при решении широкого круга задач. При подходе сведения задачи к совокупности подзадач производится исследование исходной задачи с целью выделения такого множества подзадач, чтобы решение некоторого определенного подмножества этих подзадач содержало в себе решение исходной задачи. Замысел такого подхода состоит в том, чтобы от задачи, которую предстоит решить, выделить подзадачу, подподзадачу и т.д., пока, наконец, первоначальная задача не будет сведена к набору элементарных задач. Каждая из подзадач должна быть легче исходной задачи.

Понятие “редукция” употребляется в логике, математике и в других науках и означает сведения каких-либо структур, процессов и задач к более простым. В “Философском энциклопедическом словаре” редукция (от лат. *reductio* – отодвигание назад, возвращение к прежнему состоянию) – термин, обозначающий действия или процессы, которые приводят к упрощению структуры какого-либо объекта; методологический прием сведения каких-либо данных к более простым, исходным началам. В логике термин “редукция” относят к методам поиска доказательства [5].

При целенаправленном и систематическом использовании ЭСО в образовательном процессе в сочетании с традиционными методами обучения значительно повышается эффективность обучения. Эффективность обучения учащихся решению геометрических задач во многом зависит и от подбора задач, от их систематизации в ЭСО, в частности, школьном электронном учебнике (ШЭУ). Таким образом, систематизировать геометрические задачи средней школы внутри каждого параграфа учебной теории в ЭСО нами предлагается *методом редукции*.

Следует отметить, что выделение подзадач разделяет трудность исходной задачи на части меньшей трудности. Исходная задача – это задача, решаемая в данный момент времени. Термин “подзадача” в данной работе носит узловую характер. Подзадачу мы рассматриваем в зависимости от характера связи ее с исходной задачей (непосредственная, косвенная, комбинированная связь). С учетом этого, мы выделяем три вида редукции задач (формализованная, дидактическая, комбинированная).

Методика применения редукции задач

Положим, что решение исходной задачи состоит из нескольких определенных шагов. В каждом шаге либо доказываемое некоторое утверждение, либо находится значение вспомогательной величины, либо выполняется промежуточное построение. Для определенного шага может быть сформулирована своя задача, служащая *подзадачей* по отношению к основной (исходной) задаче. Предъявление ученику последовательности подзадач можно рассматривать как помощь в решении исходной задачи. Чрезмерно детализированный набор подзадач не всегда методически целесообразен, так как он оказывается слишком большой подзадачей. Поэтому, чтобы избежать элементарных задач – “задач в одно действие” [6] – мы предлагаем объединять их, образуя при этом меньшее число укрупненных подзадач.

Формальным признаком подзадач является то, что их решение может составлять часть решения исходной задачи. Исходя из этого, сформулируем определение первого вида редукции – **формализованная редукция**, в которой решение подзадач является частью решения основной (исходной) задачи. Именно в

таким смысле понятие подзадачи используется в теории искусственного интеллекта [4].

Методика использования формализованной редукции.

Задача (7 кл.). В окружности с центром O проведены диаметры так, что $AB \perp CD$, $CB = 7$ см (рис. 1). Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом. Найдите его периметр.

Указание. Предварительно докажите, что:

- 1) $\angle AOC = \angle OCA$;
- 2) $\angle ACD = 45^\circ$;
- 3) $\angle A = \angle D = \angle B = \angle C$;
- 4) $ABCD$ – квадрат;
- 5) $\angle A + \angle D = 180^\circ$;
- 6) $AC \parallel DB$, $AD \parallel CB$.

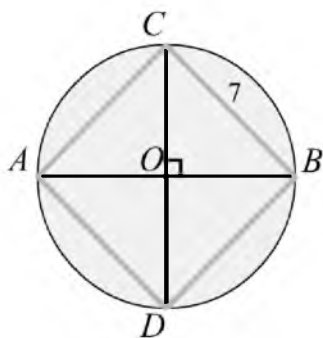


Рисунок 1

Здесь основная задача сформулирована первой, после чего приведены ее подзадачи. В приведенном примере решение первой подзадачи является частью решения второй подзадачи. Решение второй подзадачи является частью решения третьей подзадачи и т.д. Существенно, что такая микросистема задач обладает эвристичностью. В ней решение одной подзадачи подсказывает решение следующей.

Таким образом, данная микросистема задач строится на основе формализованной редукции. Такие микросистемы задач особенно полезны в процессе самостоятельной работы учащихся.

Подзадачи могут и не являться частью решения исходной задачи, но, в тоже время, подсказывать идею, способ, метод ее решения. Для таких подзадач мы применяем отдельный термин, второй вид редукции – **дидактическая редукция**: *решение подзадачи не является частью решения основной (исходной) задачи, но подзадача подсказывает идею, способ, метод решения основной (исходной) задачи.* Подзадачей, в этом случае, может быть подобная, сходная, знакомая, ранее решенная задача, а также может выступать идея решения (замысел решения) основной задачи. В этом смысле подзадача косвенно связана с исходной задачей, но, тем не менее, также помогает решению исходной задачи, играя роль эвристического средства.

Методика использования дидактической редукции. Приведем пример задачи, которая может быть рассмотрена при изучении свойств параллельных прямых.

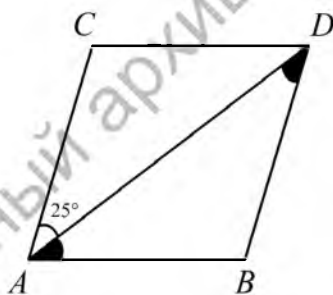


Рисунок 2

Задача (7 кл.). На рисунке 2 $AC \parallel BD$, $\angle DAB = \angle ADB$, $\angle CAD = 25^\circ$. Докажите, что $\angle B = 130^\circ$.

Учтем, что учащимся еще не известна теорема о сумме углов треугольника. Вместо редукции первого вида приведем *идею решения* задачи: для решения задачи рассмотрите $\angle CAB$ и $\angle DBA$ при параллельных AC и BD и секущей AB .

Подобные микросистемы выступают в качестве средства управления поисковой деятельностью учащихся, а связь исходной задачи с идеей ее решения носит исключительно дидактический характер.

*Редукцию, использующую в том или ином сочетании редукцию первых двух видов, назовем **комбинированной редукцией**.*

Методика использования комбинированной редукции. Рассмотрим предыдущую задачу.

На рисунке 2 $AC \parallel BD$, $\angle DAB = \angle ADB$, $\angle CAD = 25^\circ$. Докажите, что $\angle B = 130^\circ$.

Идея решения: для решения задачи рассмотрите $\angle CAB$ и $\angle DBA$ при параллельных AC и BD и секущей AB .

Указание. Предварительно докажите, что:

- 1) $\angle ADB = 25^\circ$;
- 2) $\angle CAD = \angle BAD$;
- 3) $\angle CAB + \angle DBA = 180^\circ$.

При комбинированной редукции целесообразно вначале привести идею решения, затем подзадачи. Сообщение идеи решения делает процесс решения подзадач целенаправленным. Кроме того, идею решения, по необходимости, можно презентовать и к подзадачам. Например, для подзадачи 2) она может быть сформулирована в такой форме: воспользуйтесь определением биссектрисы угла.

Исходная задача и две-три ее подзадачи образуют микросистему задач. Отметим, что такая система задач на основе метода редукции составляется из одной и той же математической ситуации, в ней говорится об одном и том же математическом объекте. Решение микросистемы задач рассматривается как выяснение различных свойств объекта, заданного в исходной задаче. Последовательность расположения задач в учебном пособии при использовании метода редукции следующая: основная (исходная) задача – подзадачи.

Прежде чем приступить на уроке к решению микросистемы задач, учителю необходимо ознакомить учащихся с особенностями построения редукции задач. Решение микросистемы задач, построенной методом редукции, рекомендуется начать с рассмотрения основной (исходной) задачи и обзора всех ее подзадач; далее осуществляется решение подзадач, в заключение решается основная (исходная) задача. Как и любой метод, метод редукции не является универсальным. Это означает, что в данной работе не предлагается все задачи в учебнике строить на основе редукции. Полезно, чтобы учащиеся не только использовали готовые цепочки подзадач, но и учились сами составлять (“вычленять”) подзадачи по ходу решения основной (исходной) задачи. А для этого необходим поиск – основной компонент процесса решения задачи.

Методика использования редукции задач в ЭСО

В качестве конкретизации высказанных методических положений рассмотрим их применение при изучении темы “Построения циркулем и линейкой” (7 кл.) с использованием ЭСО (рис. 3-6). Информация каждой электронной страницы представляется на экране, разделенной на четыре области. Область (фрейм), которая располагается слева, содержит задачный материал. В правом верхнем углу расположена область (фрейм), где отображается графическая информация (статические изображения, анимации). В правом нижнем углу – фрейм для гиперссылок, в котором отображаются указания к решению конкретной задачи, различного рода пояснительный текст (определения, формулировки теоремы, условия ранее решенных задач и т.п.) (рис. 3). Мы предусматриваем в ЭСО помощь, которая для учащихся будет весьма полезной в проведении поиска решения задач. Помощь может презентоваться как отдельной кнопкой “Помощь” в основном фрейме, содержащем задачный материал, так и может представляться в виде вопросов эвристического характера в самом поиске решения (рис. 4) (например: почему угол ... равен 90° ?; почему треугольник ... равен треугольнику ...?; как строится точка ...? и т.д.).

<p style="text-align: center;">Тема "ПОСТРОЕНИЯ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ" Решение задач</p> <p style="text-align: center;"><i>Какие построения необходимо выполнить? Какими теоретическими сведениями необходимо воспользоваться? Как предыдущие задачи помогают в решении основной задачи?</i></p> <p>Задача 1. Постройте прямоугольный $\triangle ABC$ по острому углу B и биссектрисе l этого угла.</p> <p>Поиск решения (выделение подзадач)</p> <p><i>Построение Доказательство Исследование</i></p> <p><i>Анимация в автоматическом режиме Частичный контроль</i></p>	<p>Биссектрисой угла называется луч, проходящий между сторонами угла и делящий его на два равных угла.</p>
---	---

Рисунок 3

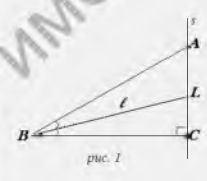
<p style="text-align: center;">Тема "ПОСТРОЕНИЯ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ" Решение задач</p> <p style="text-align: center;"><i>Какие построения необходимо выполнить? Какими теоретическими сведениями необходимо воспользоваться? Как предыдущие задачи помогают в решении основной задачи?</i></p> <p>Задача 1. Постройте прямоугольный $\triangle ABC$ по острому углу B и биссектрисе l этого угла.</p> <p>Поиск решения (выделение подзадач)</p> <p>1. Пусть $\triangle ABC$ (рис. 1) является прямоугольным: $\angle C=90^\circ$, $\angle B$ – острый угол, l – биссектриса данного острого угла. 2. Для построения прямоугольного $\triangle ABC$ необходимо сначала построить биссектрису данного угла и на ней отложить что? 3. Затем выясним, каким образом могут быть построены точки A и C. Как строится точка C? 4. А как строится точка A?</p> <p>Результат поиска</p> <p><i>Построение Доказательство Исследование</i></p> <p><i>Анимация в автоматическом режиме</i></p>	 <p style="text-align: center;">рис. 1</p> <p>Точка A является точкой пересечения прямой z и другой стороны $\angle B$.</p>
---	--

Рисунок 4

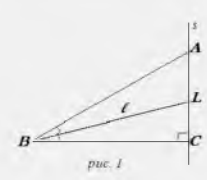
<p>Задача 1. Постройте прямоугольный $\triangle ABC$ по острому углу B и биссектрисе l этого угла.</p> <p>Поиск решения (выделение подзадач)</p> <p>1. Пусть $\triangle ABC$ (рис. 1) является прямоугольным: $\angle C=90^\circ$, $\angle B$ – острый угол, l – биссектриса данного острого угла. 2. Для построения прямоугольного $\triangle ABC$ необходимо сначала построить биссектрису данного угла и на ней отложить что? 3. Затем выясним, каким образом могут быть построены точки A и C. Как строится точка C? 4. А как строится точка A?</p> <p>Результат поиска</p> <p>Подзадача а) В условиях задачи 1 построите биссектрису данного $\angle B$ и на ней отложите отрезок, равный данному отрезку l. <i>Указание</i></p> <p>Подзадача б) В условиях задачи 1 построите прямую z, проходящую через точку L ($BL=l$) и перпендикулярную одной из сторон данного $\angle B$. <i>Указание</i></p> <p><i>Построение Доказательство</i></p>	 <p style="text-align: center;">рис. 1</p> <p>Чтобы решить данную задачу, необходимо решить следующие две подзадачи</p>
---	--

Рисунок 5

Поиск решения (выделение подзадач)

1. Пусть $\triangle ABC$ (рис. 1) является прямоугольным: $\angle C=90^\circ$, $\angle B$ – острый угол, l – биссектриса данного острого угла.
2. Для построения прямоугольного $\triangle ABC$ необходимо сначала построить биссектрису данного угла и на ней отложить что?
3. Затем выясним, каким образом могут быть построены точки A и C . Как строится точка C ?
4. А как строится точка A ?

Результат поиска

Подзадача а)
 В условиях задачи 1 постройте биссектрису данного $\angle B$ и на ней отложите отрезок, равный данному отрезку l .

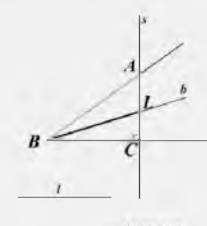
Указание

Подзадача б)
 В условиях задачи 1 постройте прямую z , проходящую через точку L ($BL=l$) и перпендикулярную одной из сторон данного $\angle B$.

Указание

Построение
Доказательство
Исследование

Анимация в автоматическом режиме



Анимация

Указание к подзадаче а)
 Чтобы решить данную подзадачу, необходимо воспользоваться основными задачами на построение.

Рисунок 6

В приводимом примере основная задача сформулирована червой, после чего в процессе поиска учитель подводит учащихся к выводу, что необходимо решить две подзадачи, причем подзадача а) участвует в решении подзадачи б), которая в свою очередь является частью решения исходной задачи. Здесь имеет место формализованная редукция. Указания, приводимые в виде гиперссылок (правое нижнее окно), рассматриваются нами как элементы дидактической редукции (рис. 6). Поэтому поиск решения основной задачи будет осуществляться методом комбинированной редукции. Выделенные в разрядку слова на приведенных электронных страницах являются кнопками, вызывающими соответствующие гиперссылки.

Заключение

Одним из главных условий поддержания и сохранения внимания учащихся является стимулирование интереса к изучаемому материалу. Значительную роль в этом играет характер изложения материала, система задач, организация учебной работы в целом. От того, насколько удачно подобрана система задач, напрямую зависит качество обучения.

Понятие “задача” в рамках нашего исследования рассматривается с позиции субъектного подхода.

Самостоятельное выделение и формулирование подзадач из основной (исходной) задачи (редукция исходной задачи к подзадачам) учащимися является достаточно трудоемким процессом. Использование редукции при систематизации задач в учебнике служит пропедевтикой к формированию у учащихся самостоятельных навыков применения этого метода. Данный метод выступает и как средство управления процессом поиска решения основной (исходной) задачи. Необходимость в редукции возникает при решении сравнительно трудных задач.

Систематическое применение метода редукции как метода систематизации задач в учебнике и метода обучения (составление подзадач учителем и учащимися по ходу решения основной задачи), по нашему мнению, может значительно приблизить учебный процесс к его оптимальным характеристикам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Моисеева, М. Ю.** Система задач как средство повышения эффективности обучения математике / М. Ю. Моисеева [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.gramota.net/materials/1/2008/1/57.html. – Дата доступа: 26.06.2013.
2. **Рогановская, Е. Н.** Средовоориентированный подход к дидактическому проектированию и применению информационно-образовательных ресурсов в процессе геометрической подготовки учащихся : монография / Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ им. А. А. Кулешова, 2011. – 316 с.
3. **Рогановский, Н. М.** Методика преподавания математики в средней школе : учебное пособие для студентов физико-математического факультета. – Ч. 1 : Общие основы методики преподавания математики (общая методика) / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ им. А. А. Кулешова, 2010. – 312 с.
4. **Нильсон, Н.** Искусственный интеллект: Методы поиска решений / Н. Нильсон. – М. : Мир, 1973. – 273 с.
5. Философский энциклопедический словарь / гл. редакция: Л. Ф. Ильичев, П. Н. Федосеев, С. М. Ковалев, В. Г. Панов. – М. : Сов. Энциклопедия, 1983. – 840 с.
6. **Столяр, А. А.** Педагогика математики : учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов / А. А. Столяр. – Минск : Выш. шк., 1986. – 414 с.

Поступила в редакцию 01.07.2014 г.

Контакты: e-mail: swetlana-1984@yandex.ru (Новашинская Светлана Сергеевна)

Summary

The article deals with the problem of geometrical tasks representation in electronic teaching aids in secondary school on the basis of the method of reduction. The use of this method in the context of the training method (directed search of solutions to tasks) contributes to the creation of conditions necessary for pupils' productive cognitive activity, sound and conscious knowledge acquisition, the development of creative abilities of a person and above all the creation of the favourable environment to motivate pupils' exploring activity.