

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ МОМЕНТОВ МЫШЕЧНЫХ СИЛ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И ВНУТРЕННИХ ИМПУЛЬСОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ УДАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЧЕЛОВЕКА С ВНЕШНИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Выполнение ударных движений в спортивных единоборствах требует проявления максимальных скоростных качеств и совершенной координации движений спортсмена.

Выбор оптимальной траектории и рациональное формирование взаимодействия между отдельными частями тела, особенно в момент удара, отражаются на биомеханическом состоянии опорно-двигательного аппарата. Допущенные ошибки движений снижают эффективность действий и могут стать причиной травм. Построение методики тренировок ударных движений должно основываться на тщательном биомеханическом анализе, на знании качественных и количественных характеристик ударного взаимодействия.

Необходимые сведения о нагрузках, возникающих в опорно-двигательном аппарате спортсмена, об изменении характера движения как отдельных частей тела, так и общего центра масс, даёт механико-математическое моделирование.

Созданная рядом авторов методика определения управляющих моментов мышечных сил и внутренних сил распространяется на класс ударных движений, но не описывает взаимодействия модели с соударяемым телом.

В данной статье предлагается метод, позволяющий описать ударное взаимодействие многозвенной разветвленной модели в случае одноопорного перемещения общего центра масс биомеханической системы при помощи управляющих моментов мышечных сил импульсного воздействия.

Исследования ударного взаимодействия проводились на модели опорно-двигательного аппарата, удовлетворяющей следующим требованиям:

1. Все звенья модели являются абсолютно жёсткими: а) при внешних и внутренних воздействиях распределение между двумя любыми точками звена остаётся постоянным, б) распределение масс в кинематическом звене остаётся постоянным и не зависит от напряжения мышц и взаимного расположения звеньев.

2. Соединения между звеньями являются идеальными шарнирами.

3. Симметричные звенья обладают одинаковыми моментами инерции и положением центров масс.

4. Между звеньями действуют моменты мышечных сил, способных выполнять работу в импульсном режиме.

5. Движение допускается только в сагитальной плоскости. Введём следующие обозначения:  $O_{i+1}$  – шарнирные соединения  $i$ -го и  $i+1$ -го звеньев;  $L_i$  – длина  $i$ -го звена;  $l_i$  – расстояние от  $i$ -го шарнира до центра масс  $i$ -го звена;  $m_i$  – масса  $i$ -го звена;  $J_{C_i}$  – момент инерции  $i$ -го звена относительно его центра масс в точке  $C_i$ ;  $\varphi_i$  – углы наклона  $i$ -го звена относительно выбранного фиксированного направления (прямой) и направления вращения;  $Sx_i, Sy_i$  – внешние импульсы, приложенные к  $i$ -му звену;  $d_i$  – расстояние от  $i$ -го шарнира до точки приложения силы  $i$ -го импульса.

В силу специфики рассматриваемого ударного движения, при котором одно из звеньев остаётся неподвижным, начало неинерциальной системы координат поместим в место контакта звена с опорой, которое остаётся неподвижным при однородном перемещении общего центра масс, ударном взаимодействии и послеударном состоянии биомеханической системы.

За обобщённые координаты примем углы  $\varphi_i$  между прямой проведённой из  $i$ -го шарнира в направлении, совпадающем с положительным направлением оси  $Ox$ , и  $i$ -м звеном, отсчитываемым от прямой к звену в направлении против движения часовой стрелки. Координаты центров масс  $i$ -х звеньев выразятся через обобщённые координаты в виде:

$$\begin{aligned} x_i &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \cos \varphi_j + l_i \cos \varphi_i, \\ y_i &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \sin \varphi_j + l_i \sin \varphi_i. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $N$  – количество звеньев принятой модели. Для того чтобы описать ударное взаимодействие рассматриваемой модели с некоторым телом необходимо принять основные допущения теории удара:

\* действием неударных сил за время удара можно пренебречь; \* перемещениями точек тела за время удара можно пренебречь и считать тело во время удара неподвижным.

Взаимодействие многозвенной разветвленной модели с пробным телом опишем лагранжевыми уравнениями удара с введением в них управляющих моментов импульсного воздействия  $U_j$ , являющихся интегральной характеристикой импульсного проявления деятельности мышц:

$$\Delta \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_j} \right) = P_j, \quad (2)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы,  $\dot{\varphi}_j$  – угловая скорость  $j$ -того звена или  $j$ -тая обобщённая скорость;  $P_j$  – обобщённый импульс, соответствующий  $j$ -той обобщённой координате.

Величина кинетической энергии системы определяется по формулам:

$$T = \sum_{i=1}^N T_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [m_i (\dot{y}_i^2 + \dot{x}_i^2) + J_{C_i} \dot{\varphi}_i^2], \quad (3)$$

где  $x_i, y_i$  – координатные скорости центров масс  $i$ -го звена. Вид левой части системы (2) определяется в результате последовательного применения дифферен-

циального оператора  $-\frac{\partial}{\partial \varphi_i}$  и разностного оператора  $\Delta$  к выражению для кинетической энергии.

Выражение для обобщенного импульса  $P_j$  находим как коэффициент при виртуальном перемещении  $j$ -той обобщенной координаты в выражении для элементарной "работы", состоящей из элементарной "работы"  $\delta A_j$  управляющих моментов импульсного воздействия  $Pu_j$ :

$$\delta A_j = P_j \delta \varphi_j = (P_{S_j} + Pu_j) \delta \varphi_j,$$

$$P_{S_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \bar{r}_k}{\partial \dot{\varphi}_j} \bar{S}_k = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial x_k}{\partial \dot{\varphi}_j} S_{xk} + \frac{\partial y_k}{\partial \dot{\varphi}_j} S_{yk} \right) =$$

$$= -S_{xj} d_j \sin \varphi_j + S_{yj} d_j \cos \varphi_j + \sum_{k=j+1}^N L_j (-S_{xk} \sin \varphi_j + S_{yk} \cos \varphi_j),$$

$$Pu_j \delta \varphi_j = \left( \sum_{k=1}^j U_j \right) \delta \varphi_k.$$

Выполнив преобразования, в итоге получим:

$$m_j l_j \left( \sum_{k=1}^{j-1} \Delta \dot{\varphi}_k L_k \cos(\varphi_k - \varphi_j) + \Delta \dot{\varphi}_j l_j \cos(\varphi_j - \varphi_j) \right) + Jc_j \Delta \dot{\varphi}_j +$$

$$+ L_j \sum_{i=j+1}^N m \left( \sum_{k=1}^{j-1} \Delta \dot{\varphi}_k L_k \cos(\varphi_j - \varphi_k) + \Delta \dot{\varphi}_j l_j \cos(\varphi_j - \varphi_j) \right) =$$

$$= -S_{xj} d_j \sin \varphi_j + S_{yj} d_j \cos \varphi_j + \sum_{k=j+1}^N L_j (-S_{xk} \sin \varphi_j + S_{yk} \cos \varphi_j) + \sum U_j, j = 1, \dots, N,$$

где  $\Delta \varphi_j = \varphi_{j1} - \varphi_{0j}$ ,  $\varphi_{0j}$ ,  $\varphi_{j1}$  – значения скоростей обобщенных координат до и после ударного взаимодействия.

При известном законе движения модели  $\varphi = \varphi_j(T)$ ,  $j = 1, \dots, N$ , система  $N$  уравнений системы (5) содержит  $2n+4$  неизвестных:

$$S_x, S_y, S_{Ix}, S_{Iy}, d, \dot{\varphi}_j, i = 1, \dots, N.$$

Составляющие ударного импульса  $S_x$  и  $S_y$  могут быть либо найдены из эксперимента, либо при помощи:

а) гипотезы Ньютона:

$$\dot{x}_{jk} - \dot{x}_{j1} = -R, (\dot{x}_{ok} - \dot{x}_{o1})$$

где  $R$  – коэффициент восстановления;  $x_{ok}$ ,  $x_{o1}$ ,  $x_{jk}$ ,  $x_{j1}$  – скорости ударной точки звена и ударной точки соударяемого тела до и после удара;

б) гипотезы касательного взаимодействия Раусса:

$$S_n = k S_t,$$

где  $S_n$ ,  $S_t$  – нормальная и тангенциальная составляющие импульса  $S$  к поверхности соударяемого тела.

Значения составляющих величин внутренних импульсов, возникающих в межзвенных соединениях в момент удара, дают решение системы уравнений:

$$S_{xi} - S_{x,i+1} = m_i \Delta \dot{x}_i, S_{yi} - S_{y,i+1} = m_j \Delta \dot{y}_i.$$

Вывод: Рассмотрена многозвенная разветвленная модель опорно-двигательного аппарата при ударных взаимодействиях с внешними телами. Предложен способ расчёта возникающих при ударных взаимодействиях внутренних импульсов и управляющих моментов импульсного воздействия в случае одноопорного перемещения центра масс.