

РЕШЕНИЕ МЕТОДОМ ВБК СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В БИНАРНОЙ МАРКОВСКОЙ СМЕСИ

М. С. НОСКОВА (МОГИЛЕВ, БЕЛАРУСЬ)

В работе рассматривается система связанных дифференциальных уравнений, описывающих пространственные Фурье-спектры излучения в бинарной марковской смеси (БМС). БМС — стохастическая среда, состоящая из двух несмешивающихся веществ (компонент), каждое из которых имеет свой набор оптических параметров, например, ε_i и σ_i — коэффициенты экстинкции и рассеяния i -й компоненты, где $i = 1, 2$. Чередование компонент 1 и 2 представляет собой марковский дискретный случайный процесс с двумя состояниями. Интенсивность излучения, прошедшего через БМС, является случайной величиной, статистические характеристики которой связаны со статистическими характеристиками среды. В малоугловом приближении система уравнений, описывающих пространственные Фурье-спектры излучения в БМС, имеет вид

$$\frac{d}{dz} p_i T_i(z, \omega) - \left[\sigma_i Q_i(\omega z) - \varepsilon_i - \frac{1}{l_i} \right] p_i T_i(z, \omega) - \frac{p_j T_j(z, \omega)}{l_j} = 0, \quad (1)$$

где z — координата на оси, совпадающей с направлением распространения излучения, ω — пространственная частота, $Q_i(\omega z)$ — Фурье-спектры индикатрис рассеяния, $T_i(z, \omega)$ — усредненные значения Фурье-спектров случайной интенсивности при условии, что точка z попадает в компоненту i , l_i — средний размер участков, занимаемых i -й компонентой, $p_i = l_i / (l_1 + l_2)$.

С помощью преобразования

$$T_i(z, \omega) = F_i(z, \omega) \exp \frac{1}{2} \int \left(\sigma_i Q_i(\omega z) - \varepsilon_i - \frac{1}{l_i} \right) dz$$

(1) трансформируется в систему двух дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{d^2}{dz^2} p_i F_i(z, \omega) - \left[\frac{r^2}{4} + \frac{r}{2} \cdot h(z, \omega) + g(z, \omega) \right] p_i F_i(z, \omega) = 0, \quad (2)$$

где $r = \varepsilon_j + \frac{1}{l_j} - \varepsilon_i - \frac{1}{l_i}$, $h(z, \omega) = \sigma_i Q_i(\omega z) - \sigma_j Q_j(\omega z)$,

$$g(z, \omega) = \frac{1}{2} \left(\sigma_i \frac{d}{dz} Q_i(\omega z) - \sigma_j \frac{d}{dz} Q_j(\omega z) \right) + \frac{1}{4} (\sigma_i Q_i(\omega z) - \sigma_j Q_j(\omega z))^2 + \frac{1}{l_1 l_2}.$$

В работе система (2) решена методом ВБК-разложением в ряды по параметру r . Проведено исследование сходимости полученных решений в зависимости от оптических параметров компонент БМС.