

Лавшук Д.А.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПОНТЯГИНА

Оптимальное управление - сравнительно молодой раздел математики. Его возникновение связано со стремлением применить достижения математики к решению прикладных проблем, извлечь максимум практической пользы из математики. Сфера применения методов поиска оптимального управления чрезвычайно широка и в настоящий момент постоянно расширяется [1]. Цель данной статьи - указать подходы для применения методов оптимального управления в спорте. Статья освещает результаты проведенного исследования, практической целью которого являлось создание универсальной программы, позволяющей находить оптимальное управление для любой динамической системы, заданной системой дифференциальных уравнений первого порядка. Используя эту программу в качестве основы, можно в дальнейшем, построив математическую модель целенаправленных движений

спортсмена, и откорректировав программу с учетом особенностей этой модели, перейти к синтезу оптимального управления движением биомеханических систем, а следовательно и построению оптимальной техники спортивных упражнений.

Актуальность построения оптимальной техники спортивных упражнений несомненна, так как во многих видах спорта техническая подготовка спортсмена является фундаментом всей подготовки. Особенно это касается тех видов спорта, где предметом соревновательной оценки является техника упражнений (гимнастика, акробатика и т.д.), и где спортивный результат определяется уровнем технического мастерства спортсмена.

С точки зрения математики спортсмен, совершающий двигательные действия - динамическая система, т.е. математический объект, описываемый системой дифференциальных уравнений. Изменение биомеханических параметров исследуемого упражнения во времени зависит от управляющих воздействий, которые реализует спортсмен при выполнении двигательного действия (моменты мышечных сил в суставах, например). Закон изменения управляющих воздействий в конечном счете и определяет спортивный результат, его качество. Решить задачу оптимального управления - это значит найти закон управляющих воздействий, который позволит достичь спортсмену максимального спортивного результата. В качестве критерия оптимальности может выступать любой из биомеханических параметров (например, дальность полета при прыжке в длину) и даже их композиция. Таким образом движение спортсмена можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u), \quad u \in U, \quad t \in [t_0, T],$$

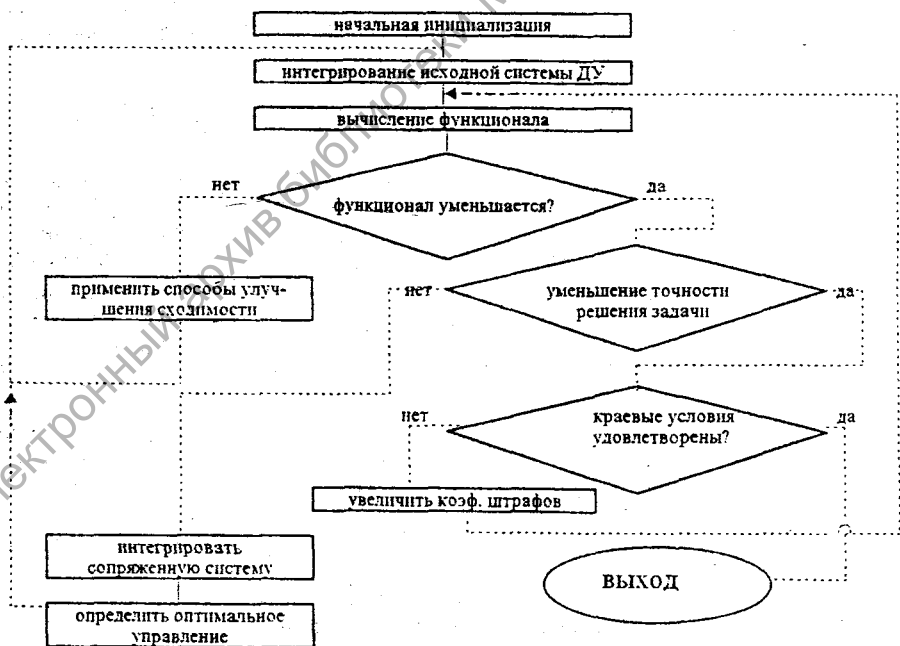
где t - время выполнения упражнения, $x = (x_1, \dots, x_n)$ - изменяющиеся во времени обобщенные координаты звеньев тела спортсмена, $u = (u_1, \dots, u_n)$ - управляющие воздействия, которые вызывают изменения обобщенных координат. И пусть нам необходимо найти такой закон изменения управляющих воздействий, который доставит минимум некоторому функционалу $J = g(x(T))$, определяющему качество выполнения упражнения. Если поставить задачу именно в таком виде, то оптимальное управление можно найти с помощью метода последовательных приближений, теоретические основы которого описаны в [2] и который заключается в следующем:

- 1) выбираем некоторый критерий качества (скорость, кинетическая энергия, кинетический момент и т.п.), для минимизации которого мы будем искать оптимальное управление (задача максимизации сводится к минимизации через поиск минимума для исходного функционала со знаком "-");
- 2) конструируем систему дифференциальных уравнений, описывающих движение спортсмена;
- 3) задаем начальные условия движения (обобщенные координаты и обобщенные скорости звеньев тела в момент времени $t = t_0$);

- 4) задаем произвольное первоначальное программное управление на всей траектории движения системы;
- 5) интегрируем систему дифференциальных уравнений и находим значение функционала для данного управления;
- 6) по принципу трансверсальности вычисляем значения сопряженных переменных для системы дифференциальных уравнений;
- 7) исходя из принципа максимума Понтрягина через сопряженные переменные определяем оптимальное управление;
- 8) процесс с п.5 до п.7 повторяем до тех пор, пока разность между двумя последовательно найденными значениями функционала не будет меньше наперед заданной величины - точности вычисления.

Данный метод относится к итерационным, требующим повторения большого числа однотипных действий, а поэтому для организации вычислений согласно этого метода просто необходимо привлечь на помощь компьютер. Цель нашего исследования и заключалась в проектировании, разработке и создании программной системы "OPTIMAL CONTROL", которая бы рассчитывала оптимальное управление согласно этого метода. В результате исследования была разработана блок-схема решения задачи оптимального управления методом последовательных приближений (смотри рис.).

Рис. Обобщенная блок-схема алгоритма метода последовательных приближений



В настоящее время согласно этой блок-схеме создана программная система, которая прошла серию тестовых проверок на корректность функционирования. Результаты тестирования программы показывают возможность ее эффективного использования при оптимизации техники спортивных упражнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении.
2. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления.- Москва, "Наука", 1973.