УДК 532.72:532.546

В.Л. Малышев, Т.И. Пусовская
(Могилев, Беларусь)

ПЕРЕНОС ПАРА ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ КАПИЛЛЯРОВ ПРИ НАРУШЕНИИ МЕТАСТАБИЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Рассмотрен возможный сценарий срыва испарения метастабильных жидкостей во внутренних полостях пористых материалов, связанных с внешней средой системой капилляров.

Ключевые слова: моделирование пористых сред, интенсивный массоперенос, многофазные системы

Dewatering of spherical spase through capillary system as a result of metastable fluid boiling is investigated theoretically

Keywords: porous media simulation, intensive masstransfer, multiphase systems.

Пусть испарение из сферической полости радиуса R_0 идет через несколько капилляров радиусами r_i и произвольной длиной l_i. Минимальный устойчивый объем жидкости V_0 соответствует объему куба со стороной $d = \sqrt{2}R_0$.

Отношение минимального устойчивого объема жидкости к объему полости $V = \frac{4}{3}\pi R_0^3$ составляет

$$k = \frac{V_0}{V} = \frac{3}{\sqrt{2}\pi}.$$

Полученное отношение можно рассматривать как эффективное значение параметра k, учитывающее возможные отклонения формы полости от сферической и жидкого объема от кубического [1; 2].

В момент потери устойчивости давление в объеме над поверхностями жидкости полагаем равным давлению насыщенного пара P_s, которое затем скачком возрастает на величину парциального давления пара P_{10}, образовавшегося вследствие фазового перехода [3]:

$$P_{10} = \frac{\rho RT}{\mu}k. \qquad (1)$$

Здесь R – универсальная газовая постоянная;

T – абсолютная температура,

μ – молярная масса испаряемой жидкости.

Рассматривается момент времени, когда жидкость превратилась в пар, а общее давление в полости установилось равным

$$P_{20} = P_S + \frac{\rho RT}{\mu} k \qquad (2)$$

Найдем количество вещества $\nu_0 = \frac{m}{\mu}$, соответствующее начальному условию:

$$P_{20} = \nu_0 \frac{RT}{V}, \qquad (3)$$

$$P_S + \frac{\rho RT}{\mu} k = \nu_0 \frac{RT}{V} \Rightarrow \qquad (4)$$

$$\nu_0 = \frac{V\left(P_S + \frac{\rho RT}{\mu} k\right)}{RT} = \frac{P_S V}{RT} + \frac{\rho V}{\mu} k \cdot \qquad (5)$$

В дальнейшем исходная величина давления P_{20} убывает так же, как и количество вещества ν по мере истечения пара через капилляры во внешнюю среду:

$$P_x = \nu_x \frac{RT}{V}. \qquad (6)$$

Молярный расход пара через каждый капилляр составляет

$$Q_i = M_i \pi r_i^2, \qquad (7)$$

где

$$M_i = \frac{r_i^2 \left(P_x^2 - P_0^2\right)}{16 \eta RT l_i} \qquad (8)$$

молярная плотность потока пара в вязком режиме течения $(P_x > P_0)$ [4].

Полный расход пара в полости, имеющей выход в среду через несколько капилляров, определяется суммой

$$Q = \sum Q_i \qquad (9)$$

или

$$Q = \frac{\pi \left(P_x^2 - P_0^2\right)}{16 \eta RT} \sum \frac{r_i^4}{l_i} \quad . \qquad (10)$$

Скорость массопереноса определяется молярным расходом пара

$$-\frac{dm}{\mu dt} = Q, \qquad (11)$$

$$-\frac{d\nu}{dt} = Q, \qquad (12)$$

$$-\frac{d\nu_x}{dt} = \frac{\pi \left(P_x^2 - P_0^2\right)}{16 \eta RT} \sum \frac{r_i^4}{l_i}. \qquad (13)$$

Разделяем переменные:

$$-\frac{d\nu_x}{\left(P_x^2 - P_0^2\right)} = \frac{\pi}{16 \eta RT} \sum \frac{r_i^4}{l_i} dt. \qquad (14)$$

Подставим значение $V = \dfrac{4}{3}\pi R_0^3$ в (6):

$$P_x = \nu_x \left(\frac{RT \cdot 3}{\pi R_0^3 \cdot 4} \right), \tag{15}$$

$$P_x^2 = \left(\frac{3RT}{4\pi R_0^3} \right) \nu_x^2. \tag{16}$$

Тогда
$$\left(P_x^2 - P_0^2\right) = b\nu_x^2 - P_0^2, \tag{17}$$

где вводится
$$b \equiv \left(\frac{3RT}{4\pi R_0^3} \right) \tag{18}$$

Интегрируем полученное уравнение (14):

$$-\int_{\nu_0}^{0} \frac{d\nu}{\left(b^2\nu^2 - P_0^2\right)} = \frac{\pi}{16\eta RT} \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i^4}{l_i} \int_0^{t_0} dt. \tag{19}$$

Найдем интеграл в левой части уравнения (19)

$$-\int_{\nu_0}^{0} \frac{d\nu}{\left(b^2\nu^2 - P_0^2\right)} = \int_0^{\nu_0} \frac{d\nu}{\left(P_0^2 - b^2\nu^2\right)} = \frac{1}{2P_0 b} \ln\left|\frac{P_0 + b\nu}{P_0 - b\nu}\right|_0^{\nu_0} = \frac{1}{2P_0 b} \ln\left|\frac{P_0 + b\nu_0}{P_0 - b\nu_0}\right|. \tag{20}$$

Возвращаясь к исходным обозначениям из (18), запишем решение уравнения (19) в виде:

$$\frac{2\pi R_0^3}{3RTP_0} \ln\left|\frac{4\pi R_0^3 P_0 + 3RT\nu_0}{4\pi R_0^3 P_0 - 3RT\nu_0}\right| = \frac{\pi}{16\eta RT} \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i^4}{l_i} t_0, \tag{21}$$

где ν_0 – исходное количество жидкости на момент ее превращения в пар;

P_0 – атмосферное давление;

η – коэффициент динамической вязкости парогазовой смеси;

i – номер канала;

n – количество каналов;

t_0 – время удаления пара из полости.

Таким образом, установлено время массопереноса из сферической полости через систему цилиндрических каналов с момента скачкообразного превращения остаточного количества жидкости в пар до полного осушения объема. После ряда упрощений (21) сводится к уравнению

$$t_0 = \frac{32\eta R_0^3}{3P_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{r_i^4} \ln\left|\frac{4\pi R_0^3 P_0 + 3RT\nu_0}{4\pi R_0^3 P_0 - 3RT\nu_0}\right|. \tag{22}$$

Подстановка явного вида количества вещества жидкости ν_0 (5) в момент ее превращения в пар позволяет преобразовать (22):

$$t_0 = \frac{32\eta R_0^3}{3P_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{r_i^4} \ln \left| \frac{(P_0 + P_S)\mu k + \rho RT}{(P_0 - P_S)\mu k - \rho RT} \right|. \quad (23)$$

Литература:

1. Малышев, В.Л. Особенности массопереноса из полостей через систему капилляров при фазовых превращениях жидкости в пар / В.Л. Малышев // Моделирование нелинейных процессов и систем : сб. тезисов II Межд. науч. конф. Москва, 06–10 июня 2011 г. / МГТУ «Станкин». – Москва : Янус – К, 2011. – С. 41.
2. Малышев, В.Л. Исследование интенсивного испарения жидкостей из полостей через систему капилляров / В.Л. Малышев, Ю.С. Пусовский // Техника и технология пищевых производств : тез. докл. VIII Международной научной конференции студентов и аспирантов. Могилев, 25–26 апреля 2013 г. / МГУП. – Могилев, 2013. – Ч. 2. – С. 34.
3. Матвеев, А.Н. Молекулярная физика / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1981. – 396 с.
4. Ландау, Л. Механика сплошных сред / Л. Ландау, Е. Лифшиц. – М. : Гостехиздат, 1954. – 765 с.