УДК 539.187

Е.В. Тимощенко, Ю.В. Юревич
(Могилев, Беларусь)

МОДЕЛИРОВАНИЕ НУТАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ИЗЛУЧЕНИИ, ОТРАЖЕННОМ РЕЗОНАНСНЫМ СЛОЕМ

Предсказывается возможность модуляции излучения при отражении в режиме когерентного взаимодействия поля с веществом тонкого слоя.

Ключевые слова: тонкий слой резонансных атомов, диполь-дипольное взаимодействие, самопульсации излучения.

The possibility of light modulation upon reflection in the regime of coherent interaction of a optical field with a substance of thin boundary layer is predicted.

Keywords: thin planar layer of resonant atoms, dipole-dipole interaction, self-sustained light pulsations.

К факторам, которые способны нарушить когерентность поля и поляризации и значительно усложнить динамику когерентных процессов, относят диполь-дипольное взаимодействие. Его проявление типично для вещества с высокой концентрацией активных центров и относительно большими дипольными моментами, присущими этим структурным элементам – так называемых плотных резонансных сред. Считается, что подобные материалы представлены также полупроводниковыми квантово-размерными гетероструктурами, резонансно реагирующими на излучение в экситонной области спектра [1]. Подобные структуры являются также удобной экспериментальной и теоретической моделью для изучения динамики когерентных эффектов [2]. На их основе в тонкопленочном исполнении разрабатываются нелинейные модулирующие элементы в компактных оптических устройствах обработки информации. Изучение особенностей динамики их реакции на излучение в когерентном режиме взаимодействия оптического поля и активной среды поэтому представляет нетривиальную и практически важную проблему.

Расчетная модель

В этой связи поставлена задача моделирования динамики отражения резонансно поляризуемой плёнки в рамках полуклассического подхода с использованием приближения сверхтонкого слоя [3]. Нелинейный отклик среды описывается уравнениями квантовомеханической матрицы плотности, поле (отраженное E_r, прошедшее E и действующее на атомы) – соотношениями, полученными из электродинамических условий для полей и граничного слоя с резонансной поляризацией:

$$E_r = -r\,E_i + \frac{\mu N l}{\varepsilon_0(\eta+1)\,c}\frac{d\rho}{dt}, \quad E = \frac{2}{\eta+1}E_i + \frac{\mu N l}{\varepsilon_0(\eta+1)\,c}\frac{d\rho}{dt},$$

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} + \frac{2}{T_2}\frac{d\rho}{dt} + \omega_0\left(\omega_0 - \frac{2\mu^2 N}{3\varepsilon_0\hbar}n\right)\rho = \frac{2\mu}{\hbar}\omega_0 n E, \quad \frac{dn}{dt} + \frac{1}{T_1}(n-1) = \frac{2\mu}{\hbar\omega_0}\frac{d\rho}{dt}\left(E + \frac{\mu N}{3\varepsilon_0}\rho\right). \tag{1}$$

Здесь E_i – напряженность приложенного поля, ρ и n – вероятностные переменные поляризованности и разности населенности, μ – матричный элемент дипольного перехода, N – концентрация активных диполей, T_1 и T_2 – времена продольной и необратимой фазовой релаксации, η и l – показатель преломления и толщина слоя, r_0 – коэффициент отражения слоя. Система (1) модифицирована с учетом вклада в действующее на активные центры поле ближних полей элементарных диполей. Отстройка частоты от резонанса ω_0 тогда зависит от разности населённости и в силу этого носит нелинейный характер. Модельные параметры среды выбраны для квантоворазмерных структур на основе *InGaAs*, следуя данным [4].

В случае квазинепрерывного светового поля, зондирующего резонансную пленку, отраженное поле излучения принимает выраженную нутационную структуру. Варианту квазинепрерывного сигнала воздействия соответствовало временное распределение огибающей напряженности приложенного поля, задаваемое зависимостью $e'_i(\tau) = e'_0(\exp(\tau/\Delta\tau) - \exp(-\tau/\Delta\tau)/(\exp(\tau/\Delta\tau) + \exp(-\tau/\Delta\tau))$ (рис. 1 *а*), величиной $\Delta\tau$ в этом случае определяется крутизна роста напряженности на начальном этапе воздействия.

На рисунке 1 для разного уровня возбуждения и ненасыщенного поглощения, рассчитываемого как $\kappa = \mu^2 N l \omega_0 T_2/\varepsilon_0\hbar c$, приведена временная картина интенсивности нормированного отраженного поля $e_r = \mu E_r/\hbar\omega_0$.

Судя по зависимостям, варианты расчета мощности отраженного сигнала представлены, в основном, серией нутационных пульсаций, огибающих высокочастотную несущую составляющую и затухающих к равновесному значению. Затухание пульсаций в схеме взаимодействия при относительно медленной необратимой фазовой релаксации обусловлено нарушением когерентности поля и поляризационного отклика среды вследствие смещения собственной частоты активных диполей из-за их взаимного влияния за счет ближних полей.

Возникновение субструктуры «стартовало» с некоторого значения мощности (рис. 1 *б*; 1 *в*). Нарастание приложенной мощности при прочих фиксированных параметрах приводило к сокращению переходного периода в выходе на режим пульсаций. При этом возрастала частота нутационных пульсаций, снижался их контраст (рис. 4 *в* - *е*). Эти закономерности временной картины в определенной мере аналогичны тому, как меняется с увеличением уровня возбуждения (скорости накачки) структура излучения лазера в режиме свободной генерации. Увеличение показателя резонансного поглощения, однако, изменяет картину нутационных пульсаций в ином плане – нарастает контраст и скважность импульсов, при этом снижается частота их следования (рис. 1 *ж - м*).

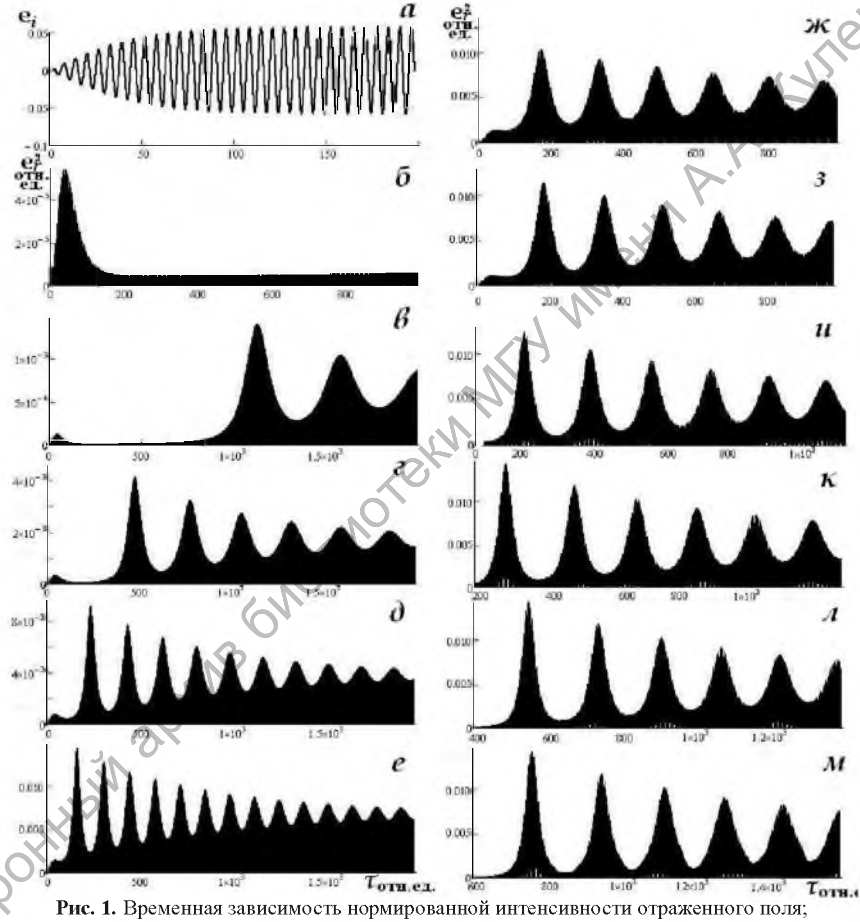

Рис. 1. Временная зависимость нормированной интенсивности отраженного поля; *а* – форма зондирующего сигнала, *б* – e'_0=0.05, *в* – e'_0=0.15, *г* – e'_0=0.25, *д* – e'_0=0.5, *е* – e'_0=1.25, =2; *ж* – κ =2.5, *з* – κ =3.5, *з* – κ =4, *и* – κ =5, *к* – κ =6, *к* – κ = 7, *л* – κ = 8, *л* – κ = 9, e'_0= 0.5, γ= 0.0078, τ_2= 400, ω_0= 1.45·10^{14}*рад/с*

Наличие двух противоположных тенденций развития картины при изменении этих основных характеристик, которые можно изменить в эксперименте, дает возможность того, что при определенном их сочетании возможен оптимальный вариант процесса, когда серия нутационных пульсаций будет представлена автоколебаниями мощности в отраженном излучении.

Для квазистационарных огибающих переменных напряженности поля и резонансной поляризованности система (1) сводится к оптическим уравнениям Блоха. Далее приведены результаты анализа равновесных состояний модели в рамках математической теории устойчивости.

Анализ устойчивости аналога исходной модели

Исследование устойчивости квазиравновесных состояний исходной модели (1) проведено в рамках линейного анализа устойчивости квазистационарного аналога модели. Это означает рассмотрение динамической системы для относительно медленных огибающих поля и поляризованности, то есть использовано квазистационарное приближение модели [2]. Переход к этой приближенной осцилляторной системе тривиален – она формулируется для амплитуд и поля и поляризованности. Решением системы с большой степенью совпадения могут быть описаны закономерности процессов отражения, рассчитанные для вариантов рисунка 1. В принятой нормировке квазистационарные уравнения для амплитуд $\rho(\tau)$, e'(τ) и огибающей разности населенностей n(τ) записываются в таком виде:

$$\frac{\mathrm{d}\rho'}{\mathrm{d}t}+\frac{1+\kappa \mathrm{n}}{\tau_2}\rho'-i(\Delta+\gamma \mathrm{n})\rho'= \mathrm{n}\mathrm{e}'_i,\quad \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{n}-\mathrm{n}_0}{\tau_1}= -\frac{1}{2}\left[\rho'^*\left(\mathrm{e}'_i-\frac{\kappa}{\tau_2}\rho'\right)+\rho'\left(\mathrm{e}'_i-\frac{\kappa}{\tau_2}\rho'^*\right)\right].$$

Предполагается далее, что $\mathrm{e}'_i(\tau)=e_0$, $\mathrm{n}_0=1$, амплитуда вероятности поляризованности может быть представлена как $\rho=R+iS$. Соответственно кинетическая система для этих переменных предстанет такой:

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=\mathrm{n}e_0-\frac{1+\kappa \mathrm{n}}{\tau_2}R-(\Delta+\gamma \mathrm{n})S,\quad \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=(\Delta+\gamma \mathrm{n})R-\frac{1+\kappa \mathrm{n}}{\tau_2}S,$$
$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{n}}{\mathrm{d}t}=\frac{1-\mathrm{n}}{\tau_1}-e_0R+\frac{\kappa}{\tau_2}(R^2+S^2)\ . \qquad (2)$$

Выражения для равновесных состояний R_s, S_s и n_s системы (2) несложно определить из сингулярных пределов соответствующих уравнений (удобным для последующих расчетов представлялось выражение для зависимости e_0^2 от n_s):

$$R_s = \frac{(\Delta+\gamma n_s)\,n_s}{Z\tau_2^2},\; S_s = \frac{(\Delta+\gamma n_s)\,n_s}{Z\tau_2},\; e_0^2 = \frac{1-n_s}{\tau_1 n_s}\tau_2 Z,\; Z = \frac{(1+\kappa n_s)^2}{\tau_2^2} + (\Delta+\gamma n_s)^2. \quad (3)$$

Из выражений (3) следует, что при определенных сочетаниях коэффициентов (2) стационарное значение n_s может определяться в зависимости от величины мощности e_0^2 неоднозначно. Известно, что равновесные состояния моделей, описывающих излучение при его нелинейном резонансном взаимодействии с тонким поляризуемым слоем, бистабильны [5].

Несложно убедиться, что после отделения вещественного корня характеристическое уравнение для показателя λ, определяющего временную динамику решений для относительно малых вариаций переменных ΔR, ΔS и Δn в окрестности (3) с множителем $\exp(\lambda\tau)$, представляется так:

$$\lambda^2 - \left[A - B + \frac{2}{3}\left(2Mn_s + \frac{1}{\tau_1}\right)\right]\lambda + \left[\frac{A-B}{2} + \frac{1}{3}\left(2Mn_s + \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + \frac{3}{4}(A+B)^2 = 0. \quad (4)$$

где

$$A = \left(C + \sqrt{C^2 + D^3}\right)^{\frac{1}{3}}, B = \left(-C + \sqrt{C^2 + D^3}\right)^{\frac{1}{3}}, C = \frac{1}{2}\left[\gamma(mr - pu) - M(\gamma n_s)^2 - \frac{QM}{3} - \frac{2M^3}{27}\right],$$

$$D = \left(M^2/3 - Q\right)/3, \quad M = \frac{\kappa n_s}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}, \quad Q = (pr - mu)e_0^2.$$

Величины $p = 1 - \frac{n_s}{\tau_2 Z}\left[\frac{\kappa}{\tau_2}\frac{1+\kappa n_s}{\tau_2} + \gamma(\Delta + \gamma n_s)\right]$, $m = \frac{n_s}{\tau_2^2 Z}(\gamma + \kappa\Delta)$, $r = 1 - \frac{2\kappa n_s}{\tau_2^2 Z}\frac{1+\kappa n_s}{\tau_2}$ и $u = \frac{\kappa n_s}{\tau_2^2 Z}(\Delta + \gamma n_s)$, входящие в (4), также выражаются через коэффициенты уравнений (2).

Комплексные корни уравнения (4) могут быть выражены в таком виде:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left[A - B + \frac{2}{3}\left(2\frac{\kappa n_s}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right] \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}(A+B).$$

То есть в случае, если выполняется соотношение:

$$\gamma = A - B + \frac{2}{3}\left(2\frac{\kappa n_s}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right) > 0, \quad (5)$$

аттрактором системы (2) может оказаться предельный цикл, частота цикличного движения точки Ω в фазовом пространстве по свертывающейся к предельному циклу фазовой кривой рассчитывается как $\Omega = \sqrt{3}(A+B)/2$.

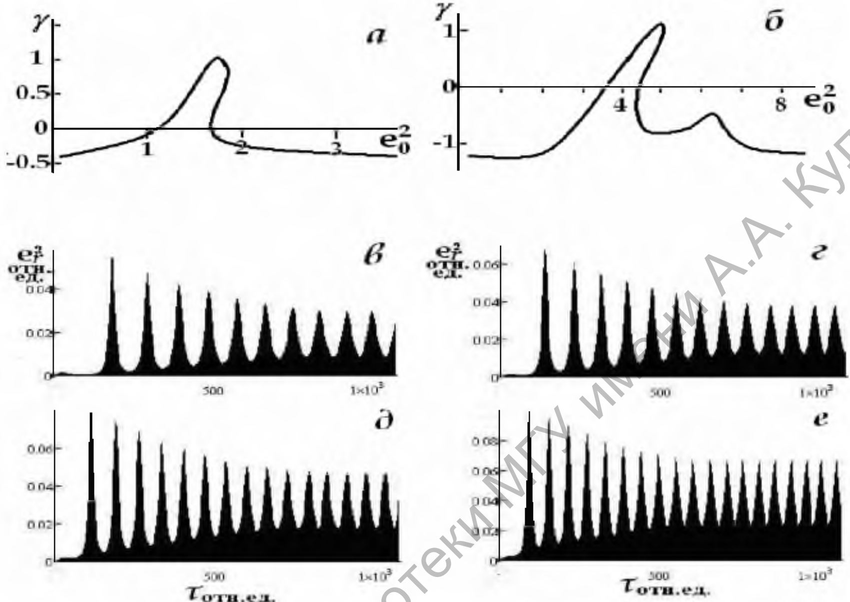

Рис. 2. Зависимость действительной части корня характеристического уравнения от параметра возбуждения (*а, б*) и временная зависимость нормированной интенсивности самопульсаций в отраженном излучении (*в – е*);
κ = 12.5, *г* – κ = 15.0 (*а, в*); κ = 16.0 (*б, д*); κ = 18.5 (*е*);
e'_0=1.5, γ = 0.08, τ_2=500, ω_0=1.45· 10^{14} *рад/с*

Расчетные оценки условий существования автоколебательного режима нутационной неустойчивости переменных на основе (3), (4), (5) удобнее проводить параметрически, то есть полагая n_s линейно нарастающим в пределах (0,1) параметром (рис. 2 *а, б*). Следует отметить, что кривые зависимостей $\gamma(e_0^2)$ бистабильны, что, вообще, характеризует возможность перехода осцилляторной системы в режим автоколебаний. Варианты расчета зависимости $e_r^2(\tau)$ на рисунке 2 *в-е* получены для параметров (1), примерно соответствующих условию (6) неустойчивости равновесного состояния.

Очевидно, что нутационные колебания могут обусловить периодическую картину интенсивности в излучении, отраженном тонким слоем полупроводниковой структуры с квантоворазмерными эффектами, выше моделируемой резонансной средой. Эффект может быть учтен при разработке оптимальных схем лазеров, излучающих в режиме серии регулярных импульсов без управляемых извне модулирующих устройств.

Литература:

1. Kaplan, A.E. Nanoscale stratification of optical excitation in self-interacting one-dimensional arrays / A.E. Kaplan, S.N. Volkov // Phys. Rev. – 2009. – Vol. A79. – P. 053834-1–053834-16.
2. Захаров, С.М. Взаимодействие УКИ света с тонкопленочными резонаторными структурами / С.М. Захаров // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 114. – С. 1578–1594.
3. Рупасов, В.И. О граничных задачах в нелинейной оптике резонансных сред / В.И. Рупасов, В.И. Юдсон // Квант. электрон. – 1982. – Т. 9, № 11. – С. 2179–2186.
4. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots / P. Borri [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 081306–(1-4).
5. Yurevich, V.A. Resonant reflection by active thin layer / V.A. Yurevich, E.V. Timoschenko, Yu.V. Yurevich // Журн. прикл. спектр. – 2016. – Т. 83, вып. 6–16. – С. 307–308.