

ГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ-СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ В ТОНКОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

Проанализировано поведение полной генерируемой мощности в тонком сферическом слое, обладающем нелинейными свойствами и облучаемом двумя когерентными плоскими электромагнитными волнами одинаковой частоты, при изменении угла между падающими волнами и отношения их комплексных амплитуд. Проведено сравнение с поведением функции максимальной по направлению наблюдения θ, φ плотности мощности при изменении тех же параметров генерации.

Ключевые слова: генерация второй гармоники, генерация суммарной частоты, два когерентных источника одинаковой частоты, сферическая частица, нелинейное приближение Рэлея-Ганса-Дебая.

The behavior of the total generated power in a thin spherical layer possessing nonlinear optical properties and irradiated by two coherent plane electromagnetic waves with the same frequency has been analyzed depending on the angle between the incident waves and on the ratio of their complex amplitudes. A comparison has been made with the behavior of the maximum power density in the direction of observation θ, φ depending on the same generation parameters.

Keywords: second-harmonic generation, sum-frequency generation, two coherent sources with the same frequency, spherical particle, nonlinear Rayleigh-Gans-Debye approximation.

Для изучения поверхностей малых частиц используются нелинейные оптические явления. Наиболее распространенными среди них являются генерация второй гармоники (ГВГ) [1] и генерация суммарной частоты (ГСЧ) [2].

Однако теоретически более эффективным является использование двух (и более) когерентных источников одинаковой частоты [3; 4], будем называть это явление генерацией второй гармоники-суммарной частоты (ГВГ-СЧ). Рассмотрим данное явление в случае падения двух плоских когерентных электромагнитных волн на диэлектрическую шарообразную наночастицу, покрытую тонким слоем вещества, обладающего нелинейными оптическими свойствами.

В дипольной модели ГВГ-СЧ обусловлена нелинейной частью вектора поляризации среды, компоненты которого имеют вид

$$P_i^{(2)} = \mathbf{c}_{ijk}^{(2)} \left(\mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} \right)_j \left(\mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} \right)_k = \mathbf{c}_{ijk}^{(2)} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_j^{(\alpha)} E_k^{(\beta)}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{c}_{ijk}^{(2)}$ – тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка, E_α – комплексная амплитуда волны, индексы α и β показывают принадлежность величины к определенному источнику, при этом подразумевается правило суммирования по повторяющимся латинским индексам. Этот тензор третьего ранга имеет четыре независимые компоненты $\chi_{1-4}^{(2)}$, входящие в него следующим образом:

$$\mathbf{c}_{ijk}^{(2)} = \mathbf{c}_1^{(2)} n_i n_j n_k + \mathbf{c}_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + \mathbf{c}_3^{(2)} (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij}) + \mathbf{c}_4^{(2)} n_m (n_k \varepsilon_{ijm} - n_j \varepsilon_{imk}), \quad (2)$$

где n_i – компоненты вектора нормали \mathbf{n} к поверхности, δ_{ij} – дельта-символ Кронекера, ε_{ijk} – символ Леви-Чивита. В дальнейшем под типом анизотропии $\chi_i^{(2)}$ подразумеваются значения компонент тензора (2) $\chi_i^{(2)} = 1$, $\chi_j^{(2)}|_{j \neq i} = 0$.

Выбирая начало сферической системы координат в центре сферического слоя, в приближении модели Рэлея-Ганса-Дебая (исходные волны распространяются внутри исследуемой частицы без преломления и поглощения) можно получить выражение для вектора напряженности электрического поля ГВГ-СЧ в дальней зоне:

$$\mathbf{E}^{[2\omega]}(\mathbf{x}) = 4\pi\mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} d_3 a^2 (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_\alpha E_\beta \mathbf{f}^{(\alpha\beta)}. \quad (3)$$

Здесь $\mu_{2\omega}$ – магнитная проницаемость среды на частоте 2ω , $k_{2\omega}$ – модуль волнового вектора генерируемой волны, a – радиус частицы, d_0 – толщина нелинейного слоя, \otimes – тензорное произведение, векторы $\mathbf{f}^{(\alpha\beta)}$ имеют вид

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}^{(\alpha\beta)} = & i\chi_1^{(2)} \left(-j_3(q^{(\alpha\beta)}a) v^{(\alpha\beta)} \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\alpha)} \right) \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\beta)} \right) + \frac{1}{5} \left(j_1(q^{(\alpha\beta)}a) + j_3(q^{(\alpha\beta)}a) \right) \times \right. \\
& \times \left(v^{(\alpha\beta)} \left(e^{(\alpha)} e^{(\beta)} \right) + e^{(\beta)} \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\alpha)} \right) + e^{(\alpha)} \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\beta)} \right) \right) \Big) + \\
& + j_1(q^{(\alpha\beta)}a) \left(\chi_2^{(2)} v^{(\alpha\beta)} \left(e^{(\alpha)} e^{(\beta)} \right) + \chi_3^{(2)} e^{(\beta)} \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\alpha)} \right) + \chi_3^{(2)} e^{(\alpha)} \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\beta)} \right) \right) - \\
& - \chi_4^{(2)} j_2(q^{(\alpha\beta)}a) \left(\left[e^{(\alpha)} \times v^{(\alpha\beta)} \right] \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\beta)} \right) + \left[e^{(\beta)} \times v^{(\alpha\beta)} \right] \left(v^{(\alpha\beta)} e^{(\alpha)} \right) \right),
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\mathbf{q}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{k}^{(\alpha)} + \mathbf{k}^{(\beta)} - \mathbf{k}^{(2\omega)}$, $q^{(\alpha\beta)} = |\mathbf{q}^{(\alpha\beta)}|$ – векторы рассеяния и их модули соответственно, $\mathbf{k}^{(2\omega)} = k_{2\omega} \mathbf{e}_r^{(\alpha\beta)}$ – волновой вектор генерируемого поля, $\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}$ – единичные векторы вдоль $\mathbf{q}^{(\alpha\beta)}$, $j_m(q^{(\alpha\beta)}a)$ – сферические функции Бесселя.

Экспериментально наблюдаемыми величинами являются интенсивность и полная мощность излучения, которые определяются так:

$$S_r^{(2\omega)} = \frac{c}{8\pi} \frac{n_{2\omega}}{M_{2\omega}} \left| \mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) \right|^2, \quad W_{2\omega} = \int_{4\pi} S_r^{(2\omega)} r^2 d\Omega, \tag{5}$$

где $n_{2\omega}$ – показатель преломления среды на частоте 2ω .

В работе [4] был проведен анализ поведения максимальной по направлению наблюдения θ, φ плотности мощности ($S_{r, \max}^{(2\omega)}$) в зависимости от параметров γ и η , где γ – угол между волновыми векторами падающих волн (угол раскрытия), $\eta = E_2/E_1$ – отношение их комплексных амплитуд, которое будем представлять в виде $\eta = |\eta| \exp(i \arg \eta)$, где $\arg \eta \in (-\pi; \pi]$ – разность фаз падающих волн в центре частицы. В данной работе аналогичным образом исследуем поведение полной мощности генерируемого излучения $W_{2\omega}$, при этом остальные параметры задачи выберем в виде

$$k_{\omega} a = 0,1; \quad \sigma_1 = 1; \quad \sigma_2 = -0,5; \quad j_{\text{in}}^{(1)} = 0,5 \text{ ддä}; \quad j_{\text{in}}^{(2)} = 0,5 \text{ ддä}. \tag{6}$$

Для такого анализа построим двумерные изображения графиков $W_{2\omega}(\mathbf{g}, |\eta|)$ отдельно для каждого из четырех типов анизотропии $\mathbf{c}_{1-4}^{(2)}$ при двух разных значениях параметра $\arg \eta$: $\arg \eta = -1,5$ рад (рисунок 1) и $\arg \eta = -1$ рад (рис. 2). Функции $W_{2\omega}(\mathbf{g}, |\eta|)$ нормированы на значения максимальных полных мощностей ГВГ-СЧ $\max_{\mathbf{g}, \eta} [W_{2\omega}]$, представленных в таблице ($W_0 = 2\pi c \frac{I_{2\omega}}{n_{2\omega}^3} d_0^2 (k_{2\omega} a)^4 |E_1|^4$). Согласно легенде, иллюстрированной на рисунке 1д и относящейся ко всем изображениям данной статьи, красный цвет соответствует максимуму полной мощности генерируемого излучения, синий цвет – отсутствию генерации.

Значения оптимизированной полной мощности ГВГ-СЧ

Тип анизотропии	$\chi_1^{(2)}$	$\chi_2^{(2)}$	$\chi_3^{(2)}$	$\chi_4^{(2)}$
$\max_{\gamma, \eta} [W_{2\omega}^*] / (10^{-3} W_0)$	6,7	61	165	0,3

Анализируя графики для нелинейного слоя с типом анизотропии $\chi_1^{(2)}$ (рис. 1 а, 2 а), можно заметить, что при $\arg \eta < -1$ рад функция $W_{2\omega}(\gamma, |\eta|)$ растет в области $\gamma \approx \pi$ и $|\eta| \approx 1$, а затем, при дальнейшем увеличении параметра $\arg \eta$, полная мощность в данной области убывает, причем локальный максимум находится вблизи значений $\gamma \approx 0$ и $|\eta| \approx 1,2$. График функции $W_{2\omega}(\mathbf{g}, |\eta|)$ несколько несимметричен относительно линии $|\eta| = \text{const}$, содержащей максимум (при $\gamma = \text{const}$ убывание немного сильнее в направлении малых $|\eta|$).

При анизотропии $\chi_2^{(2)}$ (рис. 1 б, 2 б) с увеличением угла раскрытия анализируемая функция монотонно убывает, максимум полной мощности достигается при $\gamma \approx 0$ и $|\eta| \approx 1,37$; кроме того, наблюдается более очевидная асимметрия зависимости от параметра $|\eta|$. Для анизотропии, отнесенной к типу $\mathbf{C}_3^{(2)}$ (рис. 1 в, 2 в), зависимость $W_{2\omega}(\mathbf{g}, |\eta|)$ подобна первому случаю (анизотропия $\mathbf{C}_1^{(2)}$), но имеется только один максимум в области больших углов раскрытия.

В случае кирального слоя (анизотропия $\mathbf{C}_4^{(2)}$, рис. 1 г, 2 г) наблюдается широкая область с полной мощностью, близкой к максимальной $\max_{\gamma, \eta} [W_{2\omega}^*]$. При возрастании параметра $\arg \eta$ эта область смещается к малым

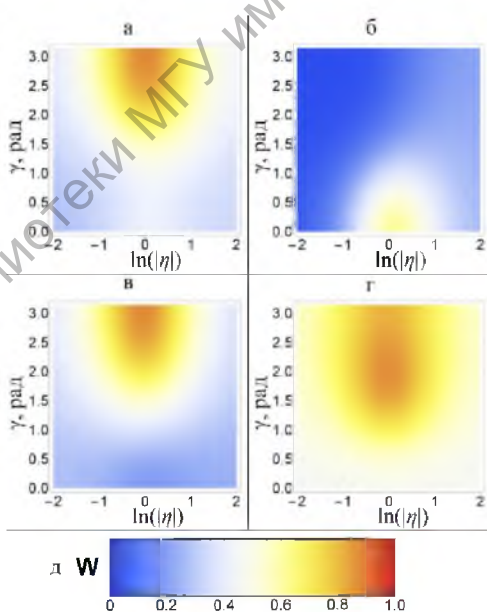


Рис. 1. Зависимость полной мощности ГВГ-СЧ от угла раскрытия и модуля отношения комплексных амплитуд при $\arg \eta = -1,5$ рад. Легенда представлена на рисунке 1 д. На фрагментах а–г представлены графики для следующих типов анизотропии: (а) – $\chi_1^{(2)}$, (б) – $\chi_2^{(2)}$, (в) – $\chi_3^{(2)}$, (г) – $\chi_4^{(2)}$

углам раскрытия; сечения построенной фигуры, соответствующие $\gamma = \text{const}$, почти симметричны относительно вершины.

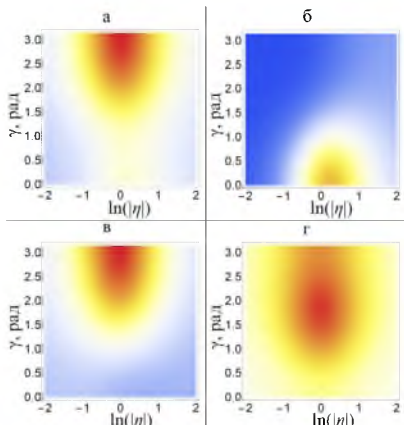


Рис. 2. Зависимость полной мощности ГВГ-СЧ от угла раскрытия и модуля отношения комплексных амплитуд при $\arg \eta = -1$ рад

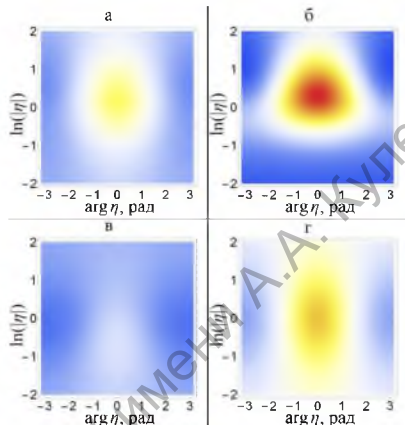


Рис. 3. Зависимость полной мощности ГВГ-СЧ от отношения комплексных амплитуд при $\gamma = 0$

Теперь исследуем аналогичным образом поведение полной мощности ГВГ-СЧ при фиксированных значениях угла раскрытия: $\gamma_1 = 0$ (рис. 3), $\gamma_2 = 1,5$ рад (рис. 4), $\gamma_3 = 3$ рад (рис. 5). Функции $W_{2\omega}(\eta, \arg \eta)$ нормированы также на значения максимальных мощностей из таблицы.

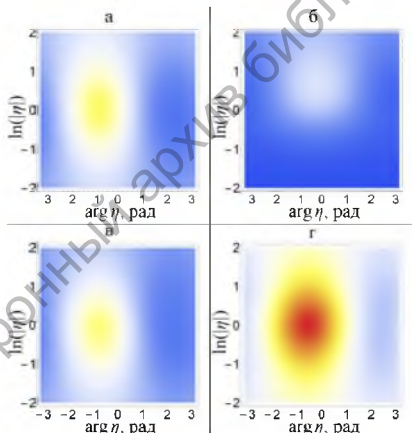


Рис. 4. Зависимость полной мощности ГВГ-СЧ от отношения комплексных амплитуд при $\gamma = 1,5$ рад

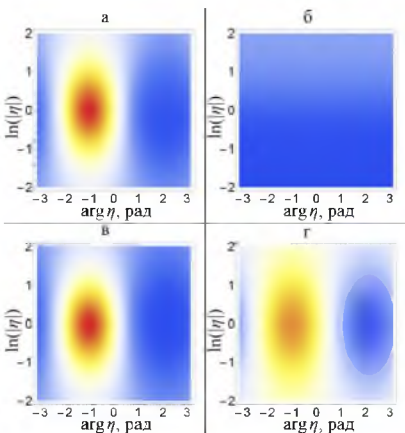


Рис. 5. Зависимость полной мощности ГВГ-СЧ от отношения комплексных амплитуд при $\gamma = 3$ рад

При использовании сонаправленных источников ($\gamma = 0$, рис. 3) все графики обладают плоскостью симметрии $W_{2\omega}(|\eta|, -\arg \eta) = W_{2\omega}(|\eta|, \arg \eta)$, максимумы локализованы в сечении $\arg \eta = 0$. Для типов анизотропии $\chi_1^{(2)}$ (рис. 3 а, 4 а, 5 а) и $\chi_3^{(2)}$ (рис. 3 в, 4 в, 5 в) возрастание угла раскрытия приводит к смещению максимумов в область $\arg \eta < 0$ и возрастанию их абсолютных значений, при этом максимумы становятся ярко выраженными. Для кирального слоя (анизотропия $c_4^{(2)}$, рис. 3 г, 4 г, 5 г) наблюдается аналогичная тенденция вплоть до $\gamma \approx 1,68$ рад; дальнейшее увеличение γ обуславливает незначительное уменьшение полной мощности в максимуме. В случае анизотропии $\chi_2^{(2)}$ (рис. 3б, 4б, 5б) $W_{2\omega}$ монотонно убывает при возрастании γ . Графики всех функций асимметричны относительно положений максимумов.

Подобные закономерности были обнаружены в работе [4] для максимальной по направлению наблюдения θ, ϕ плотности мощности ($S_{r, \max}^{(2\omega)}$), а для типа анизотропии $c_2^{(2)}$ зависимости $S_{r, \max}^{(2\omega)}$ и $W_{2\omega}$ в точности совпадают.

Для сочетания параметров задачи и типа анизотропии $c_2^{(2)}$ явление ГВГ-СЧ предпочтительнее ГВГ [1] при значениях параметров γ и η , соответствующих желтым и красным областям на двухмерных изображениях графиков $W_{2\omega}(\mathbf{g}, |\eta|)$, т.к. позволяет генерировать излучение большей мощности. Для слоев с типами анизотропии $c_{1,3,4}^{(2)}$ эти области дополнительно включают белый цвет. Поведение функций $S_{r, \max}^{(2\omega)}$ и $W_{2\omega}$ имеет подобный вид при изменении параметров γ и η , но с различными положениями глобальных максимумов $\max_{\mathbf{g}, \eta} [S_{r, \max}^{(2\omega)}]$ [4] и $\max [W_{2\omega}]$ [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф18М-026).

Литература:

1. Viarbitskaya, S. A. Size dependence of second harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, T. Hansson // Physical Review A. – 2010. – Vol. 81, № 5.
2. Капшай, В.Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.
3. Толкачёв, А.И. Оптимизация полной мощности генерации второй гармоники-суммарной частоты в тонком сферическом слое / А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай // Актуальные вопросы физики и техники : материалы VIII Респ. научной конф. студентов, магистрантов и аспирантов. – 2019. – Ч. 1. – С. 143–148.

4. Толкачёв, А. И. Оптимизационный анализ в задаче о генерации второй гармоники-суммарной частоты в тонком сферическом слое / А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай, А.А. Шамьина // V Международная научная конф., посвященная академику Б.В. Бокутю : материалы : в 2 ч. – 2018. – Ч. 1. – С. 132–137.