УДК 53

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФАРЛЕЙ-БУНЕМАНОВСКИХ ВОЛН В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Волосевич
доктор физико-математических наук, профессор
Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

В работе рассматривается нелинейное взаимодействие волн, возбуждаемых двухпотоковой, или модифицированной Фарлей-Бунемановской (ФБ), неустойчивостью. Показано, что линейно нарастающие низкочастотные волны воздействуют на высокочастотную часть спектра волн, создавая дополнительное давление, приводящее к возникновению нелинейной "пондеромоторной силы". Эта сила действует на заряженные частицы плазмы в неоднородном электрическом поле и приводит к перераспределению фоновой плотности плазмы. Таким образом, низкочастотные ФБ волны нелинейно взаимодействуют с высокочастотными волнами, что приводит к стабилизации неустойчивости. На основе магнитогидродинамической модели движения заряженных частиц совместно с уравнениями для электромагнитного поля получена самосогласованная система нелинейных уравнений, описывающая нелинейное взаимодействие высокочастотных и низкочастотных ФБ волн. Приведены оценки модификации фоновой плотности заряженных частиц, а также возможные экспериментальные эффекты, обнаруженные при исследовании аврорального рассеяния радиоволн УКВ диапазона в авроральной ионосфере.

Ключевые слова: трехволновые нелинейные взаимодействия, нелинейные электростатические структуры, низкочастотные и высокочастотные волны, авроральные, неоднородности, ионосферная плазма, стационарные ударные волны, Фарлей-Бунемановская неустойчивость, пондеромоторная сила.

1. Введение

В настоящее время с помощью усовершенствованной техники VHF-радарных и спутниковых измерений в авроральной зоне были обнаружены мелкомасштабные плазменные структуры. Эксперименты по авроральному рассеянию радиоволн EISCAT и STARE выявили существование в Е-области ионосферы достаточно интенсивных электростатических структур и связанных с ними модификаций плотности заряженных частиц.

В соответствии с современной точкой зрения эти плазменные структуры могут быть следствием возбуждения модифицированной двухпотоковой, или Фарлей-Бунемановской (ФБ), неустойчивости [1–4]. Действительно, линейная теория удовлетворительно объясняла возбуждение неустойчивости в Е-области ионосферы 90–120 км и особенности авроральных радиоотражений – фазовую скорость ФБ волн и их преобладающий частотный диапазон. Однако многие важные черты экспериментальных измерений остаются необъяснимыми и часто противоречивыми: например, наблюдение радиоотражений под большими ракурсными углами вплоть до 5° (угол между направлением распространения волны и плоскостью, ортогональной направлению магнитного поля), а также существование радиоотражений с длинами волн порядка 16 см [3].

В соответствии с линейной теорией ФБ неустойчивости в авроральной Е-слоя ионосферы было получено обобщенное дисперсионное уравнение при выполнении условий замагниченности электронов и незамагниченности ионов, что характерно для этой уникальной области ионосферной плазмы [1–3]:

$$\omega = \frac{\vec{k}\vec{V}_{0e} + \hat{\psi}\vec{k}\vec{V}_{0i}}{1+\psi\left(1+k_{\parallel}^2\omega_{ce}^2 / k_{\perp}^2\nu_e^2\right)(1+\eta_i k^2)}, \quad \hat{\psi} = \psi\left(1+\frac{k_{\parallel}^2\omega_{ce}^2}{k_{\perp}^2\nu_e^2}\right). \qquad (1)$$

Здесь обозначено: $\psi = \nu_e\nu_i / \omega_c^2$ – высотный фактор, $\omega_c^2 = \omega_{ce}\omega_{ci}$, $\eta = \alpha_\eta \upsilon_{ti}^2 / \nu_i$, где ω_c – нижнегибридная частота, η – динамическая вязкость ионов, α_η – безразмерный коэффициент, зависящий от природы столкновений ионов с нейтральными частицами, $k_\parallel$ и $k_\perp$ – компоненты волнового вектора параллельно и перпендикулярно направлению магнитного поля, $\upsilon_{t\alpha} = (\gamma_\alpha T_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$, T_α – температура частиц сорта α, ν_e и ν_i – частоты столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами, ω_{ce} и ω_{ci} – гирочастоты электронов, ионов, $\vec{V}_{oe}$ - $\vec{V}_{oi}$ – относительная дрейфовая скорость электронов под действием постоянного электростатического поля $\vec{E}_0$. Заметим, что уравнение (1) справедливо для области ионосферы, где выполняются условия замагниченности электронов $\nu_e << \omega_{ce}$ и незамагниченности ионов $\nu_i >> \omega_{ci}$, а также при условии малости ракурсного угла, т. е. при выполнении соотношения $k_\parallel^2 / k_\perp^2 << \upsilon_e^2 / \omega_{ce}^2 \approx 10^{-5}$ при ионосферных параметрах: $\nu_e \approx 3\cdot 10^4\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_{ce} \approx 6\cdot 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$.

Из линейной теории можно заключить, что условие для частот ФБ волн $\omega < \nu_i$

не выполняется, если неоднородности имеют масштаб $L < 2\pi V_{oe} / \nu_i$ так для области высот $h \approx 100$ km и ионосферных параметров $\nu_i \approx 2\cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$ и $V_{oe} \approx 6\cdot 10^2\ \mathrm{ms}^{-1}$, это соответствует масштабу $L < 2$ m).

Таким образом, можно утверждать, что в верхней части Е-области ионосферы могут выполняться условия $\omega \geq \nu_e$. В работах [3; 4] было найдено, что срыв ФБ неустойчивости происходит приблизительно на нижнегибридной частоте $\omega \leq \omega_g = \sqrt{\omega_{ce}\omega_{ci}}$. При учете кинетических эффектов, например, затухания Ландау, которое эквивалентно учету динамической вязкости на ионах, частотный диапазон неустойчивых волн расширяется. Как показано в работах [2–4], ФБ неустойчивость может возникать на более высоких частотах $\omega \geq \nu_i$, и в этом случае вместо ФБ волн возникают волны на нижнегибридных частотах.

Исследование нелинейного взаимодействия ФБ волн показало [5–9], что при учете дисперсионных эффектов и распадных взаимодействий волн могут быть выполнены резонансные условия $\omega = \omega_1 + \omega_2$ и $\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$. Таким образом, этот эффект может объяснить возникновение волн с большими ракурсными углами $k_\parallel^2 / k_\perp^2 << \upsilon_e^2 / \omega_{ce}^2$ или $|\cos\varphi| \leq \pi/2$ (φ – угол между дрейфовой скоростью электронов и волновым вектором). Это означает, что за счет нелинейного взаимодействия происходит перекачка волн из области линейной генерации волн в область затухания, причем частота волны может быть значительно меньше частоты линейно растущих волн. Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. В результате развития ФБ неустойчивости возникают волны в достаточно широком частотном интервале. Низкочастотные ФБ волны описываются дисперсионным уравнением (1) при выполнении условия $\omega \geq \nu_e$, но высокочастотные волны имеют другой закон дисперсии.

2. Для реальных физических условий в Е-области авроральной ионосферы одновременно с низкочастотными волнами также возникают высокочастотные волны с частотами $\omega \geq \nu_i$, хотя природа этих волн различна. Эти волны имеют частоты порядка нижнегибридных частот, и они описываются дисперсионным уравнением, аналогичным рассмотренным в работах [10–11]:

$$\omega \approx \omega_{LH}\left(1+\frac{k^2R^2}{2}+\frac{m_i}{2m_e}\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2}\right),\ R^2=\frac{3T_i}{m_i\omega_{LH}^2}+\frac{2T_e}{m_e\omega_{ce}^2}\frac{\omega_{pe}^2}{\left(\omega_{pe}^2+\omega_{ce}^2\right)}. \quad (2)$$

Здесь обозначено $\omega_{LH}^2=\omega_{pi}^2\Big/\left(1+\omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2\right)$, и плотность плазмы удовлетворяет условиям $\omega_{pe}^2 >> \omega_{ce}^2$ и $\omega_{LH}\approx\omega_c\omega_{pe}$, $R^2\approx(3T_i+2T_e)/\left(m_i\omega_c^2\right)$ и ω_{pe}, ω_{pi} – частоты плазменных волн для электронов и ионов соответственно. Подобно ФБ волнам волны, описываемые дисперсионным уравнением (2), обладают эффектом ракурсной чувствительности, т. е. $k_{\perp} >> k_{\parallel}$. Например, волны с длиной волны λ = 16 cm, $k\approx 40\,m^{-1}$ и для дрейфовых скоростей электронов V_0 = 600 м.с[1] частоты соответствуют нижнегибридным частотам порядка $\omega\approx 2.4\cdot 10^4\approx\omega_c$.

3. Линейно нарастающие высокочастотные ФВ волны могут интенсивно взаимодействовать с низкочастотными волнами, которые также существуют в результате возбуждения неустойчивости.

2. Теоретическая модель

Исследуем математическую модель неустойчивости ФБ при реальных физических условиях в авроральной Е-области ионосферы. Эволюция нелинейных ФБ волн может быть описана системой магнитогидродинамических уравнений движения заряженных частиц совместно с уравнениями непрерывности и уравнением Пуассона для электростатического поля при нарушении условия квазинейтральности плазмы. Предполагаем, что в Е-области ионосферы электроны являются замагниченными при условии $\nu_e << \omega_{ce}$, а ионы не замагниченными при выполнении условий $\nu_i > \omega_{ci}$:

$$\frac{d\vec{\upsilon}_e}{dt}=-\frac{e\vec{E}}{m_e}-\omega_{ce}\left[\vec{\upsilon}_e,\vec{e}_z\right]-\nu_e\vec{\upsilon}_e-\upsilon_{te}^2\nabla\ln n_e, \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt}=-\frac{e\vec{E}}{m_i}-\nu_i\vec{\upsilon}_i-\upsilon_{ti}^2\nabla\ln n_i+\eta\Delta\vec{\upsilon}_i, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t}+\nabla\left(n_\alpha\vec{\upsilon}_\alpha\right)=0, \quad (5)$$

$$\nabla\vec{E}=\frac{e}{\varepsilon_o}\left(n_i-n_e\right). \quad (6)$$

Здесь использованы стандартные обозначения: $\omega_{ce}=|e|B_o/m_e$, $\vec{B}_o=B_o\vec{e}_z$, $\upsilon_{t\alpha}^2=k_BT_\alpha/m_\alpha$, T_α, m_α, $n_\alpha, \upsilon_\alpha, \nu_\alpha$ – температура, масса, плотность, скорость, частоты столкновений частиц сорта α, $\alpha=e$ – электроны, $\alpha=i$ – ионы.

2.1 Высокочастотные ФБ волны

Возмущения электростатического поля, скорости, плотности заряженных частиц за счет ФБ волн можно представить в виде

$$\vec{A}(r,t)=\frac{1}{2}\vec{A}\left(\vec{r},t\right)e^{-i\omega_o t}+к.с.,$$

где к.с. – комплексно сопряженная величина.

При таком представлении временная зависимость учитывается в виде быстрой зависимости от времени, которая описывается фактором $e^{-i\omega_o t}$, а медленная учитывается комплексной амплитудой $A\left(\vec{r},t\right)$.

Затем из уравнений (3, 4) можно определить скорости электронов ионов:

$$\vec{\upsilon}_{e\perp} = \frac{1}{2}\frac{i\omega_e}{B\omega_e}\vec{E}_\perp + \frac{1}{B}\left[\vec{E},\vec{e}_z\right] + i\frac{\omega_e}{\omega_e^2}\upsilon_e\nabla_\perp N_e - \frac{\upsilon_e^2}{\omega_e^2}\left[\nabla N_e,\vec{e}_z\right] - \frac{1}{B\omega_e}\frac{\partial\vec{E}_\perp}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\vec{\upsilon}_{e\|} = \frac{1}{2}\frac{e\vec{E}_\|}{i\omega_e m_e} + \upsilon_{te}^2\frac{\nabla_\| N_e\omega_e}{i\omega_e}, \tag{8}$$

$$\vec{\upsilon}_i = \frac{ie\vec{E}}{m_i\omega_i} - i\frac{\upsilon_{te}^2\nabla N_i}{\omega_o} - \eta_i\frac{e\Delta\vec{E}}{m_i\omega_i^2} + \frac{e}{m_i\omega_i^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \tag{9}$$

Здесь обозначено $\omega_e = \omega_o - i\nu_e,\ \omega_i = \omega_e - i\nu_i,\ N_\alpha = (n_\alpha - n_o)/n_o$.

Из уравнения (5) для электронов и ионов можно получить уравнения для возмущений плотности заряженных частиц за счет электростатического поля.

$$N_i = \frac{1}{i\omega_o}\frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{e}{m_i\omega_i\omega_o\omega_i^2}\frac{\partial\nabla\vec{E}}{\partial t} + \frac{e\nabla\vec{E}}{m_i\omega_i\omega_o} - \frac{\upsilon_{ti}^2\nabla N_i}{\omega_o\omega_i} - \eta_i\frac{e\Delta\nabla_\perp\vec{E}}{im_i\omega_o\omega_i^2}, \tag{10}$$

$$N_e = \frac{1}{i\omega_o}\frac{\partial N_e}{\partial t} + \frac{1}{iB\omega_o\omega_e}\frac{\partial\nabla\vec{E}_\perp}{\partial t} + \frac{\vec{\upsilon}_o\nabla N_e}{i\omega_o} + \frac{e\omega_e\nabla_\perp\vec{E}}{\omega_o m_e\omega_{ce}^2} - \frac{e\omega_e\nabla_\|\vec{E}_\|}{m_e\omega_o\omega_e} +$$
$$+\frac{\omega_e\upsilon_{te}^2\Delta_\perp N_e}{\omega_o\omega_{ce}^2} - \frac{\upsilon_{te}^2\Delta_\| N_e}{\omega_o\omega_{ce}^2} + \frac{1}{iB\omega_o}\left[\nabla N_s,\vec{E}\right]\cdot\vec{e}_z. \tag{11}$$

Здесь обозначено $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},\ \Delta_\| = \frac{\partial^2}{\partial z^2},\ \nabla_\perp = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y$.

Величины $N_i, N_e, \vec{E}$ определяют комплексные амплитуды соответствующих величин. В уравнениях (10, 11) основной нелинейный вклад обусловлен низкочастотными возмущениями плотности N_s. В этих уравнениях учтен постоянный дрейф электронов за счет постоянного электростатического поля. Последний член в уравнении (11) описывает векторную нелинейность, которая обусловлена постоянным дрейфом электронов, причем только в случае двухмерных возмущений. Этот член исчезает в одномерной модели.

Далее учтем, что в случае генерации высокочастотных ФБ волн с частотами $\omega > \nu_i$ и $\omega < \omega_c$ возможно локальное нарушение условия квазинейтральности в плазме $N_e \approx N_i$. Исследование высокочастотной части спектра ФБ волн показало, что инкременты нарастания волн и законы дисперсии зависят от фоновой плотности заряженных частиц в плазме. Это означает, что для высокочастотных волн характерна зависимость от фоновой плотности плазмы. Для низкочастотных волн такая зависимость отсутствует.

Заметим, что уравнения (10, 11) можно записать в виде

$$N_i = \frac{1}{i\omega_o}\frac{\partial N_i}{\partial t} + a_i\nabla\vec{E} + b_i\Delta N_i + \tilde{\eta}_i\Delta\nabla_\perp\vec{E} + \frac{c_i}{i\omega_o}\frac{\partial}{\partial t}\nabla\vec{E}, \tag{12}$$

$$N_e = \frac{1}{i\omega_o}\frac{\partial N_e}{\partial t} + a_{e\perp}\nabla\vec{E}_\perp + b_{e\perp}\Delta N_e + \vec{\sigma}\nabla N_e + a_{e\|}\nabla\vec{E}_\| +$$
$$+\frac{c_e}{i\omega_o}\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp\vec{E} + b_{e\|}\Delta_\| N_e + \frac{1}{iB\omega_o}\left[\nabla N_s,\vec{E}\right]\cdot\vec{e}_z, \tag{13}$$

где $a_i = \frac{e}{m_i\omega_i\omega_o},\ b_i = -\frac{\upsilon_{ti}^2}{\omega_o\omega_i},\ \tilde{\eta}_i = \frac{i\eta_i e}{m_i\omega_o\omega_i^2}$, (14)

$$a_{e\perp}=\frac{e\omega_e}{\omega_o m_e\omega_{ce}^2},\ b_{e\perp}=\frac{\omega_e\upsilon_{te}^2}{\omega_o\omega_{ce}^2},\ a_{e\|}=-\frac{e}{m_e\omega_e\omega_o},\ b_{e\|}=-\frac{\upsilon_{te}^2}{\omega_o\omega_e},$$

$$\vec{\sigma}=\frac{\vec{\upsilon}_o}{i\omega_o},\ c_i=\frac{e}{m_i\omega_i^2},\ c_e=\frac{e}{m_i\omega_c^2}.$$

Вычитая уравнение (13) из уравнения (12) и используя уравнение Пуассона (6), можно получить соотношение

$$\frac{ic}{i\omega_o}\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp\vec{E}+(a_\perp-\lambda)\nabla_\perp\vec{E}+b_{e\perp}\Delta N_e+(b_i\lambda+\tilde{\eta}_i)\Delta\nabla_\perp\vec{E}-\vec{\sigma}\nabla N_e-$$
$$-a_{e\|}\nabla_\|\vec{E}_\|-b_{e\|}\Delta_\|N_e+\frac{1}{iB\omega_o}\left[\nabla N_s,\vec{E}\right]\cdot\vec{e}_z=0, \tag{15}$$

где $c=c_i-c_e+\lambda$, $a_\perp=a_i-a_{e\perp}$, $b_\perp=b_i-b_{e\perp}$ и $\lambda=e/(m_i\omega_{oi}^2)$.

Связь электростатического поля и флуктуации электронной плотности можно получить из уравнений (12, 13) в линейной аппроксимации, пренебрегая малыми дисперсионными эффектами при условии $k_\|^2/k_\perp^2<<1$:

$$bN_e=(\beta-\lambda b_e)\nabla_\perp\vec{E}-\lambda b_ib_e\Delta\nabla_\perp\vec{E}+b_ia_i(\vec{\sigma}\nabla)\vec{E}. \tag{16}$$

Далее, используя уравнения (16) и (15), запишем:

$$\frac{i\tilde{c}}{i\omega_o}\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp\vec{E}+\tilde{a}\nabla_\perp\vec{E}+\tilde{b}\Delta\nabla_\perp\vec{E}-\tilde{\sigma}\nabla_\perp\vec{E}+\beta_\|\nabla_\|\vec{E}_\|=\frac{\omega_o}{i\omega_{ci}}\left[\nabla N_s,\vec{E}\right]\cdot\vec{e}_z=0,$$

$$\tilde{a}=\frac{a_\perp-\lambda}{\alpha},\ \tilde{\sigma}=\frac{a_i-\lambda}{\alpha},\ \tilde{c}=\omega_o^2\left(\frac{1}{\omega_i^2}+\frac{1}{\omega_{oi}^2}+\frac{1}{\omega_c^2}\right),\ \omega_{oi}^2=\frac{e^2n_o}{\varepsilon_o m_i}, \tag{17}$$

$$\beta=a_ib_e-a_eb_i,\ \alpha\beta_\|=a_i-a_{e\|},\ \alpha\tilde{b}=\tilde{\eta}_i+(b_i+b_e)\lambda+\beta-\tilde{\sigma}^2,\ \alpha=\frac{e}{m_i\omega_o^2}.$$

Частоту ω_o можно определить из условия

$$\tilde{a}\nabla_\perp\vec{E}-(\tilde{\sigma}\nabla)\nabla\vec{E}=0, \tag{18}$$

которое соответствует дисперсионному уравнению ФБ волн. Подставляя выражения (14) для коэффициентов в уравнение (18), получаем

$$\frac{\omega_{oi}^2}{\omega_o^2}\left(\frac{\omega}{\omega_i}-\frac{\omega_e\omega_o}{\omega_c^2}-\frac{k\upsilon_o}{\omega_i}\right)-\left(1+\frac{k\upsilon_o}{\omega_o}\right)=0. \tag{19}$$

Затем, для низкочастотных ФБ волн при выполнении условия можно записать

$$\frac{\omega_o-k\upsilon_o}{\omega_i}=\frac{\omega_e\omega_o}{\omega_c^2}.$$

При условии $\omega\ll\nu_i$ можно получить общеизвестное дисперсионное уравнение ФБ волн:

$$\omega_o=\frac{k\upsilon_o}{1+\psi},\ \psi=\frac{\nu_e\nu_i}{\omega_c^2},\ \gamma L=\frac{\omega_o^2\nu_e}{\omega_c^2}, \tag{20}$$

где γL – линейный инкремент нарастания волн. Для высокочастотных волн из уравнения (19) получаем ($\omega_o>\nu_i$, $\omega_i\approx\omega_o$)

$$\frac{\omega_c^2}{\omega_o^2}-\left(1+\frac{\omega_c^2}{\omega_{oi}^2}\right)-\frac{k\upsilon_o}{\omega_o}\left(\frac{\omega_c^2}{\omega_o^2}+\frac{\omega_c^2}{\omega_{oi}^2}\right)=0. \tag{21}$$

Пренебрегая вторым членом уравнения (21), например, для $k\upsilon_o \approx 0$ из уравнения (21), получаем

$$\omega_o^2 = \omega_c^2\left(1+\frac{\omega_c^2}{\omega_{oi}^2}\right)^{-1} = \omega_{oi}^2\left(1+\frac{\omega_{oi}^2}{\omega_c^2}\right)^{-1}. \qquad (22)$$

Таким образом, ω_o соответствует стандартной нижнегибридной частоте ω_{LH}, которая зависит от фоновой плотности заряженных частиц n_o. В более простом случае с $\upsilon_o \neq 0$ и $\omega \le \nu_e$ можно получить дисперсионное соотношение $\omega_o \approx \omega_c + \Delta = \omega_c\left(1+\vec{k}\vec{\upsilon}_o/\omega_c\right) \le \omega_c$.

Заметим, что высокочастотная ФБ неустойчивость исследовалась численным методом в работах [4; 10], и было показано, что линейный рост волн при условии $\omega < \omega_{oi}$, $\omega_c > \omega > \nu_i$ обусловлен столкновениями электронов с нейтралами, но затухание вызвано столкновениями ионов. Уравнение (17) описывает эволюцию высокочастотных ФБ волн при произвольных физических условиях в ионосфере.

Подставляя соотношение (18) в (17), можно получить

$$-\frac{i\tilde{c}}{i\omega_o}\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp\vec{E} + \tilde{b}\Delta\nabla_\perp\vec{E} + \beta_{\|}\nabla_{\|}\vec{E}_{\|} = \frac{\omega_o}{i\omega_{ci}}\left[\nabla N_s, \vec{E}\right]\cdot\vec{e}_z. \qquad (23)$$

Уравнение (23) описывает эволюцию высокочастотных волн в столкновительной и бесстолкновительной плазме. В случае $\omega_o = \omega_{LH}$ это уравнение соответствует хорошо известному дисперсионному уравнению нижнегибридной неустойчивости. Так как это уравнение получено в магнитогидродинамическом приближении для частот $\omega \ge \nu_i$, нужно добавить кинетические эффекты. Однако учет кинетических эффектов эквивалентен учету динамической вязкости ионов. Второй член слева в уравнении (23) учитывает дисперсионные эффекты. Эти эффекты обусловлены коэффициентом η_i с различными знаками в зависимости от принятой модели столкновений. Также дисперсионные эффекты могут проявляться при нарушении условия квазинейтральности плазмы и конечности радиуса Дебая $r_D = \upsilon_{te}/\omega_{pe}$ в случае сильно замагниченной плазмы $\omega_c^2 >> \omega_{oi}^2$ и радиуса Дебая для электронов $r_{ce} = \upsilon_{te}/\omega_{ce}$ в плотной плазме $\omega_{pe} >> \omega_{ce}$.

Третий член слева уравнения (23) описывает движение заряженных частиц вдоль магнитного поля. Обычно предполагается, что для ФБ волн выполняется соотношение $k_{\|}^2/k_\perp^2 << 1$, поэтому электромагнитные эффекты не учитываются. Но при условии $k_{\|}^2/k_\perp^2 \ge \nu_c^2/\omega_{ce}^2$ волны распространяются под небольшим углом к плоскости ортогонально направлению магнитного поля. Эти малые углы играют важную роль в нелинейной динамике, так как эта область углов является областью эффективного поглощения энергии. Вследствие нелинейного взаимодействия волн с малыми ракурсными углами $\psi = arctgk_{\|}^2/k_\perp^2 \approx 0$ ракурсные углы линейно растущих волн могут изменяться и принимают конечные значения. Как уже отмечалось, волны с частотами $\omega = \omega_{LH}$ (ω_{LH} – нижнегибридная частота при $\beta_{\|} = m_i/m_e$) аналогичны ФБ волнам. При выполнении условия $\omega < \nu_e$, $\beta_{\|} \approx \omega_{ce}^2/\nu_e^2$ значения ракурсных углов может изменяться на порядок. Коэффициент $\tilde{b}$ определяет дисперсионный эффект, который обусловлен динамической вязкостью ионов. Может возрастать и компенсировать дисперсию за счет отклонения от условия квазинейтральности плазмы.

2.2 Низкочастотные ФБ волны

Далее рассмотрим эволюцию низкочастотных волн при условии квазинейтральности в плазме. Причем предполагаем, что в плазме существуют высокочастотные волны, которые определяют движение заряженных частиц. Будем считать ,что их движение происходит за счет давления и пондеромоторной силы (ПМС, сила Миллера).

Далее, эволюцию низкочастотных ФБ волн рассмотрим в рамках МГД системы уравнений (1-4) при условии квазинейтральности в плазме. Предполагаем, что частота волн мала. В этом случае движение заряженных частиц определяется столкновениями заряженных частиц. Предполагаем, что электроны являются замагниченными $\nu_e << \omega_{ce}$, а ионы не замагниченными $\nu_i > \omega_{ci}$. Далее предполагаем, что в определенной области плазмы возбуждены высокочастотные ФБ колебания плотности и электростатического поля, которое является источником нелинейной ПМС или силы Миллера $\vec{F}_\alpha = m_\alpha\left((\vec{\upsilon}_\alpha\nabla)\vec{\upsilon}^*_\alpha\right)$. Пренебрегая ионной вязкостью в уравнениях (4, 5) и опуская нелинейные члены, получаем систему уравнений для низкочастотных ФБ волн.

$$\frac{\partial\vec{\upsilon}_i}{\partial t} = -\nabla\frac{e\Phi_s}{m_i} + \upsilon_{ti}^2\nabla\ln N_i - \nu_i\vec{\upsilon}_i - \frac{\vec{F}_i}{m_i} - \frac{\vec{F}_e}{m_i}, \tag{24}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla\vec{\upsilon}_i = 0,\ N_i = \frac{n_i}{n_o}. \tag{25}$$

Комбинируя уравнения (24, 25), получаем уравнение для возмущений ионной плотности:

$$\frac{\partial^2 N_i}{\partial t^2} - \Delta\frac{e\Phi_s}{m_i} - \upsilon_{ti}^2\Delta\ln N_i + \nu_i\frac{\partial N_i}{\partial t} - \frac{\nabla\vec{F}_e}{m_i} = 0. \tag{26}$$

В уравнении (26) опущены нелинейные члены и учитывается только движение ионов под действием силы PMC. Также аналогично можно рассчитать движение электронов под действием ПМС в дрейфовом приближении:

$$\begin{gathered}\vec{\upsilon}_\perp^* = -\frac{1}{B}\left[\nabla_\perp\Phi_s,\vec{E},\vec{e}_z\right] + \frac{\nu_e}{B\omega_{ce}}\nabla_\perp\Phi_s - \frac{\upsilon_{te}^2}{\omega_{ce}}\left[\nabla\ln N_e,\vec{e}_z\right] - \frac{\nu_e\upsilon_{te}^2}{\omega_{ce}^2}\nabla_\perp\ln N_e + \\ + \frac{1}{m_e\omega_{ce}}\left[\vec{F}_e,\vec{e}_z\right] - \frac{\nu_e}{m_e\omega_{ce}^2}\vec{F}_{e\perp}.\end{gathered} \tag{27}$$

$$\vec{\upsilon}_{\|}^* = \frac{\mathrm{e}}{m_e\nu_e}\nabla_{\|}\Phi_s - \frac{\upsilon_{te}^2}{\nu_e}\nabla_{\|}\ln N_e - \frac{\vec{F}_{e\|}}{m_e\nu_e}. \tag{28}$$

Здесь $\vec{F}_e = m_e\left((\vec{\upsilon}\nabla)\vec{\upsilon}^*\right)$ – среднее значение силы, действующей на электроны. Далее, подставляя соотношения (27, 28) в уравнение движения, получим уравнение для электронной плотности:

$$\begin{gathered}\frac{\partial N_e}{\partial t} + \vec{\upsilon}_{oe}\nabla N_e + \frac{\nu_e}{B\omega_{ce}}\Delta_\perp\Phi_s - \frac{\nu_e\upsilon_{te}^2}{\omega_{ce}^2}\Delta_\perp\ln N_e + \frac{e}{m_e\nu_e}\Delta_{\|}\Phi_s - \frac{\upsilon_{te}^2}{\nu_e}\Delta_{\|}\ln N_e - \\ - \frac{\nu_e}{m_e\omega_{ce}^2}\nabla_\perp\vec{F}_{e\perp} + \frac{1}{m_e\omega_{ce}}\left[\nabla_\perp\vec{F}_e\right]\cdot\vec{e}_z - \frac{1}{m_e\nu_e}\nabla_{\|}\vec{F}_{e\|} = 0.\end{gathered} \tag{29}$$

Используя связь электронных и ионных скоростей под действием ВЧ полей, определяемых соотношением (7–9), сформулируем ПМС для электронов и ионов:

$$\vec{F}_i = \frac{m_i}{2B^2}\left(\frac{\omega_{\dot{c}}}{\omega_o}\right)^2\nabla\left|E^2\right|.$$

Определим подвижность электронов

$$\mu_{e\perp} = \frac{1}{B},\ \mu_e = \frac{i\omega_e}{B\omega_{ce}},\ \mu_{\|} = \frac{i\omega_{ce}}{B\omega_e}.$$

И, соответственно, ПМС для электронов

$$F_x^e = \frac{m_e}{2}\left(\mu_\perp^2 \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\mu_\perp \mu_\parallel}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left|\frac{\partial \phi^2}{\partial z}\right|\right) + к.с.,$$

$$F_y^e = \frac{m_e}{2}\left(-\mu_\perp^2 \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\mu_\perp \mu_\parallel}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left|\frac{\partial \phi^2}{\partial z}\right|\right) + k.c.,$$

$$F_z^e = \frac{m_e}{2}\left(\mu_\perp \mu_\parallel \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\mu_\parallel^2}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left|\frac{\partial \phi^2}{\partial z}\right|\right) + k.c.$$

Здесь потенциал φ есть ВЧ потенциал, и $f_c = \left[\nabla\varphi^*, \nabla\varphi\right]\cdot\vec{e}_z$ определяется векторной нелинейностью и описывается скобками Пуассона:

$$f_c = \frac{\partial \phi^*}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \phi^*}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial x}.$$

Определим ВЧ потенциал соотношением

$$\varphi(\vec{r},t) = A(\vec{r},t)\cdot e^{i\psi(\vec{r},t)},$$

где A and ψ – амплитуда и фаза, затем запишем:

$$f_c = \left[\nabla\psi, \nabla A^2\right].$$

Причем знак ПМС определяется сдвигом фаз двух компонент высокочастотного поля $-\partial\varphi/\partial x = E_x$, $-\partial\varphi/\partial y = E_y$.

Можно легко показать, что $\nabla_\perp \vec{F}_e = 0$ и $\left[\nabla_\perp, \vec{F}_e\right] = 0$, если ВЧ поле не влияет на столкновения заряженных частиц. Разделяя на реальную и мнимую часть силы $\vec{F}_e$ и оценивая их вклад в уравнение (29), можно записать в виде

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \vec{\upsilon}_{oe}\nabla\ln N_e + \frac{\nu_e}{B\omega_{ce}}\Delta_\perp\Phi_s - \frac{\nu_e\upsilon_{te}^2}{\omega_{ce}^2}\Delta_\perp N_e + \frac{e}{m_e\nu_e}\Delta_\parallel(\Phi_s - T_e) - T_e - \frac{\upsilon_{te}^2}{\nu_e}\Delta_\parallel\ln N_e -$$
$$-\frac{\nu_e}{m_e\omega_{ce}^2}\nabla_\perp\vec{F}_{e\perp} + \frac{1}{m_e\omega_{ce}}\left[\nabla_\perp\vec{F}_e\right]\cdot\vec{e}_z - \frac{1}{m_e\nu_e}\nabla_\parallel\vec{F}_{e\parallel} = 0. \quad (30)$$

Таким образом, уравнения (23, 26, 30) представляют замкнутую систему уравнений для величин N_i, N_e and Φ_s. Используя условие квазинейтральности $N_e = N_i$, из уравнений (26, 30) и связи $N = N_e = N_i$, можно определить потенциал Φ_s.

Пренебрегая всеми нелинейными эффектами в выражении ПМС, получим

$$\upsilon_d\nabla N + e\frac{1+\psi}{m_i\nu_i}\Delta_\perp\Phi_s + \frac{\upsilon_{ti}^2}{\nu_i}(1-\psi\tau)\Delta_\perp\ln N +$$
$$+\frac{1}{m_e\nu_e}\Delta_\parallel\left(e\Phi_s(1+\psi_1) - T_i(\tau-\psi_1)\ln N - f_e(1+R_1 f_i)\right) = 0 \quad (31)$$

$$\vec{\upsilon}_d = \vec{\upsilon}_{oe} - \vec{\upsilon}_{oi},\ \psi = \nu_i\nu_e/\omega_c^2,\ \psi_1 = m_e\nu_e/(m_i\nu_i),\ \tau = T_e/T_i.$$

Соотношение (31) определяет природу возмущений в плазме и динамику процесса, характер структур плотности заряженных частиц и электростатического потенциала. Уравнение (31) эквивалентно уравнению

$$div\vec{j}_\perp = -\nabla_\parallel j_\parallel \quad (32)$$

и определяет динамику движения частиц в трехмерной модели. Нахождение общего решения уравнения (31) представляет большие трудности, но в случае $\upsilon_d \neq 0$ и если продольное движение не существенно в силу условия $k_\parallel^2 / k_\perp^2 << \nu_c^2 / \omega_{ce}^2$, то $\Delta_\parallel << \Delta_\perp$ и первые три члена соотношения (31) дают наибольший вклад. В этом случае можно найти приближенное решение:

$$e\Delta_\perp \Phi_s = -\frac{m_i \nu_i}{1+\psi} \upsilon_d \nabla N - T_i(1-\psi\tau)\Delta_\perp \ln N. \tag{33}$$

Это уравнение представляет собой основное условие в теории ФБ неустойчивости, и оно соответствует дисперсионному уравнению (1). Дополнительный вклад $\Delta_\parallel$ имеет порядок величины $k_\parallel^2 / k_\perp^2$. В противоположном случае продольное движение заряженных частиц определяет физический процесс и уравнение (31) может быть решено в общем виде. Если предположить, что потенциал Φ_s определяет поляризационное электрическое поле, которое направлено вдоль силовых линий магнитного поля и частицы движутся вдоль магнитного поля $\vec{B}_o$, то можно записать уравнение

$$\Delta_\parallel (e\Phi_s(1+\psi_1) - T_i(\tau - \psi_1)\ln N_e - f_e) = 0$$

или приблизительно

$$e\Phi_s = T_e \ln N_e + \tilde{f}_e. \tag{34}$$

Уравнение (34) соответствует распределению Больцмана для электростатического потенциала при $\tilde{f}_e = 0$.

Далее, подставляя соотношение (34) в уравнения движения заряженных частиц, можно получить уравнения

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \vec{\upsilon}_o \nabla N_e + \frac{\nu_e}{m_i \omega_e} \Delta_\perp \tilde{f} = 0, \tag{35}$$

$$\frac{\partial^2 N_i}{\partial t^2} - \frac{T_e}{m_i} \Delta \ln N_e - \frac{T_i}{m_i} \Delta \ln N_i + \nu_i \frac{\partial N_i}{\partial t} - \frac{\Delta \tilde{f}_e}{m_i} = 0. \tag{36}$$

Для квазинейтральной плазмы при выполнении условия $N = N_e = N_i$ вместо двух уравнений (35, 36) можно записать одно уравнение

$$\frac{\partial^2 N}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \ln N - \nu_i \vec{\upsilon}_o \nabla_\perp N - (1+\psi)\frac{\Delta \tilde{f}_e}{m_i} = 0. \tag{37}$$

Если волны распространяются ортогонально дрейфовой скорости электронов и вне конуса линейной генерации волн, третий член уравнения (37) достаточно мал и в этом случае можно записать уравнение

$$\frac{\partial^2 N}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \ln N = (1+\psi)\frac{\Delta \tilde{f}_e}{m_i}. \tag{38}$$

Уравнения (15) и (38) представляют самосогласованную систему уравнений для низкочастотных и высокочастотных ФБ волн.

Если предположить существование стационарных структур, движущихся со скоростью V, т. е. $\partial/\partial t = -V \partial/\partial z$, то можно записать

$$N \approx \frac{1}{M^2 - 1} \frac{\tilde{f}_e}{m_i c_s^2}(1+\psi). \tag{39}$$

Принимая значения физических параметров ионосферной плазмы $\nu_e/\omega_{ce} \approx 1.2\cdot 10^{-2}$, $\sqrt{m_e/m_i} \approx 5\cdot 10^{-3}$, $M = V/C_s \approx 1.2$, для значений физических параметров $k_\parallel^2/k_\perp^2 \approx 3\cdot 10^{-3}$ и для локальных значений $\tilde{f}_e \approx 10$ можно определить $\left|k_\parallel/k_\perp\right| \approx 0.17$.

Таким образом, можно заключить, что ракурсный угол (что определяет $k_\parallel^2/k_\perp^2$) зависит от отношения масс электронов и ионов и отношения частоты волн к частоте столкновений, а также структуры электростатического потенциала. Следует отметить, что ракурсный угол радиоотражений определяется значением $\tilde{f}_e$, т. е. значением и формой электростатического потенциала.

Основные выводы

- На основе магнитогидродинамической теории движения заряженных частиц совместно с уравнениями для электростатического поля получены эволюционные уравнения для волновых структур возмущений плотности заряженных частиц (29), (30).
- При использовании метода медленно изменяющихся амплитуд определено дисперсионное уравнение (19), (22), которое определяет две ветви нарастающих возмущений плотности заряженных частиц.
- Показано, что, кроме общеизвестной ветви низкочастотных колебаний (1), существует высокочастотная ветвь колебаний на частотах порядка нижнегибридных частот, которые играют важную роль в нелинейной динамике ФБ неустойчивости.
- Для частного случая стационарных волновых структур, движущихся с постоянной скоростью, получено нелинейное эволюционное уравнение (39) при учете нелинейного взаимодействия высокочастотных и низкочастотных волн.
- Проведенные оценки нелинейного взаимодействия волн показали, что стационарный уровень возмущения фоновой плотности заряженных частиц ФБ неустойчивости зависит от среднего уровня энергии высокочастотных волн, высотного фактора и относительной скорости движения стационарной структуры числа Маха $M = V/C_s$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ***Volosevich, A. V.*** Coherent nonlinear interaction of waves in collisional ionospheric plasma / A. V. Volosevich, C.-V. Meister // International Journal of Geomagnetism and Aeronomy, 2002. Vol. 3, N 2. – P. 151–156.
2. ***Volosevich, A. V.*** Nonlinear wave structures in collisional plasma of auroral ionasphere / A. V. Volosevich, Y. I.Galperin //Ann. Geophys., 1997, Vol.15. – P. 899–905.
3. ***Волосевич, А. В.*** Обобщенная теория Фарлей-Бунемановской неустойчивости в столкновительной плазме / А. В. Волосевич, Ю. Ф. Зарницкий // Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. Сер. В, Прыродазнаўчыя навуки: матэматыка, физика, биялогия. – 2013. – № 1. – С. 24–35.
4. ***Lee, K.*** High-frequency Hall current instability / K. Lee, C. F Kennel, J. M. Kindel // Radio Science. – 1971. – Vol. 6. N. 2. – P. 209–213.
5. ***Volosevich A. V.*** Nonlinear wave structures in collisional plasma of auroral E-region ionosphere / A. V. Volosevich, Y. I. Galperin //Ann. Geophys. – 1997. – V. 15. – P. 899–907.
6. ***Volosevich, A. V.*** Nonlinear mechanism of the stabilization of the Buneman-Farley instability / A. V. Volosevich, V. A. Liperovsky, M. A. Lifshits // Research of the. High-Latitudinal Ionosphere and Magnetosphere (in Russian), Nauka 1985.
7. ***Volosevich, A. V.*** Coherent nonlinear interaction of waves in the collisional ionospheric plasma,/ A. V. Volosevich, C.-V. Meister // Int. J. Geomagnetism and Aeronomy,v. 2002 3 (6), No 2, P. 1-8.
8. ***Volosevich, A. V.*** Coherent nonlinear interaction of waves in the collisional plasma / A. V. Volosevich / Proceedings of SPIE 2007 Volume 6725, ICONO ul. DOI: 10.1117/12.751415.

9. ***Volosevich, A. V.*** Theoretical model and Experimental Diagnostics of Nonlinear Electrostatic Structures in Space plasma / A. V. Volosevich // Advances in Space Research, 200637. – P. 569–575.
10. ***Musher, S. L.*** On plasma wave collapse near lower-hybrid resonance / S. L. Musher, B. I. Sturman // J. of Exp. and Theoreical Phys. (in Russian). – 1975. – Vol. 22 (11). – P. 537–542.
11. ***Shapiro, V. D.*** Wave collapse at the lower-hybrid resonance / V. D. Shapiro, V. I. Shevchenko, G. I. Solov'ev, V. P. Kalinin, R. Bingham, R. Z. Sagdeev, M. Ashour-Abdalla, J. Dawson, Su // J. J Phys. Fluids B, 19935 (9), P. 3148–3162.

Поступила в редакцию 15.04.2019 г.
Контакты: avolos@rambler.ru (Волосевич Александра Владимировна)

Volosevich A. NONLINEAR INTERACTION OF FARLEY-BUNEMAN WAVES IN IONOSPHERIC PLASMA.

The nonlinear interaction of waves excited by the two-stream or modified Farley-Buneman instability is considered. It has been found out that during the linear stage of wave growth the enhanced pressure of the high-frequency part of the waves locally generates a ponderomotive force. This force affects plasma particles and redistributes them. Thus an additional electrostatic polarization field occurs which influences the low-frequency part of the waves. Then, low-frequency waves also cause the redistribution of high-frequency waves. In the paper a self-consistent system of equations is obtained to describe the nonlinear interaction of the waves. It is shown that the considered mechanism of wave interaction causes a nonlinear stabilization of the high-frequency waves' growth and the formation of local density structures of the charged particles. The density modifications of the charged particles during the non-linear stage of wave growth and the possible interval of aspect angles of the high-frequency waves are estimated.

Keywords: three waves nonlinear interactions, nonlinear electrostatic structures, the low-frequency and, high-frequency waves, auroral irregularities, ionospheric plasma, stationary shock waves, Farley-Buneman instability, ponderomotive, force.