

УДК 539.144

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ΛN -ПОТЕНЦИАЛА ПО ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ГИПЕРТРИТИЯ В ДВУХЧАСТИЧНОЙ МОДЕЛИ

С. М. ЧЕРНОВ

кандидат физико-математических наук, доцент

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

Проведены численные оценки параметров ΛN -потенциала по энергии связи гипертретия в модели дейтрон+ Λ . Исследовано влияние формы и параметров нуклонной плотности дейтрона, а также радиуса действия ΛN -сил на результаты численного анализа.

Ключевые слова: Λ -гиперон, гипертретий, волновые функции дейтрона, параметры ΛN -потенциала.

Введение

Гипертритий ${}^3_{\Lambda}H$ представляет собой легчайшее гиперядро, существующее в природе, построенное из трех барионов: протона, нейтрона и Λ -гиперона с энергией отрыва последнего $B_{\Lambda} = 0,13 \pm 0,05 \text{ МэВ}$ [1]. Гипертритий играет такую же важную роль в гиперядерной физике, как и дейтрон в ядерной физике. При этом малое число частиц позволяет использовать микроскопический подход в системе взаимодействующих частиц. Поэтому практически сразу после открытия М. Даньшем и Е. Пниевским в 1952 г. гиперядер появилось серия работ, посвященные расчетам энергии связи именно гипертретия [2; 3]. В настоящее время анализ гиперядра ${}^3_{\Lambda}H$ продолжает интересовать исследователей [4]. Как правило, расчеты энергии связи гипертретия проводились в системе трех тел вариационным методом Ритца [2–4]. В настоящей работе, однако, мы будем проводить анализ гипертретия в модели двух тел, построенного из нуклонного остова (дейтрона) и Λ -гиперона. Предполагается, что присутствие Λ -частицы не приводит к деформации остова, так что плотность распределения нуклонов в гиперядре имеет такой же характер, как и в свободном дейтроне $\rho(r)$. Построение функции $\rho(r)$ проводилось в результате решения уравнения Шредингера для двух моделей ядерного потенциала в виде сферически симметричной потенциальной ямы и экспоненциального профиля, допускающих точное аналитическое решение. Численные расчеты энергии связи гипертретия позволяют оценить значение объемного интеграла $\Omega_{\Lambda N}$, который сравнивается с результатами 3-частичной модели.

Основная часть

1. Оценка параметров нуклонной плотности в дейтроне.

Дейтрон представляет собой связанную систему протона и нейтрона с параллельной ориентацией спинов нуклонов с энергией связи $B_d = 2,226 \text{ МэВ}$. К сожалению, у дейтрона отсутствуют другие возбужденные состояния. Таким образом, мы имеем единственный экспериментальный параметр – B_d . Поэтому простейшие ядерные потенциалы, которые определяются как минимум двумя параметрами – интенсивностью U_0 и радиусом действия r_0 , – не могут быть однозначно построены из задачи дейтрона. На качественном уровне можно лишь оценить диапазон изменения r_0 в пределах

1-2 Фм ($1 \text{ Фм} = 10^{-15} \text{ м}$) из мезонной теории (комптоновская длина волны π -мезона $\hbar/m_{\pi}c$ составляет 1,4 Фм). Следует ожидать, однако, что дальнейшие наши оценки будут слабо зависеть как от параметров U_0 и r_0 , так и от выбора формы ядерного потенциала $U(r)$. В качестве первой модели $U(r)$ выберем функцию в виде сферической прямоугольной ямы глубиной $-U_0$ и шириной r_0 [5]:

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & r \leq r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}. \quad (1)$$

Ниже будет рассмотрена задача дейтрона с экспоненциальным профилем np – потенциала.

Динамика движения нуклонов в СЦМ описывается радиальным уравнением Шредингера с волновой функцией $f(r) = r \cdot R(r)$ и граничным условием

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} \left[E - U(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_0 r^2} \right] f(r) = 0. \\ f(0) = 0. \quad (2)$$

В нашем случае в уравнении (2) следует положить $E = -B_d$, $l = 0$ и заменить m_0 на приведенную массу протона и нейтрона $\mu = m_p m_n / (m_p + m_n) = 469,459 \text{ МэВ}$. Тогда это уравнение примет окончательный вид:

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} [B_d + U(r)] f(r) = 0. \quad (3)$$

Далее необходимо найти решения внутри и вне ямы и сшить решения на границе при $r = r_0$.

1. Область $r \leq r_0$.

В этом случае уравнение (3) для потенциала (1) примет вид:

$$f_1'' + \frac{2\mu}{\hbar^2} (U_0 - B_d) f_1 = 0 \quad (4)$$

или, вводя обозначение

$$\beta^2 \equiv \frac{2\mu}{\hbar^2} (U_0 - B_d), \quad (5)$$

$$f_1'' + \beta^2 f_1 = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет решение, удовлетворяющее граничному условию (2), вида

$$f_1(r) = A \sin \beta r \quad (7)$$

2. Область $r > r_0$.

Уравнение (3) переходит в уравнение

$$f_2'' - \gamma^2 f_2 = 0, \quad (8)$$

где введено обозначение

$$\gamma^2 \equiv \frac{2\mu}{\hbar^2} B_d. \quad (9)$$

Решение уравнения (8), исчезающее на бесконечности, можно представить в виде:

$$f_2(r) = B \exp(-\gamma r). \quad (10)$$

Решения (7) и (10) на границе областей должны удовлетворять стандартным условиям непрерывности и гладкости, т. е.

$$f_1(r_0) = f_2(r_0) \quad (11)$$

$$f_1'(r_0) = f_2'(r_0). \quad (12)$$

Из первого условия можно найти связь амплитудных коэффициентов A и B :

$$B = A \sin \beta r_0 \exp \gamma r_0. \quad (13)$$

А разделив уравнение (12) на (11), получим дисперсионное соотношение, связывающее все параметры задачи: $\beta \operatorname{ctg} \beta r_0 = -\gamma$, после умножения которого на r_0 приводится к виду:

$$y + x \cdot \operatorname{ctg} x = 0, \quad (14)$$

где введены обозначения:

$$y = \gamma r_0; \quad x = \beta r_0. \quad (15)$$

Учитывая условия (5) и (9), видно, что параметры x и y удовлетворяют уравнению окружности

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (16)$$

с радиусом, не зависящим от энергии связи дейтрона B_d :

$$R^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} U_0 r_0^2. \quad (17)$$

Проведем, наконец, нормировку полученных решений:

$$\int_0^{\infty} f^2(r) dr = \int_0^{r_0} f_1^2(r) dr + \int_{r_0}^{\infty} f_2^2(r) dr = \frac{A^2}{2} \left[r_0 - \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta r_0 + \frac{1}{\gamma} \sin^2 \beta r_0 \right] = 1,$$

тогда

$$A = \sqrt{\frac{2}{\left(r_0 - \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta r_0 + \frac{1}{\gamma} \sin^2 \beta r_0 \right)}}. \quad (18)$$

Для дальнейших численных оценок, учитывая условия (5), (9) и (15), дисперсионное уравнение (14) запишем в развернутом виде:

$$\sqrt{B_d} + \sqrt{U_0 - B_d} \operatorname{ctg} r_0 \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (U_0 - B_d)} = 0. \quad (19)$$

Во многих руководствах по ядерной физике [5] утверждается, что оценки энергии связи дейтрона чувствительны к характерной комбинации параметров потенциала вида $U_0 r_0^2$, который называют “эффективностью потенциала”. Однако это утверждение, как видно из (19), справедливо лишь в приближении нулевой энергии связи дейтрона $B_d = 0$.

Для анализа влияния параметров потенциала на свойства ядерной и гиперядерной систем численно оценим введенные характеристики задачи $(U_0, \beta, \gamma, A, B)$, которые размещены в таблице 1, для некоторых значений r_0 .

Следует обратить особое внимание на результаты, представленные в последнем столбце таблицы ($r_0 = 2,77 \text{ Фм}$). Здесь рассмотрен вариант параметров потенциала, который определяет среднеквадратичный радиус дейтрона $\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ Фм}$, совпадающий с результатом, получаемый в рамках другой модели с экспоненциальным профилем ядерного потенциала (см. ниже).

Плотность распределения нуклонов в дейтроне аналитически можно описать функцией

$$\rho(r) = \begin{cases} A^2 \sin^2 \beta r, & r \leq r_0 \\ B^2 \exp(-2\gamma r), & r > r_0 \end{cases}. \quad (20)$$

Так как функция $\rho(r)$ нормирована на 1 нуклон, то можно ввести среднеквадратичный радиус дейтрона согласно условия

$$\langle r_d \rangle = \sqrt{\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr}. \quad (21)$$

Численные результаты этого анализа также указаны в таблице 1. Следует считать полученные результаты достаточно разумными, соответствующими оценкам размеров дейтрона многими авторами и в других моделях [5].

Таблица 1 – Результаты численных расчетов параметров (U_0, β, γ, A, B) для дейтрона в модели прямоугольного потенциала

r_0 (Фм)	формула	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,77
U_0 (МэВ)	(19)	122,90	88,43	67,30	53,35	43,63	36,57	21,69
A (Фм ^{-1/2})	(18)	0,613	0,602	0,592	0,581	0,572	0,563	0,531
B (Фм ^{-1/2})	(13)	0,766	0,785	0,805	0,824	0,846	0,867	0,956
β (Фм ⁻¹)	(5)	1,706	1,442	1,253	1,110	0,999	0,910	0,685
$\langle r_d \rangle$ (Фм)	(21)	3,43	3,51	3,60	3,68	3,77	3,85	4,19
γ (Фм ⁻¹)	(9)	0,2317						

Рассмотрим задачу дейтрона в предположении, что между нуклонами потенциал взаимодействия имеет вид:

$$U(r) = -U_0 \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right). \quad (22)$$

Тогда, в соответствии с уравнением Шредингера (3), динамика движения нуклонов (или движение частицы с приведенной массой μ) с потенциалом (22) описывается уравнением

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[B_d - U_0 e^{-\frac{r}{r_0}} \right] f(r) = 0. \quad (23)$$

Это уравнение можно привести к стандартному уравнению Бесселя [6], если произвести замену переменной r на t :

$$t = \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right); \quad (24)$$

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + \frac{1}{t} \frac{df(t)}{dt} + \left(\alpha^2 - \frac{\beta^2}{t^2} \right) f(t) = 0, \quad (25)$$

где введены обозначения

$$\alpha^2 = \frac{8\mu}{\hbar^2} U_0 r_0^2; \quad \beta^2 = \frac{8\mu}{\hbar^2} B_d r_0^2. \quad (26)$$

Подставляя численные значения параметров

$$\mu = 469,459 \text{ МэВ}, \quad c\hbar = 197,3286 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}, \quad B_d = 2,226 \text{ МэВ} \cdot$$

условия (26) можно также записать в виде:

$$\alpha^2 = 0,09645 \cdot U_0 r_0^2; \quad \beta^2 = 0,2147 \cdot r_0^2. \quad (27)$$

Общее решение уравнения (25) можно записать в виде [6]:

$$f(t) = CJ_\rho(\alpha t) + DJ_{-\rho}(\alpha t), \quad (28)$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя первого рода порядка m . Согласно обозначению (24) точке $t = 0$ соответствует точка $r = \infty$, где функция $f(t)$ должна обращаться в нуль. Следовательно, необходимо положить $D = 0$ и волновая функция примет окончательный вид:

$$f(r) = C \cdot J_\beta(\alpha t) = C \cdot J_\beta(\alpha e^{-r/2r_0}). \quad (29)$$

С другой стороны, точке $t = 1$ соответствует точка $r = 0$, где $f(0) = 0$, и мы приходим к соответствующему дисперсионному уравнению вида:

$$J_\beta(\alpha) = 0. \quad (30)$$

Дальнейшую схему численных расчетов можно представить в виде следующих этапов. Выберем значения r_0 из интервала $(1 \div 2) \Phi_M$ с шагом $0,2 \Phi_M$, как и в случае прямоугольной ямы. Для каждого значения r_0 из соотношения (27) вычисляется параметр β и из дисперсионного уравнения (30) находим α , который позволяет из (27) оценить амплитудное значение потенциала U_0 . Далее, находим нормировочную постоянную волновой функции C из уравнения $C^2 I = 1$, где I определяется условием

$$I = \int_0^\infty J_\beta^2(\alpha \cdot e^{-r/2r_0}) dr.$$

Таким образом, можно определить плотность распределения нуклонов в дейтроне, нормированной на 1 нуклон, по формуле

$$\rho(r) = C^2 J_\beta^2(\alpha e^{-r/2r_0}), \quad (31)$$

а также среднеквадратичный радиус дейтрона (21):

$$\langle r_d \rangle = \sqrt{\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr} = C \sqrt{\int_0^\infty J_\beta^2(\alpha \cdot e^{-r/2r_0}) r^2 dr}. \quad (32)$$

Результаты этих вычислений в системе MathCad приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты численных расчетов параметров дейтрона в модели экспоненциального потенциала

r_0 (Фм)	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
U_0 (МэВ)	93,31	77,76	66,65	58,32	51,84	46,66
C (Фм ^{-1/2})	0,714	0,720	0,726	0,732	0,738	0,746
α	3,090	3,221	3,351	3,479	3,606	3,733
β	0,463	0,556	0,649	0,741	0,834	0,927
$\langle r_d \rangle$ (Фм)	4,19	4,30	4,39	4,44	4,47	4,48

Из проведенных расчетов видно, что вариация параметров потенциала незначительно отражается на пространственной зависимости плотности распределения нуклонов и размерах дейтрона. Следует отметить некоторое отличие результатов расчетов, полученных в рамках двух рассмотренных моделей – прямоугольной ямы и экспоненциального профиля потенциала взаимодействия протона и нейтрона. Однако можно найти такие варианты параметров обоих потенциалов, которые обеспечивают практически совпадающие результаты (например, определяют среднеквадратичный радиус дейтрона $\langle r_d \rangle = 4,19 \Phi_M$). Это достигается в случае ямы при $U_0 = -21,69 \text{ МэВ}$ и $r_0 = 2,77 \Phi_M$, а для экспоненциального потенциала – при $U_0 = -93,31 \text{ МэВ}$ и $r_0 = 1,0 \Phi_M$. Этот случай отражен на рисунке 1.

Важно отметить, что среднеквадратичный электромагнитный радиус дейтрона (кроме энергии связи) может служить второй недостающей экспериментальной точкой для определения параметров ядерного потенциала из задачи дейтрона.

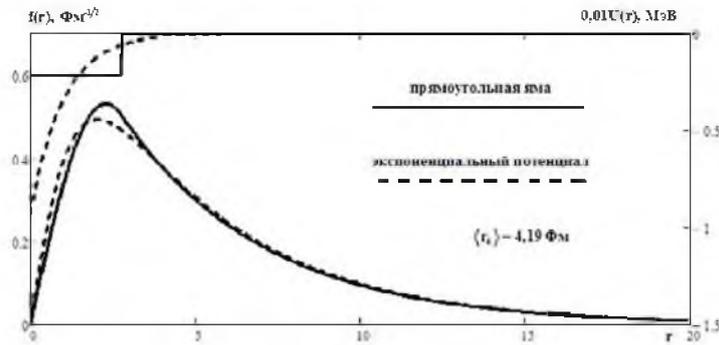


Рисунок 1 – Волновые функции нуклонов в СЦМ дейтрона для моделей ядерного потенциала в виде прямоугольной ямы и экспоненциального профиля, обеспечивающие одинаковое значение размера дейтрона $\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ Фм}$

2. Определение объемного интеграла ΛN -потенциала по энергии связи гипертригия.

Для расчетов энергии связи гипертригия (точнее – B_Λ) необходимо построить потенциал взаимодействия Λ -гиперона с дейтроном:

$$U_{\Lambda d}(r) = \int V_{\Lambda N}(|\vec{r} - \vec{r}_1|) \rho(\vec{r}_1) d^3r_1. \tag{33}$$

Так как радиус действия ΛN -сил вдвое меньше NN -взаимодействия (порядка комптоновской длины двух пионов $\hbar/2m_\pi c \approx 0,7 \text{ Фм}$) и, по крайней мере, много меньше размеров дейтрона ($4 \div 5 \text{ Фм}$), то в дальнейшем будем рассматривать приближение нулевого радиуса действия ΛN -сил ($R_{\Lambda N} = 0$), т. е.

$$V_{\Lambda N}(\vec{r}) = -\Omega_{\Lambda N} \delta(\vec{r}), \tag{34}$$

где $\delta(\vec{r})$ дельта-функция Дирака. В дальнейшем будет показано, что учет конечности радиуса действия ΛN -потенциала не оказывает существенного влияния на проводимые оценки. Тогда для потенциала Λd -взаимодействия окончательно получаем:

$$U_{\Lambda d}(r) = -2\Omega_{\Lambda N} \rho(r). \tag{35}$$

В последнем соотношении также учтен тот факт, что ранее полученные зависимости $\rho(r)$ нормированы на один нуклон, но дейтрон содержит 2 частицы.

Таким образом, наша задача сводится к определению единственного параметра – объемного интеграла $\Omega_{\Lambda N}$ ($\Omega_{\Lambda N} = -\int V_{\Lambda N}(r) d^3r$), который обеспечивает экспериментальное значение энергии связи гипертригия (или B_Λ). Для дальнейшего решения задачи необходимо обратиться к численному интегрированию уравнения Шредингера (3):

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} [B_\Lambda + U_{\Lambda d}(r)] f(r) = 0. \tag{36}$$

В этом уравнении $B_\Lambda = 0,13 \text{ МэВ}$, μ – приведенная масса Λ -гиперона и дейтрона ($m_d = 1875,613 \text{ МэВ}$; $m_\Lambda = 1115,683 \text{ МэВ}$; $\mu = 699,56 \text{ МэВ}$). Для потенциала $U_{\Lambda d}(r)$ (35) будем рассматривать два варианта функций $\rho(r)$ дейтрона в модели прямоугольной ямы и экспоненциального профиля np -потенциалов, которые мы будем условно называть “вариант А” и “вариант В” соответственно.

Вариант А (прямоугольная яма):

$$U_{\Lambda d}(r) = -2\Omega_{\Lambda N}\rho(r) = -2\Omega_{\Lambda N} \begin{cases} A^2 \sin^2 \beta r, & r \leq r_0 \\ B^2 \exp(-2\gamma r), & r > r_0 \end{cases}, \quad (37)$$

Вариант В (экспонента):

$$U_{\Lambda d}(r) = -2\Omega_{\Lambda N}\rho(r) = -2\Omega_{\Lambda N} C^2 J_\beta^2(\alpha e^{-r/2r_0}). \quad (38)$$

Все необходимые параметры, входящие в функции (37) и (38) (кроме $\Omega_{\Lambda N}$), указаны в таблицах (1) и (2).

Численное решение краевой задачи по поиску собственного значения $\Omega_{\Lambda N}$ будем проводить в среде MathCad с помощью встроенной функции sbval, которая сводит нашу задачу к задаче Коши методом “пристрелки”. Для применения этой методики запишем уравнение Шредингера (36) в виде:

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} = V(r, \Omega) f(r), \quad (39)$$

где введено обозначение

$$V(r, \Omega) = \frac{2\mu}{\hbar^2} [B_\Lambda + U_{\Lambda d}(r)]. \quad (40)$$

В силу линейности уравнения Шредингера (39) можно использовать следующие начальные условия: $f(0) = 0$; $f'(0) = 1$; $\Omega = \Omega_0$. Далее определим матричные элементы: $f_0 = f(r)$; $f_1 = f'(r)$; $f_2 = \Omega = const$. Численное решение поставленной задачи для потенциала (37) (вариант А) проводилось в среде MathCad в соответствии с программой, представленной в листинге 1. Решение задачи для потенциала с экспоненциальным профилем ядерного взаимодействия (вариант В) проводилось по этой же программе, где использовалась зависимость (38).

Листинг 1. Определение параметра $\Omega_{\Lambda N}$ из уравнения Шредингера для дейтрона в модели ядерного потенциала в виде прямоугольной ямы

$B_\Lambda := 0.13$	$\mu := 699.56$	$\hbar := 197.329$	-параметры уравнения Шредингера		
$r_0 := 1$	$A := 0.613$	$B := 0.766$	$\beta := 1.706$	$\gamma := 0.2317$	-параметры нуклонной плотности
$\rho(r) := \text{if}[r \leq r_0, (A \cdot \sin(\beta \cdot r))^2, B^2 \cdot \exp(-2\gamma \cdot r)]$ -нуклонная плотность					
$U(r, \Omega) := -2\Omega \cdot \rho(r)$ -потенциал взаимодействия гиперона и дейтрона					
$V(r, \Omega) := \frac{2\mu}{\hbar^2} \cdot (B_\Lambda + U(r, \Omega))$					
$b := 0$	$c := 100$	$\Omega_0 := 300$	-начальные условия		
$D(r, f) := \begin{pmatrix} f_1 \\ V(r, f_2) \cdot f_0 \\ 0 \end{pmatrix}$					
-условие $f_1 = f'(r)$					
-правая часть уравнения Шредингера					
-условие $\Omega = 0$					

```

load(b, Ω) :=  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \Omega_0 \end{pmatrix}$  -начальные условия
score(c, f) := f_0 -разность между вычисляемым и заданным f(c)-0

Λ := sbval(Ω, b, c, D, load, score) -найденное значение ΩΛV

Λ = (337.625)
    
```

Результаты численных расчетов $\Omega_{\Lambda V}$ для обоих вариантов приведены в таблице (3), где указаны также соответствующие параметры ядерного потенциала (U_0, r_0) и значения среднеквадратичных радиусов дейтрона $\langle r_d \rangle$.

Таблица 3 – Результаты численных вычислений объемных интегралов $\Omega_{\Lambda V}$ по энергии связи гипертретия, согласованные с расчетами параметров дейтрона для ядерных потенциалов в модели прямоугольной ямы (вариант А) и экспоненты (вариант В)

r_0 (Фм)		1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,77
Вариант А	U_0 (МэВ)	122,9	88,43	67,30	53,35	43,63	36,57	21,69
	$\Omega_{\Lambda V}$ (МэВ·Фм ³)	337,6	334,1	330,3	327,7	323,0	319,3	304,6
	$\langle r_d \rangle$ (Фм)	3,43	3,51	3,60	3,68	3,77	3,85	4,19
Вариант В	U_0 (МэВ)	93,31	77,76	66,65	58,32	51,84	46,66	33,69
	$\Omega_{\Lambda V}$ (МэВ·Фм ³)	294,5	285,8	277,7	269,2	261,7	253,9	219,3
	$\langle r_d \rangle$ (Фм)	4,19	4,30	4,39	4,44	4,47	4,48	4,41

Следует отметить хорошее согласие результатов расчетов $\Omega_{\Lambda V}$ по энергии связи гипертретия с аналогичными вычислениями B_{Λ} других гиперядер с массовыми числами $A=4 \div 207$, где получен достаточно широкий разброс для $\Omega_{\Lambda V} = (210 \div 320) \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^3 [7]$. Кроме того, важно указать на сильную зависимость значений $\Omega_{\Lambda V}$ от параметров ядерных потенциалов.

Интересно отметить, что два разных подхода с параметрами потенциала дейтрона $(U_0, r_0) = (21,7 \text{ МэВ}; 2,77 \text{ Фм})$ для варианта (А) и $(93,3 \text{ МэВ}; 1,0 \text{ Фм})$ для варианта (В) приводят к одинаковому значению размера дейтрона $\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ Фм}$, а также практически совпадающим значениям объемного интеграла $304,6 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^3$ и $294,5 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^3$ соответственно. Иными словами, проведенные расчеты не зависят от выбора профиля ядерного потенциала.

Полезно также сравнить наши результаты с работой Брауна и Пешкина [2], которые провели вариационные расчеты с Хьюльтоновскими пробными функциями энергии связи гипертретия с таким же дельта-образным потенциалом (34). По оценкам этих авторов, $\Omega_{\Lambda V} = 290 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^3$.

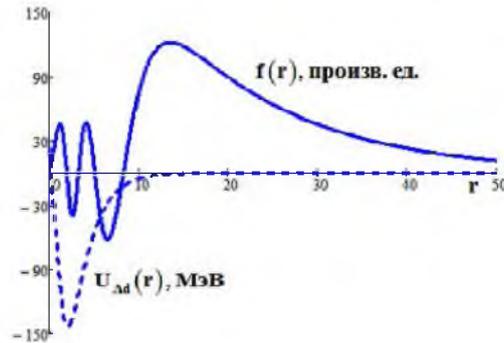


Рисунок 2 – Потенциал взаимодействия Λ -гиперона с дейтроном $U_{\Lambda d}(r)$ (пунктирная линия) и волновая функция Λ -частицы $f(r)$ в гипертриитии (сплошная линия)

Полученные численные результаты позволяют также получить волновую функцию Λ -гиперона в гипертриитии и оценить его пространственные размеры. Для дальнейшего ограничимся одним примером – моделью прямоугольной ямы для дейтрона с размером $\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ ФМ}$. Соответствующая подпрограмма представлена в листинге (2).

Потенциал взаимодействия Λ -гиперона с дейтроном $U_{\Lambda d}(r)$ изображен на рисунке (2), который представляет собой яму с одним минимумом в точке $r_1 = 2,29 \text{ ФМ}$ и $U_{\Lambda d}(r_1) = -171,8 \text{ МэВ}$. Ожидается, что внутри такой ямы волновая функция Λ -гиперона относительно СЦМ дейтрона должна носить осциллирующий характер, что также отражено на рисунке (2).

Листинг 2. Подпрограмма вычисления волновой функции и размера гипертриития

```

μ := 699.56      h := 197.32858      r0 := 2.77
γ := 0.2317      ВΛ := 0.13          β := 0.685
A := 0.531       B := 0.956         Ω := 304.612

ρ1(r) := if[r ≤ r0, (A·sin(β·r))^2, (B)^2·exp(-2·γ·r)]

U(r) := -2Ω·ρ1(r)

V(r) := 2μ/h^2·(BΛ + U(r))

Given

d^2 f(r)/dr^2 = V(r)·f(r)   f(0) = 0   f'(0) = 1

f := Odesolve(r, 100)

R_w := sqrt( (∫_0^100 f(r)^2·r^2 dr) / (∫_0^100 f(r)^2 dr) ) = 19.7121

```

Как показывают расчеты (листинг 2), среднеквадратичный размер гипертриггера $\langle r_A \rangle = 19,7 \text{ Фм}$, что почти в 5 раз превышает размеры дейтрона ($\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ Фм}$). Аналогичная картина имеет место для варианта (В), для которого $\langle r_A \rangle = 22,2 \text{ Фм}$.

В проведенном анализе предполагалось, что радиус действия ΛN -сил $R_{\Lambda N} = 0$, т. е. ΛN -потенциалы имели δ -образный характер (34). Покажем, что учет конечности радиуса действия ΛN -сил не имеет существенного влияния на результаты проведенных расчетов. Для этого учтем, что любой центрально-симметричный потенциал (33) может быть представлен в виде разложения [8]:

$$V_{\Lambda O}(r) = -\Omega_{\Lambda N} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\langle R_{\Lambda N}^{2m} \rangle}{(2m+1)!} \nabla^{2m} \rho(r), \quad (41)$$

где введены обозначения

$$\Omega_{\Lambda N} = -\int V_{\Lambda N}(r) d^3r; \quad \langle R_{\Lambda N}^{2m} \rangle = -\frac{1}{\Omega_{\Lambda N}} \int V_{\Lambda N}(r) r^{2m} d^3r. \quad (42)$$

В дальнейшем ограничимся первыми двумя членами последнего разложения:

$$V_{\Lambda O}(r) \approx -\Omega_{\Lambda N} \left(1 + \frac{R_{\Lambda N}^2}{6} \nabla^2 \right) \rho(r). \quad (43)$$

Здесь объемный интеграл $\Omega_{\Lambda N}$ и среднеквадратичный радиус $R_{\Lambda N} = \sqrt{\langle R_{\Lambda N}^2 \rangle}$ являются интегральными характеристиками ΛN -потенциала и не зависят от структуры ядра-остова, оператор Лапласа $\Delta = \nabla^2$ имеет вид: $\Delta = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr}$.

В качестве примера рассмотрим случай экспоненциального профиля ядерного потенциала (В) для дейтрона с радиусом $\langle r_d \rangle = 4,19 \text{ Фм}$, где в соответствии с (31)

$$\rho(r) = C^2 J_{\beta}^2(\alpha e^{-r/2r_0}) \quad (44)$$

$$(r_0 = 1,0 \text{ Фм}; \alpha = 3,09; \beta = 0,463; C = 0,7141 \text{ Фм}^{-1/2}).$$

Численные расчеты по указанной выше методике объемных интегралов $\Omega_{\Lambda N}$ для различных $R_{\Lambda N}$ из интервала $[0, 1]$ приводят к результатам, указанным в таблице (4).

Таблица 4 – Объемные интегралы для различных значений радиусов действия ΛN -сил

$R_{\Lambda N}$ (Фм)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\Omega_{\Lambda N}$ (МэВ·Фм ³)	294,6	293,9	292,0	288,4	282,7	274,7

Графики соответствующих потенциалов $U_{\Lambda d}(r)$ для двух крайних случаев $R_{\Lambda N} = 0$ и $R_{\Lambda N} = 1 \text{ Фм}$ представлены на рисунке (3).

Как видно из рисунка 3, характер поведения потенциала $U_{\Lambda d}(r)$ меняется лишь в малой области $r \leq 3 \text{ Фм}$, что практически не влияет на величину объемного интеграла (таблица 3), так как пространственные размеры гипертриггера достигают значений $\langle r_A \rangle \approx 20 \text{ Фм}$.

Заключение

Проведенный анализ позволяет сделать общий вывод о разумности использования 2-тельной модели гипертриггера при условии согласованности расчетов параметров гипертриггера с задачей дейтрона. Оценки основной характеристики ΛN -потенциала (объемного интеграла $\Omega_{\Lambda N}$) слабо зависят от формы и параметров нуклонной плотности дейтрона, а также от выбора численных значений радиуса действия ΛN -сил.

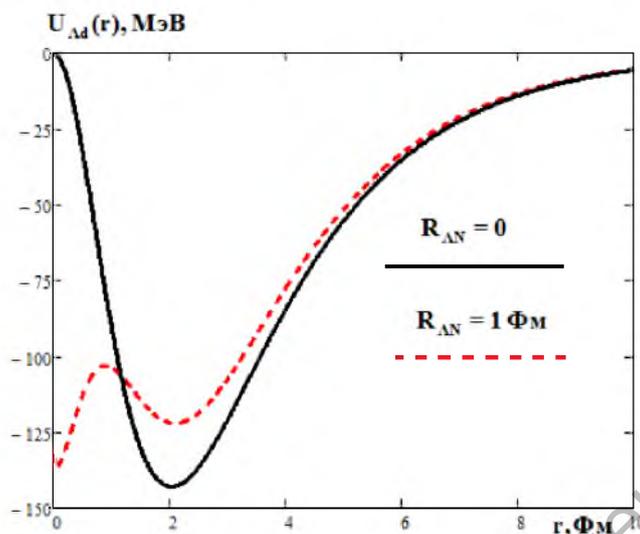


Рисунок 3. Потенциалы взаимодействия Λ -гиперона и дейтрона для радиусов действия $R_{\Lambda N} = (0 \div 1) \text{ фм}$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Juric, M.** A new determination of the binding energy values of the light hypernuclei / M. Juric, G. Bohm, J. Klabuhn [et al] // Nucl. Phys. B. – V. 52. – 1973. – Pp. 1–30.
2. **Brown, L. M.** Λ -Nucleon Potential and Binding of Hyperfragments / L. M. Brown, M. Peshkin // Phys. Rev. – 1957. – V. 107. – № 1. – Pp. 272–274.
3. **Dalitz, R. H.** Remarks on the Hypertriton / R. H. Dalitz, B. W. Downs // Phys. Rev. – 1958. – V. 110. – № 4. – Pp. 958–965.
4. **Калачей, С. А.** Энергии связи гиперядер и взаимодействие ΛN и $\Lambda \Lambda$: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.02 / С. А. Калачей. – Москва, 2005. – 119 л.
5. **Ситенко, А. Г.** Лекции по теории ядра: учебное пособие для вузов / А. Г. Ситенко, В. К. Таргаковский. – Москва: Атомиздат, 1972. – 352 с.
6. **Флюгге, З.** Задачи по квантовой механике: в 2 т. / З. Флюгге. – Москва: Мир, 1974. – Т. 1. – 342 с.
7. **Чернов, С. М.** Задача о частице в сферической прямоугольной яме и ее применение к оценкам энергий возбужденных состояний Λ -гиперядер / С. М. Чернов // Веснік МДУ імя А. А. Куляшова. – Серья В. Прыродазнаўчыя навукі: матэматыка, фізіка, біялогія. – 2017. – № 1(49). – С. 54–67.
8. **Колесников, Н. Н.** ΛN -потенциал из совместного анализа гиперядер и Λp -рассеяния / Н. Н. Колесников, С. М. Чернов // Ядерная физика. – 1976. – Т. 23. – Вып. 5. – С. 960–969.

Поступила в редакцию 26.11.2018 г.

Контакты: stanislavchernof2011@yandex.by (Чернов Станислав Михайлович)

Chernov S. ASSESSING PARAMETERS OF ΛN -POTENTIAL OF HYPERTRITIUM BINDING ENERGY IN TWO-PARTIAL MODEL.

Numerical estimates of the parameters of the ΛN -potential of hypertritium binding energy in the deuteron + Λ model are presented. The influence of the form and the parameters of deuteron nucleon density as well as the impact of the operating range of ΛN -forces on the results of the numerical analysis are investigated.

Keywords: Λ -hyperon, hypertritium, deuteron wave functions, ΛN -potential parameters.