УДК 511

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Н. А. Клянченко (МГУ имени А. А. Кулешова)
Науч. рук. ***И. В. Марченко,***
канд. физ.-мат. наук

Использование вероятности и ее свойств при работе с комбинаторными множествами является новым и нетривиальным подходом, который способен упростить трудоемкие выкладки, а иногда и дать единственно возможные доказательства утверждений. Некоторые примеры применения вероятностного подхода в доказательствах комбинаторных свойств имеются в [1].

Доказательство комбинаторных соотношений с помощью вероятности основано на классическом определении вероятности и свойств вероятности в рамках классической модели. Как правило, числа, благоприятствующих данному событию А исходов и всех исходов экспериментов, вычисляются как количества определенных комбинаторных множеств. В результате можно получить определенные равенства для вероятностей, из которых вытекают некоторые комбинаторные тождества.

Продемонстрируем это на примере следующей задачи. В группе из 9 человек 4 брюнета. Какова вероятность того, что среди 3 случайно отобранных человек хотя бы 1 брюнет?

Пусть событие А – среди 3 случайно отобранных человек хотя бы 1 брюнет. По классическому определению вероятности с использованием сочетаний и комбинаторных правил произведения и суммы получим

$$P(A) = \frac{C_4^1 C_5^2 + C_4^2 C_5^1 + C_4^3 C_5^0}{C_9^3}.$$

Эту вероятность можно найти и через противоположное событие следующим образом:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3}.$$

Приравняв правые части полученных соотношений и преобразовав их, приходим к комбинаторному тождеству

$$C_4^0 C_5^3 + C_4^1 C_5^2 + C_4^2 C_5^1 + C_4^3 C_5^0 = C_9^3.$$

Этот результат можно обобщить, взяв произвольные количества элементов в рассматриваемых множествах людей.

Литература

1. Райгородский, А.М. Вероятность и алгебра в комбинаторике / А.М. Райгородский. – Москва : МЦНМО, 2008. – 48 с.