УДК 519.65, 631.15

О ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

А. А. Ефремов
аспирант
Белорусский государственный экономический университет

В статье рассматривается класс оптимизационных задач, в которых заданная в n-мерном пространстве целевая функция является нелинейной и имеет разрывы первого рода по нескольким аргументам. Предлагается подход к решению таких негладких задач нелинейного программирования, основанный на аппроксимации целевой функции логистической кривой. Исследованы различные альтернативы инструментальных средств, способных обеспечить получение численного решения оптимизационной задачи. Также рассмотрена возможность практического применения описанного подхода для решения задачи оптимизации формирования и использования машинно-тракторного парка агропромышленного предприятия. Разрывы в целевой функции связаны с усовершенствованным способом учета амортизационных отчислений на сельскохозяйственные агрегаты при выполнении комплекса полевых работ. В заключении отдельно освещен вопрос ограничений применения данного подхода.

Ключевые слова: нелинейная оптимизация; кусочно-постоянные целевые функции; аппроксимирующая функция; решение оптимизационной экономической задачи.

Введение

Математическая наука, как исторически сложилось, традиционно тесно связана с различными сферами жизнедеятельности человека и общества. Математическое программирование и математическая теория управления как разделы математики считаются одними из наиболее важных для методологического и инструментального обеспечения прикладных исследований, особенно в условиях становления информационного общества и внедрения автоматизированных систем, предназначенных для компьютерных расчетов. В условиях постоянно возрастающих потребностей и ограниченности ресурсной базы все более значимую роль играет *принцип оптимальности* при научно обоснованном принятии решений. В общем виде этот принцип можно сформулировать следующим образом: оптимальная стратегия (поведение) обладает тем свойством, что, каковы бы ни были начальное состояние и решения на начальном этапе, решения на последующем этапе должны составлять оптимальную стратегию относительно состояния, которое получается в результате принятия решения на начальном этапе [1, с. 285]. С точки зрения экономики, оптимальность подразумевает, что любое решение должно исходить из задачи получения оптимального результата [2]. Важное значение при этом имеет правильный выбор критерия оптимальности и его математическая формализация. Под *критерием опти-*

мальности понимают признак, на основании которого проводится сравнительная оценка возможных решений (альтернатив) [3]. Количественным выражением критерия оптимальности в задачах математического программирования является целевая функция.

Расцвет математического программирования пришелся на середину XX в., когда, в частности, был разработан симплексный метод решения задач линейного программирования, а также созданы инструментальные средства, реализующие алгоритм метода обобщенного приведенного градиента [4, с. 116–121]. Тогда же были предприняты первые серьезные попытки решения прикладных задач большой размерности с помощью ЭВМ. Построенные в те годы математические модели были способны обеспечить высокую точность расчета, однако их недостатком было излишнее упрощение действительности, в первую очередь, при решении задач, связанных с отраслями народного хозяйства. Дело в том, что объекты и процессы окружающего мира на сегодняшний день характеризуются ярко выраженной тенденцией к усложнению. Перед исследователем возникает необходимость модификации существующих моделей, в ходе которой он может столкнуться с тем, что простые линейные зависимости далеко не во всех случаях можно использовать для описания поведения реальной системы. Зачастую приходится иметь дело с задачами, в которых как функции-ограничения, так и целевая функция выражены нелинейно. Более того, в последние годы специалисты-практики все чаще сталкиваются со сложными процессами, поведение которых может меняться в зависимости от комплекса внешних и внутренних условий, вследствие чего задача может быть описана только с помощью разрывных функций. При этом в практических приложениях чаще всего встречаются кусочно-постоянные функции с разрывами первого рода (скачка́ми).

Решение данного класса задач на ЭВМ с помощью метода обобщенного приведенного градиента (ОПГ) крайне затруднительно: при поэтапном улучшении начального опорного плана, программа в большинстве случаев наталкивается на разрыв и прекращает работу, так и не получив координаты точки экстремума. Чтобы этого избежать, зададимся целью обеспечить математически обоснованную аппроксимацию целевой функции или той ее части, в которой имеются разрывы. Тогда метод ОПГ сможет сработать правильно и обеспечить нахождение локальных экстремумов с заданной точностью расчетов.

Математическая постановка задачи

Основная проблема, возникающая при решении такого класса задач, непосредственно связана с подбором такой непрерывно-дифференцируемой функции $\tilde{g}(x)$, зависящей от многомерного массива переменных X, которая бы достаточно точно аппроксимировала поведение (вариацию) исходной функции $g(x)$. Для построения такой функции $\tilde{g}$ предлагается использовать логистическую функцию [5]

$$\varphi(z) = \frac{1}{1+\exp(-z)}. \tag{1}$$

Пусть $f(X)$ некоторая функция, зависящая от многомерного массива неизвестных X. Значения этой функции будем обозначать через y.

Пусть $h(y)$ – функция, зависящая от скаляра y (описывающего значения функции $f(X)$), заданная формулой

$$h(y) = \begin{cases} c, & \text{если } y \le a; \\ d, & \text{если } y > a. \end{cases} \tag{2}$$

В конечном счете требуется получить функциональную зависимость вида $h[f(x)]$.

Путем элементарных преобразований (сжатия, растяжения, параллельного переноса) можно подобрать такой вид функции $\tilde{h}(y)$, чтобы ее можно было использовать для аппроксимации исходной целевой функции.

Предположим, что исходная целевая функция задана в виде

$$g = h[f(x)]. \tag{3}$$

На следующем этапе ставится задача некоторым образом аппроксимировать разрывную функцию $h(y)$ непрерывной функцией $\tilde{h}(y)$, чтобы иметь возможность аппроксимировать разрывную функцию (3) гладкой функцией

$$\tilde{g} = \tilde{h}[f(x)]. \tag{4}$$

В качестве основы для аппроксимации функции $h(y)$ возьмем логистическую функцию (1).

Заметим, что $\varphi(-\infty) = 0$ и $\varphi(\infty) = 1$. Причем при достаточно большом значении s можно считать, что $\varphi(-s) \approx 0$, $\varphi(s) \approx 1$. Например, уже при $s = 6$ значения $\varphi(-s)$ и $\varphi(s)$ достаточно близки, соответственно, к 0 и 1, а именно: $\varphi(-6) = 0{,}0025$, $\varphi(6) = 0{,}9975$.

Возьмем значение $b > a$ и на основе функции (1) построим функцию $\psi(y)$ таким образом, чтобы $\psi(a) = \varphi(-s)$ и $\psi(b) = \varphi(s)$ (и, следовательно, $\psi(a) \approx 0$, $\psi(b) \approx 1$). Для этого построим линейную функцию, которая ставит в соответствие значениям a и b значения $-s$ и s. Такая линейная функция задается формулой

$$z = \frac{2y - a - b}{b - a} s. \tag{5}$$

Здесь в качестве аргумента выступает переменная y, b – шаг процедуры сглаживания, s – коэффициент масштаба. Отметим, что в соответствии с вышеизложенным точность аппроксимации повышается при увеличении значения параметра s и уменьшении значения параметра b, причем $s > 0$, $b > 1$.

Подставив формулу (5) в равенство (1), получим искомую функцию $\psi(y)$

$$\psi(y) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\dfrac{2y - a - b}{b - a} s\right)}. \tag{6}$$

На основе функции (6), для которой $\psi(a) \approx 0$ и $\psi(b) \approx 1$, модифицируем функцию $\tilde{h}(y)$ таким образом, чтобы имели место приближенные равенства $\tilde{h}(a) \approx c$

и $\tilde{h}(b) \approx d$. Для этого построим линейную функцию, которая ставит в соответствие значениям 0 и 1 значения c и d. Такая функция задается формулой

$$\chi = (d-c)\psi + c. \tag{7}$$

Здесь в качестве аргумента выступает переменная ψ.

Подставив формулу (6) в равенство (7), получим искомую функцию $\tilde{h}(y)$

$$\tilde{h}(y) = (d-c)\psi(y) + c = \frac{d-c}{1+\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)} + c = \frac{d + c\cdot\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}{1+\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}.$$

Итак,

$$\tilde{h}(y) = \frac{d + c\cdot\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}{1+\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}. \tag{8}$$

Отметим, что в соответствии с использованным методом построения функция (8) возрастает, и выполняются следующие условия:

$$\lim_{y\to-\infty} \tilde{h}(y) = c,\ \lim_{y\to\infty} \tilde{h}(y) = d,\ \tilde{h}(a) \approx c,\ \tilde{h}(b) \approx d. \tag{9}$$

Следовательно, функция (8) аппроксимирует функцию (2). При этом точность аппроксимации повышается при уменьшении значения параметра b (напомним, что значение параметра b должно быть больше значения параметра a).

Рассмотрим теперь более сложный случай: когда в целевой функции содержится сразу несколько разрывов первого рода по каждой переменной.

Сначала обратимся к случаю двойного разрыва. Пусть

$$h(y;a,c,d) = \begin{cases} c, & \text{если } y \le a \\ d, & \text{если } y > a \end{cases}. \tag{10}$$

Это разрывная (кусочно-постоянная) функция с параметрами a, c, d.

Пусть $\tilde{h}(y;a,b,c,d)$ – гладкая (непрерывно-дифференцируемая) функция, которая аппроксимирует функцию (10). Тогда, рассуждая аналогично по приведенной выше схеме, получим следующую аппроксимирующую функцию

$$\tilde{h}(y;a,b,c,d) = \frac{d + c\cdot\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}{1+\exp\left(-\dfrac{2y-a-b}{b-a}s\right)}. \tag{11}$$

Здесь s – коэффициент масштаба, $b > a$ – дополнительный параметр, причем

$$\tilde{h}(y;a,b,c,d) \approx c \text{ при } y = a,$$

$$\tilde{h}(y;a,b,c,d) \approx d \text{ при } y = b.$$

Теперь рассмотрим общий случай (наличие кратного разрыва). Пусть $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$ – так называемые точки смены формул. Тогда имеем:

$$f(y)=\begin{cases} c_0, \text{ если } y<a_1 \\ c_i, \text{ если } a_i \le y < a_{i+1}, \quad i=\overline{1,n-1}, \\ c_n \text{ если } y \ge a_n \end{cases} \tag{12}$$

$f(y)$ – кусочно-постоянная функция с несколькими разрывами.

Заметим, что

$$\begin{aligned} f(y) &= c_0 + h(y;a_1,0,c_1-c_0)+h(y;a_2,0,c_2-c_1)+h(y;a_3,0,c_3-c_2)+\ldots \\ &+h(y;a_n,0,c_n-c_{n-1}). \end{aligned} \tag{13}$$

Эту формулу можно записать в следующем виде

$$f(x)=c_0+\sum_{i=1}^{n} h(y;a_i,0,c_i-c_{i-1}), \tag{14}$$

где в соответствии с формулой (12)

$$h(y;a_i,0,c_i-c_{i-1})=\begin{cases} 0, \text{ если } y \le a_i \\ c_i-c_{i-1}, \text{ если } y>a_i \end{cases}.$$

В соответствии с формулой (14) аппроксимируем разрывную функцию $f(y)$ следующей гладкой функцией

$$\tilde{f}(x)=c_0+\sum_{i=1}^{n} \tilde{h}(y;a_i,b_i,0,c_i-c_{i-1}). \tag{15}$$

В частности, если функции $\tilde{h}(y;a_i,b_i,0,c_i-c_{i-1})$ определены в соответствии с формулой (11), то соотношение (15) принимает следующий вид

$$\tilde{f}(x)=c_0+\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i-c_{i-1}}{1+\exp(-\frac{2y-a_i-b_i}{b_i-a_i}s)}. \tag{16}$$

Отметим, что для осуществления процедуры сглаживания вместо логистической функции можно использовать также функции $\varphi_1(x)=\dfrac{x}{1+|x|}$ и $\varphi_2(x)=\dfrac{x^3}{1+|x|^3}$ (по выбору исследователя), и проводить рассуждения аналогично представленной выше схеме аппроксимации кусочно-постоянной функции с несколькими разрывами.

Практическое использование предлагаемой методики

На настоящем этапе развития практически любая серьезная прикладная задача в сфере экономики характеризуется достаточно большой размерностью. Оперировать тысячами переменных и сотнями ограничений вручную крайне непросто. В связи с этим возникает потребность в привлечении к решению оптимизационных задач специализированных программных продуктов. Однако даже это не гарантирует достижения результата, поскольку подавляющее большинство оптимизационных пакетов основано на использовании метода обобщенного приведенного градиента (ОПГ) либо его аналогах. Для корректного применения такого подхода и целевая функция, и функции, участвующие в записи ограничений должны быть гладкими.

Вместе с тем, в разных отраслях хозяйственной деятельности сегодня встречаются объекты и процессы, при описании которых специалистам приходится использовать разрывные функции, т. е. функции, у которых имеются разрывы (первого либо второго рода) [6].

В качестве примера можно рассмотреть, в частности, проблему оптимизации использования машинно-тракторного парка (МТП) сельскохозяйственного предприятия [7].

Экономическая постановка задачи

Агропромышленное предприятие располагает машинно-тракторным парком, т. е. фиксированным набором тракторов, комбайнов и сельскохозяйственных машин определенных марок. В соответствии с планом весенне-полевых и уборочных работ предприятие должно выполнить комплекс взаимосвязанных механизированных операций в заданном объеме и в заданные агротехнические сроки. Перед лицом, принимающим решение, стоят следующие основные задачи:

1) определить, достаточно ли имеющихся производственных мощностей для выполнения плана по растениеводству;

2) в случае нехватки производственных мощностей составить научно обоснованный план пополнения машинно-тракторного парка за счет лизинга либо покупки новой техники;

3) составить оптимальное расписание выполнения комплекса полеводческих работ, при котором величина совокупных приведенных затрат будет минимальна [8].

Математическая модель

Управляемые параметры:

x_{ijkt} – количество тракторных агрегатов в составе трактора (комбайна) марки j и сельхозмашины (орудия) марки k на выполнении механизированной работы i в t-м периоде неизменных условий;

y_{ijkt} – время работы тракторных агрегатов в составе трактора (комбайна) марки j и сельхозмашины (орудия) марки k на выполнении работы j в течение рабочего дня (в часах) в t-м периоде неизменных условий;

l_j – количество вновь приобретаемых тракторов (комбайнов) марки j;

r_k – количество вновь приобретаемых сельхозмашин (орудий) марки k.

Экзогенные переменные:

D_t – длительность t-го периода неизменных условий, в течение которого согласно плану необходимо выполнить рассматриваемые агротехнические работы (в рабочих днях);

T_{max} – максимальная продолжительность рабочей смены, т. е. наибольшее возможное время, которое в течение дня может быть отработано одним трактором либо комбайном (в часах);

V_i – общий объем механизированных работ вида i (в соответствующих единицах измерения: т, га);

L_j – количество наличных тракторов (комбайнов) марки j;

R_k – количество наличных сельхозмашин (орудий) марки k;

a_j – годовые амортизационные отчисления (в случае действующей техники) либо приведенные годовые затраты на приобретение (в случае закупки новой техники) трактора (комбайна) марки j;

b_k – годовые амортизационные отчисления (в случае действующей техники) либо приведенные годовые затраты на приобретение (в случае закупки новой техники) сельхозмашины (орудия) марки k;

F_j – установленный технической документацией нормативный годовой фонд времени работы трактора (комбайна) марки j;

g_j – коэффициент повышения амортизации трактора (комбайна) марки j в случае, когда фактическая выработка превышает нормативную;

$\|p_{ijk}\|$ – матрица производительности тракторных агрегатов в составе трактора (комбайна) марки j и сельхозмашины (орудия) марки k при выполнении механизированной работы i;

$\|u_{ijk}\|$ – матрица цен 1 часа работы тракторных агрегатов в составе трактора (комбайна) марки j и сельхозмашины (орудия) марки k при выполнении механизированной работы i без учета амортизации;

$\|c_{ijk}\|$ – матрица цен 1 часа работы тракторных агрегатов в составе трактора (комбайна) марки j и сельхозмашины (орудия) марки k при выполнении механизированной работы i с учетом амортизации.

Целевая функция:

$F(x_{ijkt}, y_{ijkt}, l_j, r_k)$ – совокупные приведенные затраты на выполнение всего комплекса механизированных работ (в ден. ед.).

$$F(x_{ijkt}, y_{ijkt}, l_j, r_k) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t x_{ijkt} \cdot y_{ijkt} \cdot c_{ijk} \cdot D_t + \sum_j l_j \cdot a_j + \sum_k r_k \cdot b_k \to \min . \quad (18)$$

Ограничения:

а) По наличному количеству тракторов (комбайнов)

$$\sum_i \sum_k x_{ijkt} \le L_j + l_j . \quad (19)$$

В каждый момент времени совокупное число тракторов (комбайнов) марки j, работающих одновременно на всех агротехнических операциях, не должно превышать их наличное количество (с учетом приобретаемых в текущем году).

б) По комплектованию тракторов (комбайнов) сельхозмашинами (орудиями)

$$\sum_i \sum_j x_{ijkt} \le R_k + r_k . \quad (20)$$

В каждый момент времени совокупное число сельхозмашин (орудий) марки k, работающих одновременно на всех агротехнических операциях, не должно превышать их наличное количество.

в) По выработке в течение смены

$$y_{ijkt} \le T_{\max}. \tag{21}$$

Количество часов, отработанных одним трактором (комбайном) не должно превышать максимально допустимой длительности рабочей смены.

г) По выполнению плановых объёмов отдельных агротехнических работ:

$$\sum_j \sum_k \sum_t x_{ijkt} \cdot y_{ijkt} \cdot p_{ijk} \cdot D_t \ge V_i. \tag{22}$$

Общий объем работ, выполненных тракторными агрегатами, закреплёнными за конкретной механизированной работой должен быть не меньше объема по плану (здесь считается, что превышение плана теоретически возможно).

д) По экономическому содержанию управляемых параметров:

$$x_{ijkt} \in R_+,\; y_{ij} \in R_+,\; l_j \in R_+,\; r_k \in R_+. \tag{23}$$

Количество агрегатов, тракторов (комбайнов), сельхозмашин (орудий) должно выражаться целым неотрицательным числом, т. е. допускается равенство нулю. Число часов работы в течение смены каждого трактора (комбайна) должно выражаться вещественным неотрицательным числом.

Таким образом, оптимизация формирования и использования МТП агропромышленного предприятия сводится к решению следующей задачи:

$$\begin{cases} F(x_{ijkt}, y_{ijkt}, l_j, r_k) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t x_{ijkt} \cdot y_{ijkt} \cdot c_{ijk} \cdot D_t + \sum_j l_j \cdot a_j + \sum_k r_k \cdot b_k \to \min, \\ \sum_i \sum_k x_{ijkt} \le L_j + l_j, \\ \sum_i \sum_j x_{ijkt} \le R_k + r_k, \\ y_{ijkt} \le T_{\max}, \\ \sum_j \sum_k \sum_t x_{ijkt} \cdot y_{ijkt} \cdot p_{ijk} \cdot D_t \ge V_i \\ x_{ijkt} \ge 0, y_{ijkt} \ge 0, l_j \ge 0, r_k \ge 0. \end{cases} \tag{24}$$

где $$c_{ijk} = u_{ijk} + a_j \cdot \begin{cases} 1, & если \sum_i \sum_k \sum_t y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t \le F_j \cdot L_j, \\ g_0, & если \sum_i \sum_k \sum_t y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t > F_j \cdot L_j. \end{cases} \tag{25}$$

Экономический смысл разрывов в целевой функции: если суммарная фактическая выработка тракторов (комбайнов) данного типа превысит нормативную, то амортизационные отчисления следует скорректировать в сторону их увеличения (путем домножения на корректирующий коэффициент).

Например, если нормативный годовой фонд времени работы комбайна, согласно техническим требованиям, составляет 900 часов, а он отработал 1000 часов, то амортизация должна быть списана на себестоимость готовой продукции в повышенном объеме, например, на 8% больше, чем при обычном режиме эксплуатации. Особенно актуально использовать такой подход в напряженные агротехнические периоды.

Реализация методологии

По своему математическому содержанию данная задача (24) относится к классу негладких оптимизационных задач, так как в целевой функции имеются разрывы первого рода.

В связи с этим, требуется подобрать такие инструментальные средства, которые способны успешно решать задачи данного типа. На настоящем этапе развития специализированного программного обеспечения, предназначенного для решения оптимизационных задач, существует ряд проблем, связанных с обработкой негладких функций. Компьютерные программы, которые способны решать такого рода задачи, обычно распространяются на коммерческой основе. Таким образом, не каждое сельскохозяйственное предприятие может себе позволить приобрести подобный программный продукт и периодически выделять немалые средства на его обновление. Более того, современные программные продукты, даже самые мощные, имеют ограничения по размерности решаемой задачи.

Поэтому для приложения данных моделей к оптимизации МТП реально существующих предприятий АПК (агропромышленного комплекса) возникает необходимость в приведении задачи к такому виду, в котором она может быть решена стандартными средствами, в частности пакетом “Поиск решения”, встроенным в среду MsExcel либо бесплатной версией таких программных продуктов, как GAMS 24.5.

Для этого преобразуем целевую функцию так, чтобы она стала гладкой, т. е. устраним разрывы первого рода. Сначала перепишем формулу для расчета цены 1 часа работы МТА в следующем виде

$$c_{ijk} = u_{ijk} + a_j \cdot g_j, \tag{26}$$

где

$$g_j = \begin{cases} 1, \; если \; \sum_i \sum_k \sum_t y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t \le F_j \cdot L_j, \\ g_0, \; если \; \sum_i \sum_k \sum_t y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t > F_j \cdot L_j. \end{cases} \tag{27}$$

Здесь g_0 – заданная константа, значение которой больше 1.

Заметим, что в соответствии с формулой (12) коэффициент g_j является разрывной функцией переменных x_{ijkt} и y_{ijkt}.

Формулу (24) следует использовать для аппроксимации формулы (11), т. е.

$$c_{ijk} \approx u_{ij} + a_j \tilde{g}_j. \tag{28}$$

В нашем случае, когда функция g_j задана формулой (27), будем считать, что

$$f(X) = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t - F_j \cdot L_j, \tag{29}$$

а параметры a, c и d равны соответственно значениям 0, 1 и g_0, т. е.

$$a = 0, \quad c = 1, \quad d = g_0. \tag{30}$$

В данном случае многомерный массив X состоит из переменных x_{ijkt} и y_{ijkt}.

В интересующем нас случае аппроксимирующая функция в силу формулы (8) равенства (27) примет вид

$$\tilde{g}_j = \frac{g_0 + \exp\left[-\frac{2(\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t - F_j \cdot L_j) - b}{b} s\right]}{\left[-\frac{2(\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijkt} \cdot x_{ijkt} \cdot D_t - F_j \cdot L_j) - b}{b} s\right]}. \quad (31)$$

Далее эту функцию можно использовать для построения компьютерной модели и получения численного решения задачи оптимизации МТП с помощью ЭВМ.

Выводы

Предложенный в данной статье подход к оптимизации негладких функций представляет не только теоретический, но и практический интерес. В настоящее время процессы, протекающие в реальных экономических системах, имеют тенденцию к усложнению. Для их корректного описания приходится использовать все более сложный математический аппарат. Одной из таких прикладных проблем является задача оптимизации формирования и использования машинно-тракторного парка предприятий АПК. Разрывы, возникающие в целевой функции – суммарных приведенных затратах – должны быть устранены с помощью математических инструментов, одним из которых является аппроксимация логистической кривой. Надо отметить, что существуют и другие элементарные функции, способные обеспечить необходимый результат. Что касается разобранной в качестве примера задачи оптимизации МТП, то предложенная методология позволяет определить целый ряд показателей, крайне востребованных менеджментом предприятий АПК, а именно: суммарный бюджет закупок новой техники, суммарные затраты по эксплуатации МТП при выполнении комплекса сельскохозяйственных работ, оптимальный план закрепления МТА за конкретными операциями. Грамотный учёт полученных результатов при разработке тактических и оперативно-производственных планов позволит существенно повысить эффективность агропромышленного производства в Республике Беларусь.

Следует заметить, что данная методика при всех ее достоинствах имеет серьезное ограничение: построенная с ее помощью компьютерная модель способна гарантированно найти лишь локальный экстремум. Для обеспечения нахождения глобального оптимума схема алгоритма нуждается в модификации. Тем не менее, для многих прикладных задач получение локального экстремума уже является большим достижением, поскольку это позволяет наметить возможные направления улучшения значения результирующего показателя и в некоторых случаях (например, при решении задачи оптимизации формирования и использования МТП) обеспечить конкретный экономический эффект.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ***Воронов, А. А.*** Теория автоматического управления : учеб. для вузов по спец. “Автоматика и телемеханика” : в 2 ч. Ч. II : Теория нелинейных и специальных

систем автоматического управления. / А. А. Воронов, Д. П. Ким, В. М. Лохин [и др.] ; под ред. А. А. Воронова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1986. – С. 285.
2. ***Лопатников, Л. И.*** Экономико-математический словарь : словарь современной экономической науки / Л. И. Лопатников. – М. : Дело, 2003.
3. Большая советская энциклопедия. – М. : Советская энциклопедия, 1969–1978.
4. ***Мицель А. А.*** Методы оптимизации. – Часть 1 : учебное пособие / А. А. Мицель, А. А. Шелестов. – Томск : Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2002. – 192 с.
5. ***Kingsland, S. E.*** (1995) Modeling nature ISBN 0-226-43728-0 2. Weisstein, Eric W. “Logistic Equation”. From MathWorld–A Wolfram Web Resource. Retrievedon 2008-10-21.
6. ***Демьянов, В. Ф.*** Обобщение понятия производной в негладком анализе // Соросовский Образовательный Журнал. – 1996. – № 5. – С. 121–122.
7. ***Ефремов, А. А.*** Планирование выполнения комплекса сельскохозяйственных работ с помощью негладкой оптимизационной модели / А. А. Ефремов // Материалы международной научно-практической конференции “Математика, статистика и информационные технологии в экономике, управлении и образовании”. – Тверь : Тверской гос. ун-т, 2015. – С. 59–63.
8. ***Ефремов, А. А.*** К вопросу о выборе критерия оптимальности при планировании комплекса сельскохозяйственных работ : материалы X международной научно-практической конференции “Научные горизонты”. – Шеффилд (Великобритания), 2014. – Том 2 : Экономические науки.

Поступила в редакцию 10.02.2016 г.
Контакты: andrefrem@tut.by (Ефремов Андрей Александрович)

Yefremov A.A. ON NONLINEAR OPTIMIZATION OF STEP OBJECTIVE FUNCTION.

The article considers a special class of optimization problems in which the target function given in n-dimensional space is nonlinear and has discontinuity of the first kind. A new approach to the solution of such non-smooth problems of nonlinear programming is suggested and it is based on the approximation of the target function by means of the logistic curve. The application of the given method for the optimization of the formation and exploitation of machine and tractor fleet of agro-industrial enterprise is regarded. The discontinuities of the target function are connected with the modified consideration of amortization of agricultural aggregates in the process of running field operations. In conclusion the problem of the bounds for the given approach is enlighted.

Key words: nonlinear optimization, step target functions, approximating function, solution of the optimization economic problem.