

УДК 377.6:51

## АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОВНЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**О. В. Филипенко**

магистр педагогических наук,

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

*В статье рассматривается актуальная для современной системы образования проблема математической грамотности обучающихся. Приводится система заданий по математике, которую предлагалось решить учащимся первых курсов профессиональных учебных заведений. Дается анализ выполнения каждого из них, характеризуются виды деятельности, в которую были включены учащиеся при решении заданий.*

**Ключевые слова:** уровень математической грамотности, математическая операция, репродуктивная деятельность, репродуктивно-продуктивная деятельность.

### Введение

Снижение уровня математического развития и математической грамотности учащихся является проблемной зоной современной системы образования Республики Беларусь. Устранению данной проблемы уделяется внимание, как в средствах массовой информации, так и на различных научно-методических конференциях. Одну из основных причин снижения математической грамотности Л.И. Майсеня [1] видит в предыдущем отказе от профильного обучения на уровне общего среднего образования, так как все учащиеся от природы имеют различные возможности и способности.

В 2015/2016 учебном году профилирование возвращается в X–XI классы учреждений общего среднего образования, реализованы два уровня обучения: базовый и повышенный. В инструктивно-методическом письме Министерства образования Республики Беларусь предложены новые учебные программы по математике [2].

Для реализации эффективной деятельности учащихся на занятиях по математике педагогу необходимо знать уровень математического развития обучающихся. С.А. Гуцанович [3] считает, что он определяется уровнем математической подготовки и уровнем математических способностей учащихся. Уровень математической подготовки зависит как от степени сформированности знаний, умений, навыков по предмету, так и от степени сформированности приемов умственной деятельности. В связи с этим С.А. Гуцанович выделяет четыре уровня математической подготовки (творческий, прикладной, общекультурный, недостаточный) и пять уровней математических способностей (высокий, выше среднего, средний, ниже среднего, низкий). Определение соответствующих уровней математической подготовки и развития учащихся дает возможность использования в процессе обучения индивидуального подхода к каждому обучающемуся.

### Основная часть

Обращаясь к системе профессионального образования (профессионально-технического и среднего специального), мы можем констатировать тот факт, что учащиеся имеют разный уровень исходной математической грамотности, уровень обучаемости, уровень познавательного интереса к изучению математики.

“Под математической грамотностью человека понимаем достаточно высокий уровень образовательных математических знаний, умений и навыков, обеспечива-

ющий личности удовлетворение определенного круга потребностей” [4, с. 339]. В ходе исследования уровня математической грамотности абитуриентов, которые поступали в Минский государственный высший радиотехнический колледж, были выявлены некоторые затруднения при решении заданий по математике. К ним относятся умения решать дробно-рациональные неравенства, текстовые задачи, действовать с модулем, использовать свойства квадратного корня, решать геометрические задачи более высокого уровня сложности [4]. Для изучения исходного уровня математической грамотности учащихся профессиональных учебных заведений нами проведено исследование, в которое были включены четыре учебных заведения: Могилевский государственный политехнический колледж, Могилевский государственный экономический профессионально-технический колледж, Могилевский государственный социально-гуманитарный колледж УО “МГУ имени А. А. Кулешова”, Минский государственный высший радиотехнический колледж. Констатирующий этап эксперимента проводился 2 года, в нем участвовало 400 учащихся первых курсов, которым предстояло изучить учебный материал по математике, соответствующий типовой учебной программе за курс X–XI классов. В профессионально-техническом учебном заведении они получают учебную специальность 3-40 02 52 “Эксплуатация электронно-вычислительных машин”, которая относится к направлению образования “Вычислительная техника” [5]. В средних специальных учебных заведениях учащиеся получают специальность 2-40 01 01 “Программное обеспечение информационных технологий”, которая также относится к направлению образования “Вычислительная техника” [6].

Учащимся предлагалось решить 10 заданий по алгебре и геометрии за курс базовой школы. Их специфика заключалась в следующем: задачи составлены парами и каждая из них имеет определенную тематику. В каждой паре было задание, для решения которого требовалось минимальное количество умственных операций и умение действовать по образцу (репродуктивный тип деятельности). Уровень второго задания в каждой паре был выше, для его решения необходимо совершить больше умственных операций, использовать ряд математических понятий и утверждений (репродуктивно-продуктивный тип деятельности). Приведем условия заданий, которые предлагалось решить учащимся.

1. Вычислите:  $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 0,6 - 3\frac{1}{5}\right) \cdot 2$ .

2. Вычислите:  $\sqrt{3^{-4} + \frac{3}{81}} + \sqrt{\frac{64-16}{2^4}} + \frac{7}{27}$ .

3. Упростите выражение:  $\frac{a^2 - 16}{a + 4}$ .

4. Упростите выражение:  $\frac{2x^2}{x^2 - a^2} + \frac{a}{x + a} + \frac{x}{a - x}$ .

5. Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами, равными 3 см и 6 см.

6. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 6 см, 8 см, 10 см.

7. Найдите корни уравнения:  $x^2 - x - 6 = 0$ .

8. Найдите корни уравнения:  $5x - 3 \geq x + 5$ .

9. Решите неравенство:  $5x - 3 \geq x + 5$ .

10. Решите неравенство:  $\frac{1}{x-1} < -1$ .

Прежде чем охарактеризовать приведенные выше задания, обратимся к некоторым теоретическим аспектам из психологии.

Под деятельностью подразумевают "... характерную для человека только ему свойственную форму взаимоотношений между индивидуумом и миром, существенными признаками которой являются целенаправленность и сознательность" [7, с. 52]. Необходимо отметить, что любая деятельность человека имеет цель. Она представляет собой конечный образ результата, который стремится достичь человек, выполняя конкретную деятельность. К компонентам деятельности относится совокупность действий, включающих операции и функции. По мнению А.Н. Леонтьева [8], действие является единицей анализа деятельности. Операции представляют более низкий уровень в структуре деятельности. Деятельность осуществляется совокупностью действий, которые подчинены частным целям. Достичь поставленной цели можно разными способами, каждый из которых подразумевает конкретную операцию.

Возвратимся к перечню заданий, приведенному выше. Основными структурными элементами математической деятельности, в которую были включены учащиеся во время решения заданий, являются математические действия и математические операции. В качестве действий выступают задания самостоятельной работы. Как было отмечено выше, каждое действие имеет частную цель. Поэтому все учащиеся, приступая к выполнению действия, ставят перед собой цель – выполнить его. В качестве операций выступают все математические операции: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня и т. д.

Охарактеризуем каждое задание самостоятельной работы. На примере заданий № 1-2 покажем, каким образом производился анализ структуры действий, состоящих из конкретных операций. Такое разбиение на операции позволяет оптимально выделить проблемные зоны в исходной математической подготовке каждого обучающегося.

В заданиях № 1-2 учащимся необходимо было выполнить действия на вычисления. В задании № 1 предлагалось вычислить значение выражения, а для этого необходимо совершить 7 операций.

1-я операция:  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$  – возведение дроби в степень.

2-я операция:  $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  – перевод десятичной дроби в обыкновенную дробь.

3-я операция:  $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$  – перевод смешанного числа в неправильную дробь.

4-6-я операции:  $\frac{1}{8} + \frac{3}{5} - \frac{16}{5} = \frac{5 + 24 - 128}{40} = \frac{-99}{40}$  – приведение обыкновенных дробей к общему знаменателю; нахождение суммы и разности дробей с одинаковыми знаменателями.

7-я операция:  $\left(-\frac{99}{40}\right) \cdot 2 = -\frac{99}{20}$  – умножение дроби на число (сокращение дроби).

Обращаясь к результатам, отметим, что задание № 1 решили 52% учащихся, а приступили к выполнению 89%.

Второе задание отличается от первого тем, что для его решения необходимо совершить большее количество операций – 10, причем более высокого порядка сложности (извлечение корня из дроби, возведение числа в отрицательную степень).

Задание № 2 также на вычисление.

1-я операция:  $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$  – возведение числа в степень с отрицательным показателем.

2-я операция:  $\frac{1}{81} + \frac{3}{81} = \frac{4}{81}$  – сумма двух дробей с одинаковыми знаменателями.

3-я и 4-я операции:  $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$  – извлечение корня из дроби (как корня из числителя и знаменателя).

5-я операция:  $64 - 16 = 48$  – разность двух чисел (в числителе дроби).

6-я операция:  $2^4 = 16$  – возведение числа в степень (в знаменателе дроби).

7-я операция:  $\sqrt{\frac{48}{16}} = \sqrt{3}$  – сокращение дроби на число.

8-я и 9-я операции:  $\frac{2}{9} + \frac{7}{27} = \frac{6}{27} + \frac{7}{27} = \frac{13}{27}$  – приведение двух обыкновенных

дробей к общему знаменателю; нахождение суммы двух обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями.

10-я операция:  $\frac{13}{27} + \sqrt{3}$  – сумма двух чисел.

При выполнении действия № 2 у обучающихся наблюдались некоторые затруднения при совершении 1-й операции. Это обусловлено тем, что не все учащиеся помнят правило возведения числа в отрицательную степень. Особого внимания заслуживает операция извлечения корня из разности чисел. Основной ошибкой обучающихся является извлечение корня из каждого числа разности. Необходимо отметить тот факт, что не все учащиеся приступили к выполнению действия № 2. Наличие квадратных корней из чисел, а также степени как с положительным показателем, так и с отрицательным создало трудности у обучающихся – 18% учащихся верно решили задание, а приступили к выполнению – 54% обучающихся.

Задание № 3, в котором перед обучающимися стояла задача упростить выражение, полностью правильно не выполнил никто. Учащиеся допустили одну и ту же ошибку: при решении не указали, что знаменатель дроби не может быть равен нулю. При этом верно произвели сокращение 86% обучающихся. Операции, которые подразумевались для решения указанного задания, были следующими: 1) определить ОДЗ заданной дроби; 2) по формуле сокращенного умножения разложить разность квадратов в числителе; 3) сократить дробь на одно из выражений.

Только один обучающийся правильно выполнил задание № 4, указав тот факт, что знаменатель дроби не может быть равен нулю. Перечень операций в задании № 4 следующий: 1) найти ОДЗ выражения; 2) по формуле разности квадратов разложить знаменатель первой дроби; 3) привести все дроби к общему знаменателю, домножив третью на  $-1$ ; 4) найти сумму дробей; 5) привести подобные в числителе полученной дроби; 6) сократить дробь. Данное задание вызвало большее затруднение у обучающихся по сравнению с предыдущим, так как в своем составе имело три дроби, которые необходимо было привести к общему знаменателю. Еще психологами был отмечен тот факт, что с конкретными числами учащиеся работают более охотно, чем с буквенными выражениями. Основная ошибка при решении данного номера – неверное раскрытие скобок при умножении выражения на  $-1$ . К выполнению задания № 4 приступили 64% учащихся.

Задания № 5-6 представлены как геометрические. В первом необходимо было вычислить площадь прямоугольного треугольника, зная два катета. С ним справились 62% учащихся, а приступили к выполнению – 82%. По сути, данное задание не представляло для обучающихся особых трудностей, им достаточно было вспомнить форму-

лу  $S = \frac{a \cdot b}{2}$  (где  $a, b$  – катеты прямоугольного треугольного) и подставить числовые

значения. Данный вид деятельности относится к репродуктивному типу, однако, верное решение представили меньше половины учащихся. В задании № 6 требовалось найти радиус описанной около треугольника окружности, зная три стороны. Деятель-

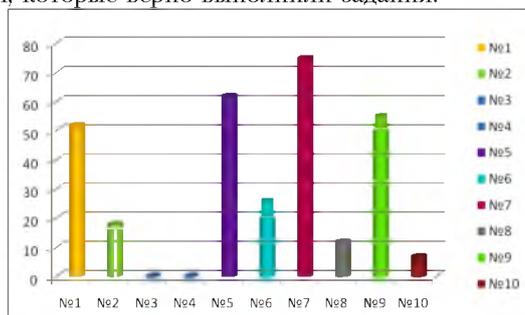
ность, которую осуществляли учащиеся при выполнении действия, относится к репродуктивно-продуктивному типу, если реализовать рациональное решение. Большинство учащихся, верно решивших задачу, поступили нерационально: сначала нашли площадь треугольника по формуле Герона, а затем воспользовались формулой для радиуса описанной окружности  $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$  (где  $a, b, c$  – стороны треугольника,  $S$  – площадь треугольника). Некоторые обучающиеся заметили, что стороны треугольника пропорциональны сторонам “египетского” треугольника, который является прямоугольным. Затем воспользовались тем фактом, что радиус описанной около прямоугольного треугольника окружности равен половине гипотенузы. В итоге это задание выполнили 26% учащихся, а приступили к выполнению 52% обучающихся.

Особый интерес представляет пара заданий № 7-8. В задаче № 7 учащимся необходимо было решить квадратное уравнение. Найдя значения корней уравнения по формулам, большинство учащихся решили задание – 75%, а приступили к решению 95%. Заметим, что им достаточно было вспомнить формулы и подставить числовые значения. Данный вид деятельности относится к репродуктивному типу. Однако следует отметить, что при вычислении в некоторых работах были допущены ошибки. В задании № 8 учащимся предлагалось решить биквадратное уравнение. Одной из ошибок обучающихся

было неверное извлечение корня. Они не учли тот факт, что  $\sqrt{x^2} = |x|$ . Основной ошибкой учащихся было то, что при решении задания № 8 они, обозначив переменную уравнения в квадрате за новую переменную, не возвратились к введенной замене и дали неверный ответ. К решению задания № 8 приступили 55% учащихся, но только 12% верно его решили. Не вызывает никакого сомнения тот факт, что уровень сложности задания № 8 выше, чем № 7. Для решения задания № 8 необходимо совершить большее количество операций. Бесспорно, в учебной практике квадратные уравнения встречаются гораздо чаще, чем биквадратные. С квадратными уравнениями обучающиеся сталкиваются и в физике, и в химии при решении задач, поэтому они с большей уверенностью приступают к решению. Это подтверждается и полученными данными исследования.

В задании № 9 требовалось решить линейное неравенство. Необходимо было перенести все слагаемые с переменной в одну часть неравенства, а числа – в другую, и записать ответ промежутком. Это задание правильно выполнили 55%, а приступили к решению 69% учащихся. Типичной ошибкой при выполнении данного задания явилось несоблюдение правила переноса слагаемого с одной части неравенства в другую. В задании № 10 также учащимся предлагалось решить неравенство, однако более сложного типа – дробно-рационального. Учащиеся были вовлечены в репродуктивно-продуктивную деятельность, требующую использования знаний и аналитических способностей. Справились с этим заданием только 7% учащихся, а приступили к выполнению 37%. Необходимо отметить следующее: к заданиям, которые требуют репродуктивно-продуктивной деятельности, обращается меньшее число учащихся.

Представим результаты исследования на диаграмме (рисунок). На ней отражен процент учащихся, которые верно выполнили задания.



% учащихся, верно выполнивших задания

Необходимо отметить следующее: первые задания каждой пары правильно выполнили в среднем (с округлением до целых) 49% учащихся, а вторые –15%. Бесспорно, легче и удобнее выполнять действия по образцу, т. е. использовать при решении лишь репродуктивный тип деятельности. Вторые задания каждой пары выполнены меньшим количеством обучающихся, так как для их решения необходимо использовать репродуктивно-продуктивную деятельность. Она базируется на умении анализировать, комбинировать несколько алгоритмов при решении заданий, использовать различные преобразования, делать выводы. Следует добавить, что среднее значение выполняемости всех заданий 400 учащимися составляет 30%. Это не высокий показатель уровня исходной математической грамотности, для его улучшения предстоит серьезная работа.

### Заключение

Результаты проведенного эмпирического исследования показывают, что показатель уровня исходной математической грамотности учащихся профессиональных учебных заведений невысокий. Одна из причин, повлекшая за собой такую ситуацию, это предыдущий отказ от профильного обучения на уровне общего среднего образования. Необходимо добавить, что первокурсниками профессионально-технических и средних специальных учреждений образования становятся учащиеся с разным уровнем обучаемости, уровнем познавательного интереса к изучению математики, уровнем мышления. Из этого вытекает следующее: педагогу необходимо включать в процесс обучения такие задачи и проблемные ситуации, чтобы учащиеся с различным уровнем обучаемости, уровнем мышления, уровнем познавательного интереса к изучению математики и исходным уровнем математической грамотности могли выполнять ту деятельность, которую они могут и должны усвоить в процессе обучения. Этому способствует использование на занятиях по математике системы разноуровневых заданий по каждой теме, оно позволяет эффективно организовать образовательный процесс. В таком случае обучающиеся имеют возможность выбирать задания конкретного уровня сложности, тем самым осознанно определяют траекторию своего обучения.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Сідаровіч, Г.** Матэматычная адукацыя патрабуе змяненняў : інтэрв'ю з доктарам педагогічных навук Людмілай Іосіфаўнай Майсена / Г. Сідаровіч // Настаўніцкая газета. – 2015. – 25 чэр. – С. 6–7.
2. Особенности организации образовательного процесса при изучении учебного предмета “Математика” // Настаўніцкая газета. – 2015. – 23 ліп. – С. 13.
3. **Гуцановіч, С. А.** Дидактические основы математического развития учащихся : монография / С. А. Гуцанович. – Минск : БГПУ имени М. Танка, 1999. – 301 с.
4. **Майсена, Л. И.** Развитие содержания математического образования учащихся колледжей: теоретические основы и прикладные аспекты : монография / Л. И. Майсена. – Минск : МГВРК, 2008. – 540 с.
5. Образ. стандарт ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ УЧЕБНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 3-40 02 52 ЭКСПЛУАТАЦИЯ ЭЛЕКТРОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН = Адук. стандарт ПРАФЕСІЯНАЛЬНА-ТЭХНІЧНАЯ АДУКАЦЫЯ ВУЧЭБНАЯ СПЕЦЫЯЛЬНАСЦЬ 3-40 02 52 ЭКСПЛУАТАЦЫЯ ЭЛЕКТРОННА-ВЫЛІЧАЛЬНЫХ МАШЫН: РД РБ 02100.3.068-2007. – Введ. постановлением Мин-ва образ. РБ от 12.12.2007 № 94. – Минск : Мин-во образ. РБ : Респб. ин-т проф. образ., 2007. – 24 с.
6. Образ.стандарт СРЕДНЕЕ СПЕЦИАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 2-4001 01 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ = Адук. стандарт СЯРЭДНЯЯ СПЕЦЫЯЛЬНАЯ АДУКАЦЫЯ СПЕЦЫЯЛЬНАСЦЬ 2 - 40 01 01 ПРАГРАМНАЕ ЗАБЕСПЯЧЭННЕ ІНФАРМАЦЫЙНЫХ ТЭХНАЛОГІЙ: РД РБ 02100.4.019-2004. – Введ. постановлением Мин-ва образ. РБ от 28.01.2004 № 3. – Минск : Мин-во образ. РБ : Респб. ин-т проф. образ., 2004. – 31 с.

7. Деятельностный подход в психологии: проблемы и перспективы : сб. науч. тр. / АПН СССР, НИИ общ. и пед. психологии ; редкол.: В. В. Давыдов, Д. А. Леонтьев. – Москва : АПН СССР, 1990. – 189 с.
8. **Леонтьев, А. Н.** Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – Москва : Политиздат, 1975. – 304 с.

Поступила в редакцию 14.09.2015 г.

Контакты: +375 222 28 35 25 (Филипенко Ольга Владимировна)

**Filipenko O.V. ANALYSIS OF STUDENT MATHS EFFICIENCY IN PROFESSIONAL TRAINING.**

*The article considers the problem of students' efficiency in mathematics relevant for modern education. The system of mathematic tasks proposed for students of the first year is presented. The analysis of the solutions provided for each task by the students is given, the students' activities are characterized.*

**Key words:** the level of maths efficiency, mathematic operation, reproductive activity, reproductive and productive activities.