

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК УСЛОВИЕ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ

В основе моделирования как способа познания лежит способность понимать одно явление через другое. Это значит при помощи моделирования можно объяснить сложную информацию через простую более наглядную. Поэтому построение моделей текстовых задач в начальном курсе математики обеспечивает разные уровни наглядности в восприятии содержания задач. В статье обосновано положение о том, что владение методом моделирования превращает учебный процесс не только в осмысленный, руководимый, но и творческий. Формирование умений строить модели математических задач обеспечивает осознанное решение задач учащимися, а также развитие их логического мышления.

Введение

Кодексом Республики Беларусь определены следующие цели образования: “формирование знаний, умений, навыков и интеллектуальное, нравственное, творческое и физическое развитие личности обучающегося” [1, с. 13]. Для достижения этих целей вносит свой весомый вклад содержание программы по математике на I ступени общего среднего образования. В образовательном стандарте учебного предмета “Математика” отмечается, что обучение направлено не только на усвоение знаний и способов деятельности, необходимых для повседневных потребностей человека, но и на интеллектуальное и информационное развитие учащихся.

При этом подчеркивается, что изучение математики предусматривает реализацию следующих основных задач:

- сформировать у учащихся систему математических знаний, умений и навыков, необходимых в повседневной жизни, будущей профессиональной деятельности и для продолжения образования;
- развить общие интеллектуальные умения (сравнения, обобщения, классификации, анализа, синтеза, систематизации, абстрагирования, структурирования,

моделирования), познавательные и общие учебные умения (ставить вопросы, формулировать проблему, высказывать и проверять гипотезу, выделять общее, планировать и др.) [2].

Одним из важнейших познавательных действий, формируемых на первой ступени общего среднего образования, является умение решать возникающие проблемы или задачи. Способность составлять и решать задачи считается показателем уровня математического развития учащихся. Поэтому необходимо совершенствование методики обучения младших школьников решению текстовых задач, которые содействуют формированию у учащихся обобщенных интеллектуальных умений: анализировать и делать выводы, устанавливать связи данного объекта с другими, определять существенные признаки объекта, переносить известные способы деятельности в другие условия [2]. Научные исследования показывают, что этому служит моделирующая деятельность учащихся как универсальное умение в системе овладения начальным курсом математики. Особое значение имеет моделирование текстовых задач, которое позволяет ученикам увидеть сущность математических отношений, скрытых в предметных областях задач, содержащих различные ситуации, множества с их числовыми и искомыми характеристиками, величины и их числовые значения, или отвлеченные числа.

Проблема моделирования изучаемой информации нашла отражение в философской, психологической, педагогической литературе. Процесс моделирования и его роль в развитии личности представлен в теории поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина), в теории учебной деятельности (Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов).

В концепции учебной деятельности Эльконина-Давыдова моделирование рассматривается как учебное действие, которое должно быть сформировано у учащихся.

Педагогами-новаторами С.Н. Лысенковой, В.Ф. Шаталовым предприняты попытки разработки технологии использования схемных и знаковых моделей в образовательном процессе.

Однако практика показывает, что многие учителя испытывают затруднения в обучении учащихся начальных классов моделированию текстовых задач. Этим и определяется выбор нами проблемы исследования, целью которого является выявление факторов и условий, обеспечивающих формирование у учащихся умений строить математические модели текстовых задач и на этой основе развивать приемы логического мышления: анализ, синтез, сравнение, аналогия, обобщение, классификация.

Основная часть

В педагогической и методической литературе нет однозначного понимания, что такое модель и процесс моделирования учебной информации. В частности, на наш взгляд, значимыми являются исследования Л.М. Фридмана, посвященные использованию моделирования в обучении [3, 4, 5]. Автор определяет модель следующим образом: "Моделью некоторого объекта А (оригинала) называется объект В, в каком-то отношении подобный (аналогичный) оригиналу А, выбранный или построенный субъектом (человеком) К по крайней мере для одной из следующих целей: 1) замена А в некотором мысленном (воображаемом) или реальном действии (процессе), исходя из того, что В более удобно для этого действия в данных условиях (модель-заместитель); 2) создание представления об объекте А (реально существующем или воображаемом) с помощью

объекта В (модель-представление); 3) истолкование (интерпретация) объекта А в виде объекта В (модель-интерпретация); 4) исследование (изучение) объекта А с помощью объекта В, посредством изучения объекта В (модель исследовательская)” [3, с. 20-24]. В работах Л.М. Фрийдмана характеризуются модели трех видов: образные, или иконические; знаковые (знаково-символические); мысленные (умственные). К образным, или иконическим (картинным), моделям относятся разного рода рисунки, чертежи, схемы, передающие в образной форме структуру или другие особенности моделируемых предметов или явлений. Знаково-символические модели представляют собой запись структуры или некоторых особенностей моделируемых объектов с помощью знаков-символов какого-то искусственного языка. Примерами таких моделей являются математические уравнения. Наконец, мысленные (умственные, воображаемые) модели – наши представления о каком-либо явлении, процессе или предмете, выражающие теоретическую схему моделируемого объекта. Мысленной моделью является любое научное представление о каком-либо явлении в форме его описания на естественном языке [4, 5].

В.В. Давыдов отмечает, что моделирование – это деятельность, заключающаяся в получении новой информации в процессе оперирования знаково-символическими средствами. В ней выделяются следующие составляющие: предварительный анализ текста; перевод текста на знаково-символический язык; работа с моделью; соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью [6, с. 111-112].

В работах исследователя Л.А. Венгера сформулированы требования к обучению моделирования: “Целесообразно начинать с моделирования конкретных единичных ситуаций, а позднее – с построения моделей, имеющих обобщенный смысл; следует начинать с иконических, сохраняющих известное внешнее сходство с моделируемыми объектами, приходя к моделям, представляющим собой условно-символические изображения отношений (круги Эйлера, графики); обучение моделированию осуществляется легче, если начинается с применения готовых моделей, а затем их построения” [7, с. 83].

Исходя из вышеизложенного, под моделированием в обучении мы понимаем способ познания при выявлении и фиксации в наглядной форме тех всеобщих отношений, которые отражают научно-теоретическую сущность изучаемых объектов. Поэтому прием моделирования является основой формирования у учащихся 1-й ступени общего среднего образования умения решать текстовые задачи.

На следующем этапе исследования мы изучили возможности применения моделирования текстовых задач, имеющих место в учебных пособиях по математике для начальных классов авторов Г.Л. Муравьевой и М.А. Урбан. Следует отметить, что учебные пособия по математике для 1-х – 4-х классов содержат определенное количество разнообразных моделей текстовых задач. Так в 1-м классе из 222-х текстовых задач для 138-ми – т. е. 62% авторами разработаны различного вида модели. 115 текстовых задач, т. е. 25% имеют модели из 461-й задачи во 2-м классе. В 3-м классе из 629-ти текстовых задач для 201-й, т. е. 32% представлены модели. В 4-м классе из 515-ти текстовых задач для 124-х, т. е. 24% разработаны различного вида модели.

В целом по математике учащимся предлагается 1827 текстовых задач, из них для 578-ми, т. е. 32% задач авторами учебных пособий разработаны различного вида модели [8, 9, 10, 11].

Однако в связи с отсутствием методики применения моделирования в учебном процессе, содержание учебников используется не в полной мере. Учителя в основном строят модели задач на школьной доске, а учащиеся зрительно воспринимают их, но не участвуют в процессе моделирования.

Поэтому на следующем этапе нашего исследования поставлена цель – охарактеризовать методику формирования умений моделирования текстовых задач в начальном курсе математики. Для этого разработаны учебные ситуации, соответствующие этапам моделирования: анализ информации, ее перевод на знаково-символический язык, построение и работа с моделью задания, соотнесение полученных результатов с требованием задачи. Практика показывает, что успешной является познавательная моделирующая деятельность, если на уроках для предварительного анализа текста задачи проводится работа по выработке навыка чтения различных текстовых задач, отрабатывается скорость и осознанность чтения, проводится работа над словами-терминами. Обеспечению понимания новых слов создается предметно-лингвистический словарь, который включает определение “неясного” слова, его значение, примеры применения и предложения с новым словом. Перефразирование, постановка различных вопросов к условию задачи также способствует ее анализу.

Затем учащиеся выделяют смысловые опорные пункты в тексте задачи. Используя учебное пособие для учащихся “Рабочая тетрадь” [12], ученики подчеркивают в задачах красным карандашом основные слова, синим – числовые данные, зеленым – вопрос задачи.

Далее предлагается дополнить условие задачи числовыми данными или определить в задачах лишние данные. Учащиеся выполняют задания типа: подбери пропущенное число в условии задачи и вставь его в пустое окошко. Последующее обсуждение предложенных чисел обеспечивает подстановку данных, соответствующих содержанию задачи.

Для перевода текста на знаково-символический язык сначала в 1-м классе даются задачи без числовых данных, например: “Первоклассники сделали к празднику гирлянды. Несколько гирлянд подарили дошкольникам. Сколько гирлянд осталось у первоклассников?”. Учащимся предлагается выписать основные слова. Затем поставить между основными словами знаки “плюс” и “минус” с обоснованием своего выбора, объяснив, почему выбрали тот или иной знак. Далее анализируется, какое слово заменяет самое большое число, самое маленькое число.

На следующем этапе осуществляется построение модели задачи и работа с ней.

В начальном курсе математики составляются следующие виды моделей задач: предметные, схематические, графические, табличные, символические, а также текстовые краткие записи и диаграммы. При этом моделирование начинается с применения готовых моделей, составленных учителем или предложенных в учебных пособиях, а затем организуется их построение учащимися.

Для предметного моделирования даются задания типа: “Изобрази с помощью кружков красного и синего цвета то, о чем говорится в задаче”. Работа с построенной моделью включает выполнение заданий на достраивание, на видоизменение модели.

Следующим этапом учебного моделирования является соотнесение результатов построения информационной модели с реальностью – с текстом задачи. Проводится работа по соотнесению данных на модели с их характеристикой в тексте задачи. Например, для символического моделирования учащимся 3-го класса предлагается задача вида: “У девочки 2 000р. Цена тетради – a р., а

карандаша – v р. О чем думает девочка при выполнении каждого из следующих действий?: $2\ 000-a$, $2000-v$, $2000:a$, $2000:v$, $a+v$, $(a+v)\cdot 2$, $2000-a\cdot 3$, $2000-a-v$, $a\cdot 4$, $a-v$, $a\cdot 7-2000$, $(2000-a):v$, $2000-(a+v)$. Затем дается задание: “Поставьте вопрос задачи и выберите нужную модель (выражение, действие)”.

Учащиеся с интересом включаются в поисковую деятельность, их увлекает такая творческая работа на соотнесение условия задачи, ее вопроса и символической модели. Практика показывает, что моделирование служит формированию умений решать текстовые задачи в процессе применения следующего словесно-пошагового алгоритма.

- Прочитай задачу.
- Подчеркни опорные (основные) слова.
- Выдели числовые данные и искомые в задаче.
- Прочитай задачу и построй модель в соответствии с отношением имеющихся данных и искомым.
- С опорой на модель найди зависимость (связь) между данными и искомыми.
- Запиши решение задачи.
- Запиши ответ.
- Выполни проверку.
- Составь свой текст задачи по данной модели.

Математическому развитию учащихся служат учебные ситуации, когда ставятся проблемы по преобразованию предметных действий со множествами в символическую модель; по составлению задачи по схеме; по выбору к задаче модели; по составлению на основе работы с моделью задач, обратных данным; по видоизменению модели задачи; по выбору задачи к модели.

Так, для формирования приема сравнения учащиеся выделяют признаки одного объекта на основе сопоставления его с другим объектом. С этой целью ученики выбирают графическую модель, соответствующую текстовой задаче такого типа: “Красная лента длиннее синей на 16 дм. Чему равна длина красной ленты, если длина синей 60 дм? Чему равна длина желтой ленты, если она длиннее синей в 2 раза? На сколько дециметров желтая лента длиннее синей?”. На классной доске представлено для сравнения и выбора несколько моделей (буквами отмечен цвет ленты), одна из которых соответствует этой задаче:

Кр. _____	Кр. _____	Кр. _____
С. _____	С. _____	С. _____
Ж. _____	Ж. _____	Ж. _____

При сопоставлении моделей и данных задачи, данных и искомым, а также между собой моделей задачи, ученики овладевают приемом сравнения.

Для обеспечения аналитической деятельности учащихся важным является умение выделять объект из группы. С этой целью предлагается табличная модель условия задачи:

Цена блокнота	Количество блокнотов	Количество денег у покупателя
800 р.	5	8 000р.

Учащиеся выполняют задания вида: “На какие вопросы можно ответить, пользуясь этими данными, записью и нахождением числового значения выражения $8000-800\cdot 5$?”:

- Хватит ли денег для покупки 5-ти блокнотов?
- Сколько сдачи получит покупатель?
- Какова стоимость покупки?

Поиск ответов на эти и другие такого же вида вопросы способствует выработке умений выделять свойства, группы объектов по определенному признаку, которые обеспечивают формирование логического приема анализа.

В процессе работы над текстовыми задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз и на несколько единиц с помощью моделирования, учащиеся активно применяют прием обобщения, объединяя существенные и общие признаки объектов при выполнении заданий вида:

Сравни рисунки. Что изменилось слева направо? Что изменилось справа налево?

1-й рисунок: $000 \quad 00000$ 2-й рисунок: 00000
 00000

В какой паре рисунков изменения слева направо и справа налево можно записать сложением, вычитанием, умножением и делением? В какой паре рисунков изменения слева направо можно записать только умножением? В какой паре рисунков изменения справа налево можно записать только делением? В какой паре рисунков изменения слева направо и справа налево можно записать только сложением и вычитанием? Следует отметить, что такого типа задания обобщают знания учащихся и о конкретном смысле изучаемых арифметических действий.

В результате экспериментального исследования по обучению учащихся моделированию учебной информации, по использованию моделей для развития логического мышления учащихся, по формированию умений устанавливать признаки сходства и различия между объектами (выделять свойства объектов, распределять их по классам, объединять по общим и существенным признакам) проведенного на базе учебно-научно-консультационного центра в СШ № 45 г. Витебска, ученики показали высокий уровень сформированности умений решать текстовые задачи. Это свидетельствует о том, что использование моделирования при решении текстовых задач обеспечивает качественный их анализ, осознанный поиск их решения, обоснованный выбор арифметического действия и предупреждает многие ошибки учащихся.

Заключение

Таким образом, результаты проведенного исследования свидетельствуют о том, что в процессе моделирования текстовых задач учащиеся отображают математическую сущность рассматриваемых в задаче объектов и отношений между ними. Обучение моделированию включает ряд этапов: подготовительные упражнения, обеспечивающие анализ текста задачи, усвоение символического языка, перевод текста задачи на язык, на котором строится модель, и систематическая работа по освоению моделей тех отношений, которые рассматриваются в задачах всех видов, включенных в начальный курс математики.

Для формирования умений моделирования различной математической информации наряду с построением моделей текстовых задач учащиеся овладевают способами выбора нужной модели, переходу от одной модели к другой, преобразованию построенных моделей.

Исследование показывает, что использование символических средств при построении моделей для задач с различными сюжетами и разных типов способствует математическому развитию учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кодекс Республики Беларусь об образовании. – Минск : Нац. центр правовой информ. Респ. Беларусь, 2011. – 400 с.
2. Адукацыйны стандарт вучэбнага прадмета “Матэматыка” (I–XI класы) // Пачатковае навучанне: сям’я, дзіцячы сад, школа. – 2010. – № 5. – С. 3–4.
3. **Фридман, Л.М.** Наглядность и моделирование в обучении / Л.М. Фридман. – М. : Знание, 1984. – 80 с.
4. **Фридман, Л.М.** Использование моделирования в обучении / Л.М. Фридман // Вестник Челябинского государственного педагогического института. Серия 2, Педагогика. Психология. Методика преподавания. – 1995. – № 1. – С. 88–93.
5. **Фридман, Л.М.** Теоретические основы методики обучения математике / Л.М. Фридман. – М. : Либроком, 2009. – 248 с.
6. **Давыдов, В.В.** Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В.В. Давыдов. – М. : Педагогика, 1986. – 240 с.
7. **Венгер, Л.А.** Домашняя школа мышления / Л.А. Венгер, А.Л. Венгер. – М. : Просвещение, 1975. – 313 с.
8. **Муравьева, Г.Л.** Математика : учебное пособие для 1-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г.Л. Муравьева, М.А. Урбан. – Минск : Нац. ин-т образования, 2011. – Ч. 1. – 104 с.; Ч. 2. – 144 с.
9. **Муравьева, Г.Л.** Математика : учебное пособие для 2-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г.Л. Муравьева, М.А. Урбан. – Минск : Нац. ин-т образования, 2012. – Ч. 1. – 128 с.; Ч. 2. – 144 с.
10. **Муравьева, Г.Л.** Математика : учебное пособие для 3-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г.Л. Муравьева, М.А. Урбан. – Минск : Нац. ин-т образования, 2013. – Ч. 1. – 136 с.; Ч. 2. – 145 с.
11. **Муравьева, Г.Л.** Математика : учебное пособие для 4-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г.Л. Муравьева, М.А. Урбан. – Минск : Нац. ин-т образования, 2014. – Ч. 1. – 121 с.; Ч. 2. – 137 с.
12. Математика. Рабочая тетрадь : учебное пособие для 1-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г.Л. Муравьева [и др.]. – Минск : Нац. ин-т образования, 2011. – Ч. 1. – 138 с.