

## **ДИСЛОКАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НАНОДВОЙНИКОВОГО КОМПОЗИТА**

*Разработана дислокационная мезоскопическая модель нанокompозита, содержащего остаточные нанодвойники линзовидной формы. Показано, что нанодвойники способствуют локализации напряжений, относительной объемной дилатации и зарождению новой фазы, образование которой вдали от источников напряжений невозможно.*

### **Введение**

Экспериментально явление механического нанодвойникования, заключающееся в формировании остаточных наноразмерных двойников под действием приложенной к поверхности нагрузки, рассмотрено в работе [1].

В работах [2] – [5] разработана дислокационная модель нанодвойника. При этом предложено использовать нанодвойникование для синтеза материалов нового поколения – нанокомпозитов с управляемым распределением нанофаз, образующихся внутри нанодвойников, или у их границ в матрице несдвойникового материала [3].

Целью данной работы стала разработка дислокационной модели нанокомпозита синтезированного на основе явления нанодвойникования.

#### Постановка задачи

На рис. 1 представлено схематическое изображение нанодвойникового композита в виде упорядоченно (рис. 1, б и в) и неупорядоченно (рис. 1, г) распределенных нанодвойников в однородном и изотропном твердом теле. На рис. 1 показаны фрагменты таких тел вдали от их поверхностей для исключения необходимости учета ее роли в формировании напряженно-деформированного состояния.

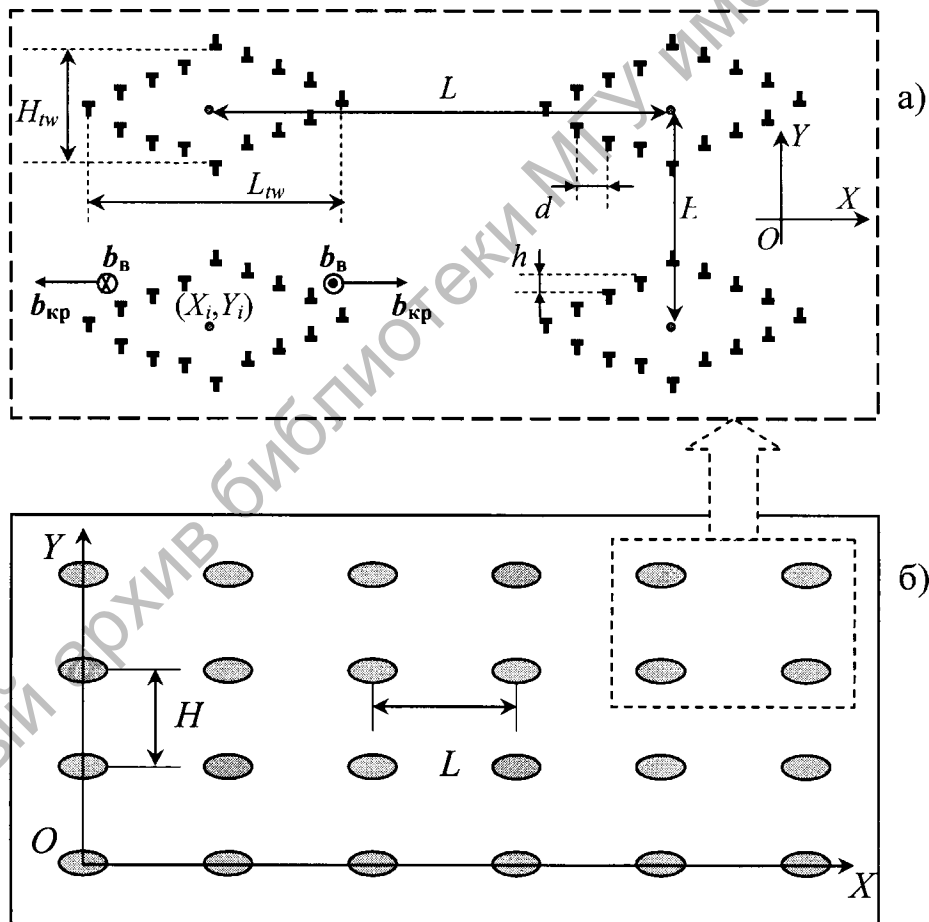


Рис. 1. Схематическое изображение нанодвойникового композита:  
а) дислокационная модель; б) композит с упорядоченным расположением в нем нанодвойников

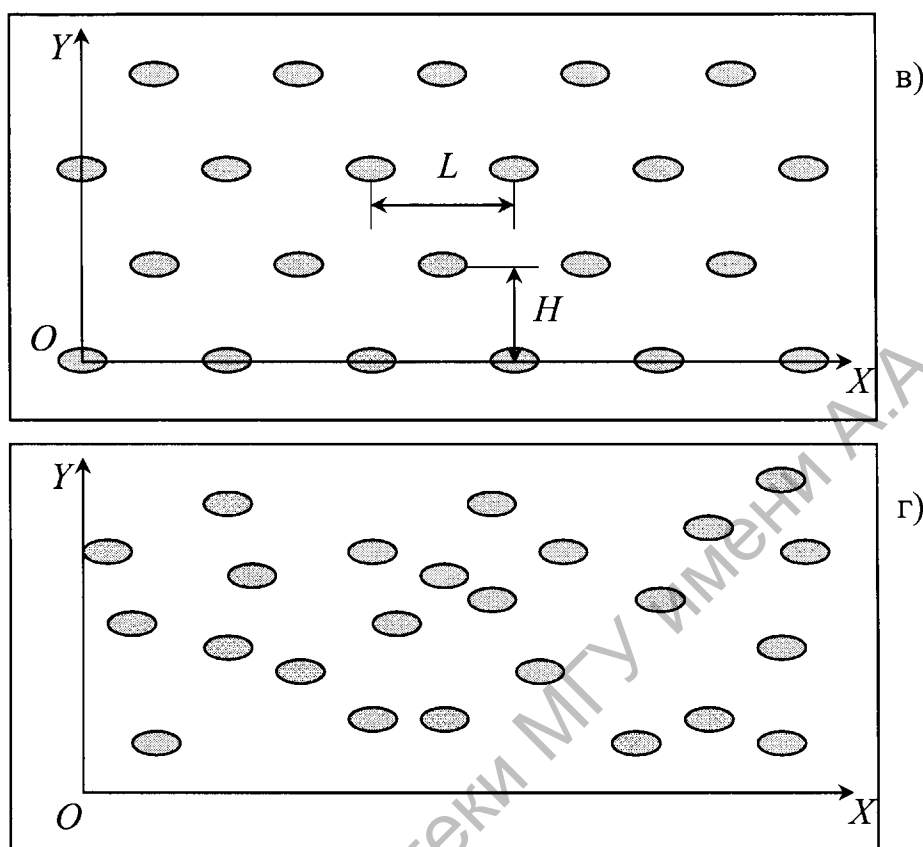


Рис. 1. Схематическое изображение нанодвойникового композита:  
 в) композит, в котором нанодвойники расположены в шахматном порядке;  
 г) композит с хаотическим распределением нанодвойников

В работах [2] – [5] модель единичного нанодвойника разрабатывалась по аналогии с моделью макроскопического двойника линзовидной формы [6], [7]. Отличительной особенностью модели нанодвойника по сравнению с макродвойником, рассмотренным в [6], [7], является дискретное, а не непрерывное, как в [6], [7], распределение на границах конечного числа двойникующих дислокаций. Более того, в [2] – [5] не используется приближение тонкого двойника, принятое в [6], [7].

По аналогии с [4], [5] не трудно показать, что для линзовидного нанодвойника с центром симметрии в точке с координатами  $(X_i, Y_i)$  функция напряжений Эйри, обусловленная краевой составляющей частичной двойникующей дислокации, имеет вид

$$\psi_{\text{кр}}(x, y) = -\frac{\mu b_{\text{кр}}}{4\pi(1-\nu)} \times$$

$$\times \left( \sum_{n=0}^N (y + nh - Y_i) \ln \left( (x + nd - L_{\text{тв}} - X_i)^2 + (y + nh - Y_i)^2 \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{n=0}^{N-1} (y + nh - Y_i) \ln \left( (x - nd + L_{tw} - X_i)^2 + (y + nh - Y_i)^2 \right) + \\
& + \sum_{n=1}^{N-1} (y - nh - Y_i) \ln \left( (x + nd - L_{tw} - X_i)^2 + (y - nh - Y_i)^2 \right) - \\
& - \sum_{n=1}^N (y - nh - Y_i) \ln \left( (x - nd + L_{tw} - X_i)^2 + (y - nh - Y_i)^2 \right) \Bigg), \quad (1)
\end{aligned}$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b_{кр}$  – модуль краевой составляющей вектора Бюргера частичной двойнивающей дислокации;  $p$  – индекс суммирования;  $d$  и  $h$  – проекции, соответственно, на оси  $OX$  и  $OY$  отрезка, соединяющего две соседние дислокации;  $L_{tw}$  – половина длины нанодвойника;  $N$  – число дислокаций на каждой из выделенных четырех границ двойника (рис. 1, а).

Для нанодвойникового композита с упорядоченным расположением нанодвойников, как на рис. 1, б, формула (1) преобразуется в

$$\begin{aligned}
\psi_{кр}(x, y) = & - \frac{\mu b_{кр}}{4\pi(1-\nu)} \times \\
& \times \left( \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (y + nh - kH) \ln \left( (x + nd - L_{tw} - mL)^2 + (y + nh - kH)^2 \right) - \right. \\
& - \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} (y + nh - kH) \ln \left( (x - nd + L_{tw} - mL)^2 + (y + nh - kH)^2 \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} (y - nh - kH) \ln \left( (x + nd - L_{tw} - mL)^2 + (y - nh - kH)^2 \right) - \\
& \left. - \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N (y - nh - kH) \ln \left( (x - nd + L_{tw} - mL)^2 + (y - nh - kH)^2 \right) \right), \quad (2)
\end{aligned}$$

где  $k$  и  $m$  – индексы суммирования;  $K$  и  $M$  – количество строк и столбцов соответственно, составленных из единичных нанодвойников;  $L$  и  $H$  – расстояния вдоль оси  $OX$  и  $OY$ , соответственно, между ближайшими нанодвойниками.

Для ситуации, представленной на рис. 1, в, получим функцию напряжений Эйри в следующем виде:

$$\psi_{кр}(x, y) = \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varphi_{1чт} (x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - 2kH) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_{2\text{чт}}(x - nd + L_{\text{tw}} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varphi_{3\text{чт}}(x + nd - L_{\text{tw}} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varphi_{4\text{чт}}(x - nd + L_{\text{tw}} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varphi_{1\text{нчт}}\left(x + nd - L_{\text{tw}} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y + nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_{2\text{нчт}}\left(x - nd + L_{\text{tw}} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y + nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varphi_{3\text{нчт}}\left(x + nd - L_{\text{tw}} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y - nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varphi_{4\text{нчт}}\left(x - nd + L_{\text{tw}} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y - nh - (2k-1)H\right), \quad (3)
\end{aligned}$$

где  $\varphi_{p\text{чт}}$  и  $\varphi_{p\text{нчт}}$  – соответствующие четной или нечетной, соответственно, строке нанодвойников составляющие функции Эйри, связанные с  $p$ -ой ( $p = 1, 2, 3$  или  $4$ ) границей линзовидного нанодвойника, приближенно представляемого в виде ромба [4], [5].

Для нанодвойникового композита с хаотическим распределением нанодвойников (рис. 1, г) в (1) координаты  $(X_i, Y_i)$  задаются случайным образом с помощью генератора случайных чисел.

### Результаты расчетов и их обсуждение.

Знание функции напряжений Эйри позволяет перейти к расчету компонент тензора напряжений [8]

$$\left. \begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \psi_{\text{кр}}}{\partial x^2} \\
\sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \psi_{\text{кр}}}{\partial y^2} \\
\sigma_{xy} &= -\frac{\partial^2 \psi_{\text{кр}}}{\partial xy}
\end{aligned} \right\}.$$

Тензор напряжений по закону Гука связан с тензором деформаций  $\varepsilon_{ij}$ , который в свою очередь связан со смещениями  $u_i$  соотношением Коши [8], [9].

Таким образом, поля смещений  $u_i(x, y)$ , деформаций  $\varepsilon_{ij}(x, y)$  и напряжений  $\sigma_{ij}(x, y)$  в нанодвойниковом композите, представленном на рис. 1, б, могут быть найдены из следующих обобщенных соотношений:

$$\begin{aligned}
 u_i(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N u_i^{(1)}(x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} u_i^{(2)}(x - nd + L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} u_i^{(3)}(x + nd - L_{tw} - mL, y - nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N u_i^{(4)}(x - nd + L_{tw} - mL, y - nh - kH); \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varepsilon_{ij}^{(1)}(x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(2)}(x - nd + L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(3)}(x + nd - L_{tw} - mL, y - nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{ij}^{(4)}(x - nd + L_{tw} - mL, y - nh - kH); \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sigma_{ij}^{(1)}(x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{ij}^{(2)}(x - nd + L_{tw} - mL, y + nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \sigma_{ij}^{(3)}(x + nd - L_{tw} - mL, y - nh - kH) + \\
 & + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{ij}^{(4)}(x - nd + L_{tw} - mL, y - nh - kH). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Для нанодвойникового композита, схематически представленного на рис. 1, в, получим

$$\begin{aligned}
u_i(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N u_i^{(1)\text{чт}}(x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} u_i^{(2)\text{чт}}(x - nd + L_{tw} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} u_i^{(3)\text{чт}}(x + nd - L_{tw} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N u_i^{(4)\text{чт}}(x - nd + L_{tw} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N u_i^{(1)\text{нчт}}\left(x + nd - L_{tw} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y + nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} u_i^{(2)\text{нчт}}\left(x - nd + L_{tw} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y + nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} u_i^{(3)\text{нчт}}\left(x + nd - L_{tw} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y - nh - (2k-1)H\right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N u_i^{(4)\text{нчт}}\left(x - nd + L_{tw} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y - nh - (2k-1)H\right); \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varepsilon_{ij}^{(1)\text{чт}}(x + nd - L_{tw} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(2)\text{чт}}(x - nd + L_{tw} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(3)\text{чт}}(x + nd - L_{tw} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{ij}^{(4)\text{чт}}(x - nd + L_{tw} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varepsilon_{ij}^{(1)\text{нчт}}\left(x + nd - L_{tw} - \left(m + \frac{1}{2}\right)L, y + nh - (2k-1)H\right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(2)\text{нчт}} \left( x - nd + L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y + nh - (2k-1)H \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(3)\text{нчт}} \left( x + nd - L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y - nh - (2k-1)H \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{ij}^{(4)\text{нчт}} \left( x - nd + L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y - nh - (2k-1)H \right); \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sigma_{ij}^{(1)\text{чт}} (x + nd - L_{\text{rw}} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{ij}^{(2)\text{чт}} (x - nd + L_{\text{rw}} - mL, y + nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \sigma_{ij}^{(3)\text{чт}} (x + nd - L_{\text{rw}} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{ij}^{(4)\text{чт}} (x - nd + L_{\text{rw}} - mL, y - nh - 2kH) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sigma_{ij}^{(1)\text{нчт}} \left( x + nd - L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y + nh - (2k-1)H \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{ij}^{(2)\text{нчт}} \left( x - nd + L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y + nh - (2k-1)H \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \sigma_{ij}^{(3)\text{нчт}} \left( x + nd - L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y - nh - (2k-1)H \right) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{ij}^{(4)\text{нчт}} \left( x - nd + L_{\text{rw}} - \left( m + \frac{1}{2} \right) L, y - nh - (2k-1)H \right). \quad (9)
\end{aligned}$$

При хаотическом распределении нанодвойников в композите (рис. 1, г) получим:

$$\begin{aligned}
u_i(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N u_i^{(1)} (x + nd - L_{\text{rw}} - X_i, y + nh - Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} u_i^{(2)} (x - nd + L_{\text{rw}} - X_i, y + nh - Y_i) +
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} u_i^{(3)}(x+nd-L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N u_i^{(4)}(x-nd+L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i); \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varepsilon_{ij}^{(1)}(x+nd-L_{rw}-X_i, y+nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(2)}(x-nd+L_{rw}-X_i, y+nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \varepsilon_{ij}^{(3)}(x+nd-L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{ij}^{(4)}(x-nd+L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i); \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}(x, y) = & \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \sigma_{ij}^{(1)}(x+nd-L_{rw}-X_i, y+nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{ij}^{(2)}(x-nd+L_{rw}-X_i, y+nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N-1} \sigma_{ij}^{(3)}(x+nd-L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i) + \\
& + \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{ij}^{(4)}(x-nd+L_{rw}-X_i, y-nh-Y_i). \quad (12)
\end{aligned}$$

Относительная объемная дилатация рассчитывается по формуле [10]

$$\frac{\Delta V(x, y)}{V} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx}(x, y) + \sigma_{yy}(x, y)) [1 - \mu(2\mu + 1)], \quad (13)$$

где  $V$  – объем;  $E$  – модуль Юнга.

Распределение легирующего компонента в нанодвойниковом композите определяется из соотношения [2, 8]

$$C(x, y) = C_0 \exp\left(-\frac{U(x, y)}{kT}\right), \quad (14)$$

где  $C_0$  – концентрация легирующего компонента вдали от внутренних источников напряжений;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная

температура;  $U(x, y)$  – энергия взаимодействия атомов легирующего компонента с клиновидным двойником, которая находится по формуле [2, 8]

$$U(x, y) = -\frac{4}{3} \pi r^3 \varepsilon (\sigma_{xx}(x, y) + \sigma_{yy}(x, y) + \sigma_{zz}(x, y)). \quad (15)$$

Здесь  $r$  – радиус атома матрицы;  $\varepsilon = (r - r_0)/r$  – малый параметр ( $r_0$  – радиус атома легирующего компонента);  $\sigma_{xx}(x, y)$ ,  $\sigma_{yy}(x, y)$  и  $\sigma_{zz}(x, y)$  – нормальные компоненты тензора напряжений, которые, как и в случае (13), находятся по формулам (6), (9) или (12).

Пример расчетов для монокристаллического железа с нанодвойниковыми включениями представлен на рис. 2. При расчетах принималось:  $\nu = 0,33$ ;  $N = 10$ ;  $M = 20$ ;  $K = 20$ ;  $L = 20$  нм;  $H = 10$  нм;  $d = 3$  нм;  $h = 1,5$  нм;  $b_{кр} = 0,168$  нм;  $m = 81$  ГПа;  $E = 200$  ГПа;  $r_0 = 0,97$  А (радиус атома бора);  $r = 1,27$  А;  $T = 300$  К;  $C_0 = 25$  ат. %.

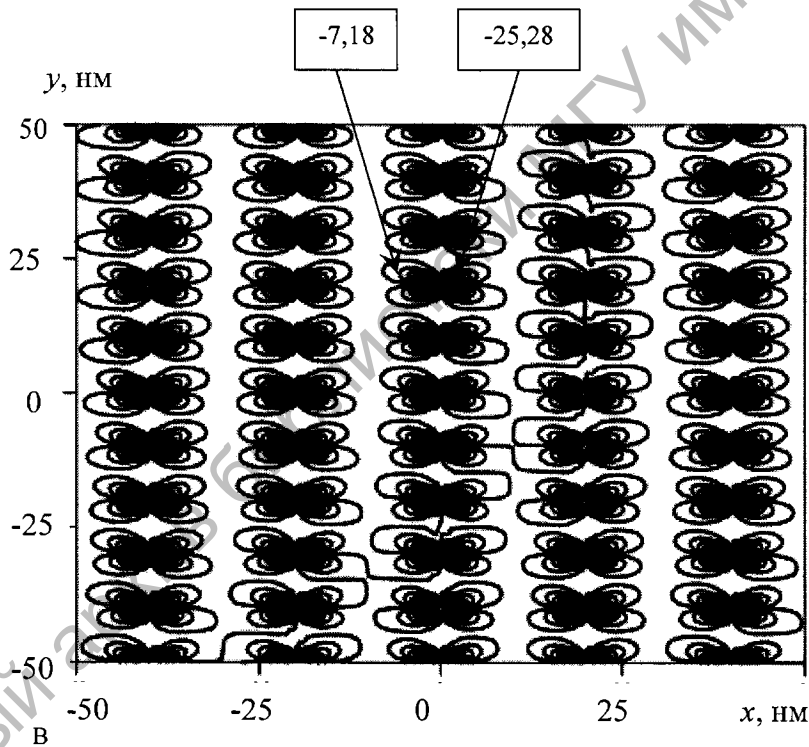


Рис. 2. Распределение сдвиговых напряжений  $\sigma_{xy}$  (а) в упорядоченном нанодвойниковом композите

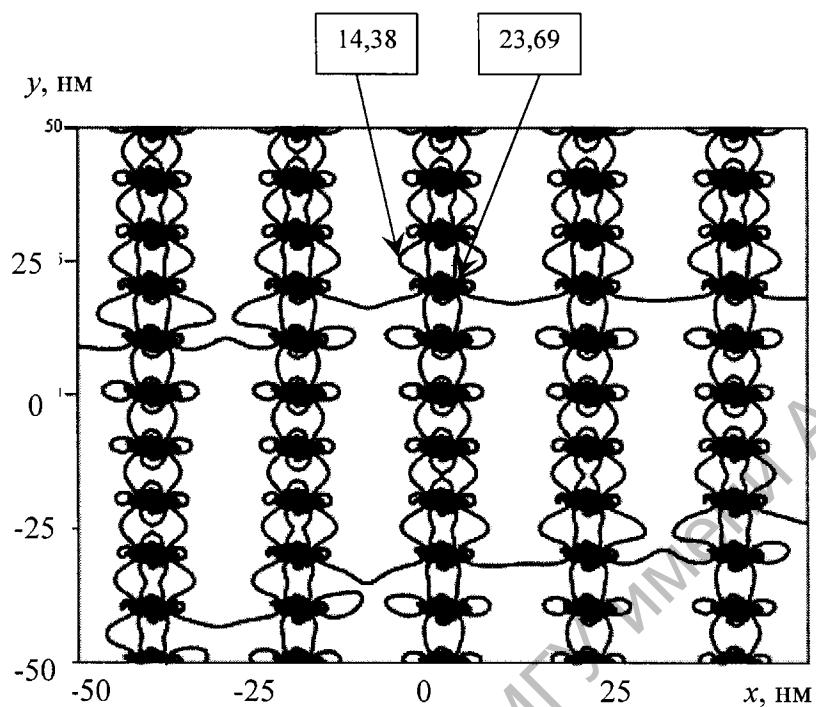


Рис. 2. Распределение легирующего компонента (б) в упорядоченном нанодвойниковом композите

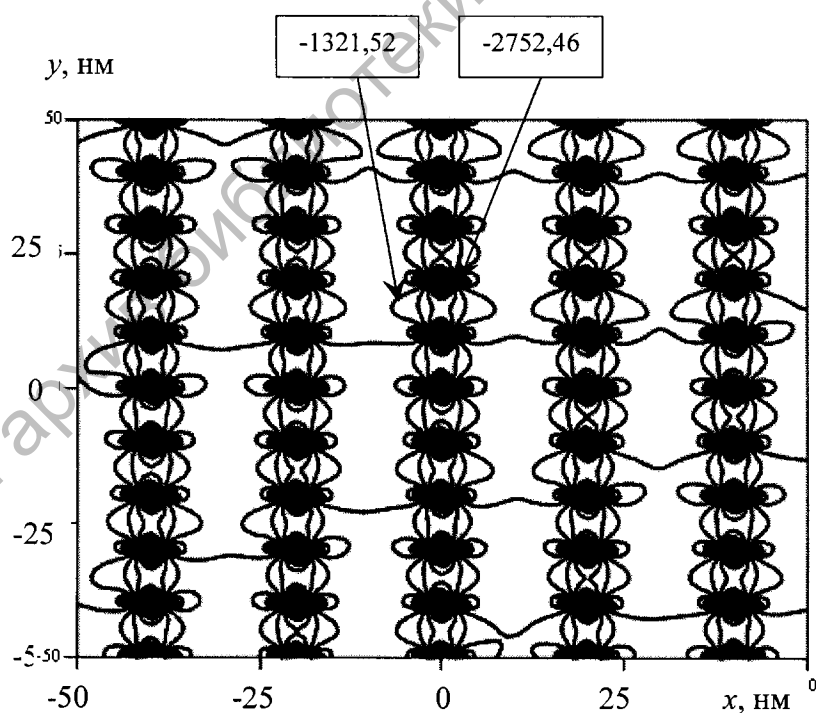


Рис. 2. Распределение относительной объемной дилатации (в) в упорядоченном нанодвойниковом композите

Как видно из рис. 2(а), нанодвойниковые включения являются концентраторами больших внутренних напряжений и дилатаций, что приводит к миграции примесей и легирующего компонента к нанодвойникам, способствуя гетерогенному образованию зародышей новой фазы, образование которой вдали от источников напряжений маловероятно.

### Заключение

Таким образом, разработана дислокационная модель нанодвойникового композита. В модели использовано дискретное суммирование вклада двойникующих дислокаций в напряженно-деформированное состояние, обусловленное нанодвойниками. Показано, что нанодвойники в нанокompозите являются источниками больших внутренних напряжений и дилатаций, что способствует зарождению новых фаз.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Остриков, О.М.** Нанодвойникование монокристаллов висмута / О.М. Остриков // Изв. вузов. Сер. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51 – 52.
2. **Остриков, О.М.** Формирование наноразмерных фаз в нанодвойниках / О.М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2006. – № 3. – С. 3 – 7.
3. **Остриков, О.М.** Нанодвойникование, как эффективный способ формирования композитов с наноразмерными включениями / О.М. Остриков // Структурные основы модификации материалов методами нетрадиционных технологий. Тез. докл. конф. – Обнинск : ИАТЭ. 2007. – С. 89–90.
4. **Остриков, О.М.** Механика двойникования твердых тел : монография. / О.М. Остриков. – Гомель: Учреждение образования “Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого”, 2008. – 301 с.
5. **Остриков, О.М.** Дислокационная модель нанодвойника / О.М. Остриков // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2008. – № 5. – С. 124–129.
6. **Косевич, А.М.** Соотношение между дислокационной теорией двойников и макроскопической теорией Лифшица / А.М. Косевич, Л.А. Пастур // Физика твердого тела. – 1963. – Т. 5. – № 7. – С. 1970–1978.
7. **Косевич, А.М.** Дислокации в теории упругости / А.М. Косевич. – Киев : Наук. думка, 1978. – 220 с.
8. **Хирт, Дж.** Теория дислокаций / Дж. Хирт, И. Лоте. – М. : Атомиздат, 1972. – 600 с.
9. **Работнов, Ю.Н.** Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М. : Наука, 1988. – 712 с.
10. **Грабский, М.В.** Структура границ зерен в металлах / М.В. Грабский. – М. : Металлургия, 1972. – 160 с.

Поступила в редакцию 14.09.2012 г.