УДК 550.388.2

А.В. ВОЛОСЕВИЧ, Ю.Ф. ЗАРНИЦКИЙ

ОБОБЩЕННАЯ ТЕОРИЯ ФАРЛЕЙ-БУНЕМАНОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

На основе магнитогидродинамической системы уравнений рассматривается теоретическая модель формирования неоднородностей электронной плотности в авроральной Е-области ионосферы. Получены законы дисперсии и инкременты нарастания волн для реальных физических условий. Основное внимание уделяется исследованию дисперсионных свойств ФБ волн, в области срыва неустойчивости, где дисперсионные соотношения становятся нелинейными. Показано, что в высокочастотной части спектра неустойчивости закон дисперсии становится нелинейным, что приводит к стабилизации неустойчивости.

Введение

В экспериментах по авроральному рассеянию радиоволн в Е-области ионосферы были обнаружены интенсивные электростатические структуры, связанные с возмущениями фоновой электронной плотности. Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования этого уникального явления, связанного с полярными сияниями и магнитными бурями, получило название “радиоаврора”. В результате проведенного исследования на протяжении более 50 лет [1-8] были выявлены основные особенности радиоотражений: их ракурсная чувствительность, частотный диапазон генерации волн, интервал фазовых скоростей движения этих неоднородностей, а также были определены области параметрического пространства (высотная, частотная и азимутальная зависимость), в котором возникают неоднородности.

Основой большинства теоретических и численных моделей является предположение о возникновении плазменных неустойчивостей в Е-области авроральной ионосферы. В этих работах предполагалось, что основной причиной возбуждения неустойчивостей является протекание холловских токов в замагниченной слабоионизированной плазме, в высотной области ионосферы 95-120 км, т.е. там, где выполняются условия замагниченности для электронов $\omega_{Be} >> \nu_e$ и незамагниченности для ионов $\omega_{Bi} \ll \nu_i$. (ω_{Be}, ω_{Bi} – гирочастоты электронов, ионов, ν_e, ν_i – частоты столкновений электронов, ионов с нейтралами). Такая неустойчивость известна как модифицированная двухпотоковая неустойчивость или Фарлей-Бунемановская (ФБ) неустойчивость в слабоионизированной плазме и изучалась в работах [1-5]. В линейной теории определялись пороговые значения электрического поля для возбуждения неустойчивости, фазовые скорости возбуждаемых ФБ волн. Для стабилизации этой неустойчивости исследовались различные нелинейные механизмы: квазилинейное ограничение амплитуды за счет турбулентного нагрева, нелинейное взаимодействие волн, наличие эффективных столкновений [4–7]. Были предприняты многочисленные попытки согласовать выводы линейной и нелинейной теории с экспериментальными данными радарных и ракетных экспериментов. Однако рассчитанные на основе этих теорий диапазоны частот неустойчивых волн, фазовых скоростей, ракурсных и азимутальных углов, а также интервал высот ионосферы во многих случаях противоречили результатам экспериментального исследования аврорального рассеяния радиоволн и не соответствовали, как линейным, так и нелинейным теориям. Например, в экспериментах было обнаружено:

а) зависимость фазовой скорости неустойчивых ФБ волн от дрейфовой скорости электронов $\vec{V}_0 = [\vec{E}, \vec{B}_0] / B^2$ не являлась линейной, а предельная фазовая скорость приблизительно совпадала со скоростью звука в плазме $c_s^{\ 2} = k_b(T_e + T_i) / m_i$ – (где T_e, T_i – температура электронов, ионов, m_i – масса иона и k_b – постоянная Больцмана);

в) не подтверждалась сильная ракурсная чувствительность, предсказанная теорией, трудно было объяснить наблюдение радиоотражений с ракурсными углами вплоть до 14^0;

с) частотный диапазон возбуждаемых волн не соответствовал линейной теории, были обнаружены радиоотражения с частотами до 3000 МГц.

Таким образом, несмотря на успехи известных теоретических моделей, из результатов экспериментального исследования механизмов формирования авроральных неоднородностей следует, что существуют значительные противоречия и трудности при интерпретации экспериментальных данных по авроральному рассеянию радиоволн.

Данная работа посвящена обобщению известных линейных теоретических моделей ФБ неустойчивостей применительно к реальным физическим условиям в ионосфере. Особое внимание уделяется сравнению простых гидродинамических моделей, которые допускают аналитическое решение, с кинетическими моделями [2, 3, 5, 7, 8]. Основной проблемой теоретических моделей является исследование дисперсионных соотношений ФБ волн, которые определяют эффективность нелинейных механизмов стабилизации ФБ неустойчивости.

Основная часть

Ниже исследуем возбуждение ФВ неустойчивости в рамках магнитогидродинамической МГД модели. Заметим, что наиболее точное решение проблемы дает рассмотрение кинетической теории движения заряженных частиц совместно с системой уравнений для электростатического поля. Эта теория рассматривалась впервые в работе [2–5], а также в работах с использованием метода компьютерного моделирования [2, 3]. Однако при таком подходе не удается в аналитической форме определить закон дисперсии, условия нарастания волн, а также выяснить физические механизмы формирования нелинейных электростатических структур в столкновительной ионосферной плазме. Эти вопросы особенно важны для интерпретации известных экспериментальных результатов по авроральному рассеянию радиоволн.

Ниже рассмотрим простую гидродинамическую модель и ее аналитическое решение и сравним его с результатами, полученными в рамках кинетической модели.

В общем случае запишем магнитогидродинамическую систему уравнений движения заряженных частиц сорта α, где $\alpha = i, e$ (ионы, электроны) совместно с уравнениями для электростатического поля.

$$m_\alpha \partial_t \vec{\upsilon}_\alpha = e_\alpha \left(\vec{\mathrm{E}} + \left[\vec{\upsilon}_\alpha, \vec{B} \right] \right) - m_\alpha \nu_\alpha \vec{\upsilon}_\alpha - \frac{V_{T\alpha}{}^2 \nabla n_\alpha}{n_\alpha} m_\alpha, \qquad (1)$$

$$\partial_t n_\alpha + \nabla \left(n_\alpha \vec{\upsilon}_\alpha \right) = 0, \qquad (2)$$

$$div \vec{\mathrm{E}} = e\left(n_i - n_e \right) / \varepsilon_0, \qquad (3)$$

где $V_{T\alpha}{}^2 = k_b T_\alpha / m_\alpha$ – тепловая скорость частиц, k_b – постоянная Больцмана, $\vec{\upsilon}_\alpha$, n_α, T_α, m_α – скорость, масса, температура и плотность заряженных частиц сорта α. ν_i, ν_e – частоты столкновений ионов и электронов с нейтралами.

Далее рассмотрим динамику электронов и ионов применительно к физическим условиям в авроральной ионосфере.

Динамика электронов

Динамика электронов описывается системой уравнений:

$$\partial_t \vec{\upsilon}_e + \vec{\upsilon}_e \nabla \vec{\upsilon}_e = e \nabla \varphi / m_e + \omega_{be} [\vec{\upsilon}_e, e_z] - \nu_e \vec{\upsilon}_e - V_{Te}{}^2 \nabla N_e \qquad (4)$$

$$\partial_t n_e + \nabla \left(n_e \vec{\upsilon}_e \right) = 0 \cdot \qquad (5)$$

Здесь приняты следующие обозначения $\omega_{be} = eB_0 / m_e, \nu_e$, $\upsilon_{te} = k_d T_e / m_e$ – гирочастота, частота столкновений электронов с нейтралами, тепловая скорость, k_b – постоянная Больцмана, $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$, $\vec{e}_z$ – единичный вектор в направлении постоянного магнитного поля.

Пренебрегая нелинейными эффектами и проводя процедуру линеаризации, полагаем

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathrm{E}}_0 + \vec{\mathrm{E}}_1, \; \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1, \; n = n_0 + n_1, \qquad (6)$$

где $\vec{\mathrm{E}}_1, \vec{V}_1, n_1$ – величины I порядка малости пропорциональные $\sim \exp(-i\,(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ ($\vec{k}$ – волновой вектор, ω – частоты волны). Предполагаем, наличие потенциального электрического поля $\vec{E} = -\nabla \varphi$, ($\varphi$ – электростатический потенциал), наличие постоянного магнитного поля $\vec{B}_0$, направленного вдоль оси Z и электрического поля $\vec{E}_0$ ортогонального магнитному полю. Эти поля вызывают постоянный дрейф электронов со скоростью $V_0 = [E, B_0]/B^2$, ортогонально этим постоянным полям. Постоянным дрейфом ионов пренебрегаем в силу их незамагниченности, т.е. в силу условий $\omega_{Bi} \ll \nu_e$. Заметим, что наличие постоянного дрейфа электронов является основной причиной возникновения неустойчивости. При этих предположениях из уравнения (4) можно определить скорость электронов, обусловленную возмущениями электронной плотности и электрического поля:

$$\vec{\upsilon}_\perp = \frac{\vec{k}_\perp \upsilon_{te}^2}{\tilde{\omega}_e} \frac{(N_e - \Phi)}{(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\tilde{\omega}_e^2})} \qquad (7)$$

$$\vec{\upsilon}_\| = \frac{\vec{k}_\| \upsilon_{te}^2}{\tilde{\omega}_e}(N_e - \Phi), \qquad (8)$$

где $\Phi = e\varphi / k_b T_e$ – нормированный электростатический потенциал, $N = n_e / n_0$ – относительная электронная плотность, k_b – постоянная Больцмана, T_e – температура электронов $\tilde{\omega}_e = \omega' + i\nu_e$, $\omega' = \omega - kV_0$.

Подставляя соотношения (7) и (8) в уравнение (5) получаем соотношение для относительной плотности электронов

$$N_e = \frac{\hat{k}^2 \upsilon_{te}^2}{\hat{k}^2 \upsilon_{te}^2 + \frac{\omega_{be}^2 \omega'}{\tilde{\omega}_e}} \Phi. \qquad (9)$$

Здесь принято обозначение $\hat{k}^2 = k^2 (1 + \frac{k_\|^2}{k^2}(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\tilde{\omega}^2})$. (10)

Заметим, что, полагая $k_\|^2 / k^2 = \sin^2\psi$, ($\psi$ – ракурсный угол – угол между волновым вектором и плоскостью ортогональной направлению магнитного поля), можно сделать вывод, что параметр $\hat{k}^2$ определяет ракурсную чувствительность радиоотражений, причем степень ракурсной чувствительности при постоянном магнитном поле зависит только от частоты столкновений электронов с нейтралами или эффективными столкновениями (концепция эффективных столкновений). Отсюда можно сделать вывод, что при увеличении частоты столкновений, например, за счет нагрева электронов, ракурсная чувствительность ослабевает и диапазон возможных ракурсных углов расширяется.

В частном случае при выполнении условия $\left|\omega - \vec{k}\vec{V}_0\right| \ll \nu_e$ соотношение (10) сводится к виду

$$\hat{k}^2 = k^2 (1 + \frac{k_\|^2}{k^2} \frac{\omega_{be}^2}{\nu_e^2}) = k^2 (1 + \sin^2(\psi) \frac{\omega_{be}^2}{\nu_e^2}). \qquad (11)$$

Соотношение (11) определяет характер ракурсной чувствительности.

Динамика ионов

Динамику ионов будем рассматривать на основе упрощенной магнитогидродинамической модели, предполагая ионы незамагниченными в силу условия $\nu_i \gg \omega_{bi}$, которое приблизительно выполняется в Е-области ионосферы. В расчетных моделях не трудно учесть дрейф ионов. Однако будем учитывать наличие ионной динамической вязкости, и, как покажем ниже, этот эффект эквивалентен учету затухания Ландау на ионах в кинетической модели. Запишем МГД систему уравнений для ионов:

$$\partial_t \vec{\upsilon}_i + \vec{\upsilon}_i \nabla \vec{\upsilon}_i = -e\nabla\varphi / m_i - \nu_i \vec{\upsilon}_i - V_{Ti}{}^2 \nabla N_i - \eta_i \Delta \upsilon_i, \tag{12}$$

$$\partial_t n_i + \nabla\left(n_i \vec{\upsilon}_i\right) = 0. \tag{13}$$

Здесь обозначено: η_i – коэффициент динамической вязкости [5].

Из системы уравнений (12) и (13), используя метод малых возмущений (6), получаем соотношение для относительной ионной плотности $N_i = n_i / n_0$:

$$N_i = \frac{\tau k^2 \upsilon_{ti}^2}{\tilde{\omega}_i \omega - k^2 \upsilon_{ti}^2} \Phi, \tag{14}$$

где $\tilde{\omega}_i = \omega + i\hat{\nu}_i$, $\hat{\nu}_i = \nu_i (1 + \eta_i \dfrac{k^2 \upsilon_{ti}^2}{\nu_i^2})$ $\tau = T_e / T_i$. (15)

Соотношение (14) можно записать в обобщенном виде, учитывая (15) и вводя функцию, $f(\omega, \nu_i)$, которая по-разному записывается в низкочастотной и высокочастотной области неустойчивости

$$N_i = \frac{\tau k^2 \upsilon_{ti}^2}{\omega(\omega + i\nu_i) - k^2 \upsilon_{ti}^2 f(\omega, \nu_i)} \Phi. \tag{16}$$

Для низкочастотной области $\omega \ll \nu_i$ с точностью до величин первого порядка малости можно записать

$$f(\omega, \nu_i) = 1 - i\eta_i \omega / \nu_i. \tag{17}$$

Заметим, что используя кинетическую модель, рассмотренную в работах [8] для низкочастотной области можно определить эту функцию в виде $f(\omega, \nu_i) = 1 - 2i\omega / \nu_i$, что совпадает с определением (17) при $\eta_i = 2$.

Для высокочастотной области $\omega \gg \nu_i$, аналогично можно записать

$$f(\omega, \nu_i) = 3 - i\nu_i / \omega. \tag{18}$$

Отсюда можно заключить, что с точностью до численного коэффициента, который определяется коэффициентом вязкости ионов η_i, учет кинетических эффектов эквивалентен учету ионной вязкости в МГД модели. Это позволяет получить в аналитическом виде закон дисперсии для неустойчивых волн в рамках простой МГД модели, которая соответствует более точному кинетическому описанию. Но, следует учесть, что в рамках этой модели не учитывается затухание Ландау на ионах для низкочастотных волн, а также затухание Ландау на электронах для высокочастотных волн. Этот факт нужно учитывать при вычислении инкремента нарастания волн, но его можно не учитывать при нахождении дисперсионных соотношений, так как закон дисперсии определяется при $\omega << \gamma$ и обычно полагают $\gamma = 0$.

Также из анализа соотношений (16), (17) можно заключить, что при условии $\omega \ll \nu_i$ мнимая часть выражения (16) (вклад ионов в относительную диэлектрическую проницаемость) много больше реальной $\mathrm{Im}\,\varepsilon_i >> \mathrm{Re}\,\varepsilon_i$. Однако в высокочастотной области соотношений мнимой и реальной части, как это следует из (16), (18) противоположное $\mathrm{Im}\,N_i << \mathrm{Re}\,N_i$. Из этого можно сделать важный вывод, что закон дисперсии в низкочастотной и высокочастотной области генерации ФБ волн не должен совпадать, т.к. эти законы должны определяться из различных соотношений. Это будет показано ниже.

Дисперсионные уравнения Фарлей-Бунемановских волн

Для возмущенных величин уравнение Пуассона для электростатического потенциала (3) можно записать в виде

$$1 + \frac{\omega_{0i}^2}{k^2 \upsilon_{ti}^2 \tau}(N_i - N_e) = 0\,, \tag{19}$$

где обозначено $\omega_{0i}^2 = e^2 n_0 \,/\, \varepsilon_0 m_i$ – плазменная частота ионов, которая определяется фоновой плотностью заряженных частиц при условии квазинейтральности $n_0 \approx n_{0i} \approx n_{0e}$. $\tau = T_e / T_i$ – степень неизотермичности плазмы. Заметим, что при условии квазинейтральности в плазме $N_i \approx N_e$ зависимость параметров неустойчивости от фоновой плотности заряженных частиц исчезает. Поэтому можно заключить, что учет отклонения от условия квазинейтральности в плазме приводит к зависимости параметров неустойчивости, например, ω, γ – частота, инкремент нарастания волн должен зависеть от фоновой плотности заряженных частиц.

Далее, подставляя соотношения (14) и (16) в уравнение (19), получаем дисперсионное уравнение для ФБ волн

$$1 + \frac{\omega_{oe}^2 \hat{k}^2 / k^2}{\hat{k}^2 \upsilon_{te}^2 + \dfrac{\omega_{be}^2 \omega'}{\tilde{\omega}_e}} + \frac{\omega_{oi}^2}{\omega(\omega + i\omega) - k^2 \upsilon_{ti}^2 f(\omega, \nu_i)} = 0\,, \tag{20}$$

где $\omega_{0e}^2 = e^2 n_0 \,/\, \varepsilon_0 m_e$ – плазменная частота электронов.

Уравнение (18) можно записать в виде

$$1 + \frac{\omega_{oi}^2}{k^2 \upsilon_{ti}^2 \tau + \dfrac{\omega_g^2 \omega'}{\tilde{\omega}_e} \dfrac{k^2}{\hat{k}_\perp^2}} + \frac{\omega_{oi}^2}{\omega(\omega + i\omega) - k^2 \upsilon_{ti}^2 f(\omega, \nu_i)} = 0\,. \tag{21}$$

В этом выражении введена нижнегибридная частота $\omega_g^2 = \omega_{be}\omega_{bi}$.

Если в дисперсионном уравнении (21) пренебречь единицей по сравнению с остальными членами, что соответствует, как указывалось выше, условию квазинейтральности в плазме, то получим простое дисперсионное уравнение, справедливое для низкочастотных волн. При этом исчезает зависимость параметров неустойчивости от равновесной плотности заряженных частиц. Однако как следует из работ [2, 7], такая зависимость существенна для высокочастотных волн. При частотах $\omega \geq \omega_g$ неустойчивость срывается.

В общем случае уравнение (21) можно привести к виду:

$$\frac{\omega'\,(1+\delta+\beta)+i\nu_e(1+\delta)}{\omega'\,(k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\beta\omega_{oi}^2)+i\nu_e k^2\upsilon_{ti}^2\tau}+\frac{1}{\omega(\omega+i\nu_i)-k^2\upsilon_{ti}^2 f(\omega,\nu_i)}=0. \quad (22)$$

Здесь приняты обозначения: $\delta = k^2\upsilon_{ti}^2\tau / \omega^2{}_{0i}$, $\beta = k\omega_g^2 \ / \hat{k}^2\omega_{oi}^2$.

Заметим, что величины δ и β учитывают зависимость параметров неустойчивости от фоновой плотности заряженных частиц и, следовательно, определят условия существования неустойчивости или частоту ее срыва.

Записанное дисперсионное уравнение в аналитическом виде позволяет определить закон дисперсии волн в общем случае, причем это уравнение соответствует кинетической модели.

Для удобства анализа представим частоту в виде $\omega \Rightarrow \omega + i\gamma$, (где $\gamma << \omega$ – инкремент нарастания волн) и соотношение (22) запишем в виде

$$\varepsilon_e=\frac{\omega'\,(1+\delta+\beta)+i(\nu_e(1+\delta)+\gamma(1+\delta+\beta)}{\omega'(k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\beta\omega_{oi}^2)+i(\nu_e k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\gamma(k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\beta\omega_{oi}^2))}\equiv\frac{a_1+ib_1}{a_2+ib_2}. \quad (23)$$

Здесь приняты обозначения:

$$a_1=\omega'\,(1+\delta+\beta), \quad b_1=\nu_e(1+\delta)+\gamma(1+\delta+\beta), \quad (24)$$

$$a_2=\omega'(k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\beta\omega_{oi}^2), \quad b_2=\nu_e k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\gamma(k^2\upsilon_{ti}^2\tau+\beta\omega_{oi}^2). \quad (25)$$

Соответственно для ионной части диэлектрической проницаемости из соотношения (21) получим

$$\varepsilon_i=\frac{1}{\omega(\omega+i\nu_i)-k^2\upsilon_{ti}^2 f(\omega,\nu_i)}\equiv\frac{1}{a+ib}. \quad (27)$$

Для низкочастотных волн $\omega \ll \nu_i$: получаем

$$a=\omega^2-k^2\upsilon_{ti}^2-\nu_i\gamma, \quad b=\omega\hat{\nu}, \ {}_i\hat{\nu}=\nu_i(1+2\frac{k^2\upsilon_{ti}^2}{\nu_i^2}), \quad (28)$$

Соответственно для высокочастотных волн определим

$$a = \omega^2 - 3k^2\upsilon_{ti}^2 - \nu_i\gamma,\;\; b = \omega\hat{\nu},\;\; {}_i\hat{\nu} = \omega(\nu_i(1 + 2\frac{k^2\upsilon_{ti}^2}{\omega^2}) + 2\gamma). \qquad (29)$$

Соотношения (23)–(28) позволяют проанализировать условия возбуждения ФБ волн, исследовать закон дисперсии и инкремент нарастания волн как в низкочастотной области, которая традиционно используется при анализе экспериментальных данных, так и в высокочастотной.

Далее исследуем это уравнение отдельно для низкочастотных волн и высокочастотных волн.

Низкочастотная неустойчивость ФБ волн

Для получения закона дисперсии и инкремента нарастания неустойчивых волн разделяем на реальную и мнимую части уравнение (22) и в принятых обозначениях (24), (25) и (28) запишем систему уравнений:

$$\begin{aligned} aa_1 - bb_1 &= a_2 \\ ab_1 + a_1 b &= b_2 \end{aligned}. \qquad (30)$$

При выполнении условий $\omega \ll \nu_i$: и $|\omega - k\upsilon_0| \ll \nu_e$ можно положить $a_1 = 0$ и записать закон дисперсии и инкремент нарастания низкочастотных волн в виде

$$\begin{gathered} \omega = kV_0/(1+\hat{R}),\;\; \hat{R} = \frac{\hat{\nu}_e\hat{\nu}_i}{\omega_g^2}, \\ \hat{\nu}_e = \frac{\nu_e}{(1+\delta)}\frac{k^2}{k_\perp^2}(1 + \frac{k_\perp^2\upsilon_{ti}^2\tau}{\omega_g^2}) \end{gathered} \qquad (31)$$

$$\gamma = \frac{\hat{R}}{(1+\hat{R})\hat{\nu}_i^2}(\omega^2(1+\delta) - k^2c_s^2),\;\; c_s^2 = \upsilon_{ti}^2(1+\tau). \qquad (32)$$

Полученные соотношения (31) и (32) совпадают с используемыми в многочисленных работах [2-7] выражениями для закона дисперсии и инкремента нарастания неустойчивых волн. Поправки $\delta = k^2\upsilon_{ti}^2\tau/\omega^2{}_{0i}$ и $k^2\upsilon_{ti}^2/\nu_i^2$ в обобщенной МГД модели за счет учета ионной вязкости и отклонения от условия квазинейтральности в плазме соответствуют кинетическим поправкам. Заметим, что эти поправки для низкочастотной моды невелики. Это означает, что параметры неустойчивости для этой области не будут зависеть от фоновой электронной плотности, закон дисперсии будет почти линейным для масштабов волн $k^2 \ll \nu_i^2/\upsilon_{ti}^2$, например, для параметров ионосферы $\nu_i = 2\cdot10^3 s^{-1}$, $\upsilon_{ti} = 300\, m/s$, масштабы ФБ волн $k \simeq 6.6\ {}^1/m$, т.е. соответствуют метровым волнам $\lambda \approx 1m$.

Отметим ряд особенностей низкочастотной неустойчивости:

а) для моды, определенной соотношением (31), условие $|\omega - k\upsilon_0| \ll \nu_e$, хорошо выполняется.

b) отсутствует зависимость от фоновой плотности заряженных частиц;

c) срыв неустойчивости по частоте определяется параметром $k^* \simeq \nu_i / \upsilon_{ti}$ c;

d) из анализа соотношения (27) следует, что при $\omega < \nu_i$ выполняется соотношение $|\mathrm{Im}\,\varepsilon_i| >> |\mathrm{Re}\,\varepsilon_i|$ и закон дисперсии определяется из условия $\mathrm{Im}\,\varepsilon_i = 0$ при $\gamma = 0$;

e) для линейного закона дисперсии фазовая скорость волн совпадает с групповой и пропорциональна дрейфовой скорости электронов – V_0. Однако в области срыва неустойчивости закон дисперсии носит нелинейный характер;

f) поправки, определяемые параметром δ, становятся существенными при масштабах $k > \omega_{0i} / \upsilon_{ti}\sqrt{\tau}$ и для выбранных параметров $\omega_{0i} = 4 \cdot 10^4 c^{-1}, \upsilon_{ti}\sqrt{\tau} = c_s = 350 m/c$ получаем оценку $k \approx 100 m^{-1}$ или $\lambda \sim 6$ см, что соответствует частотам радара $f_r > 2400$ МГц. На более низких частотах радара эти поправки не существенны.

Неустойчивость высокочастотных Фарлей-Бунемановских волн

Основная проблема возбуждения ФБ волн состоит в том, что с точки зрения линейной теории волны с законом дисперсии, определенным соотношением (31) вообще возбуждаться не могут при реальных скоростях дрейфа электронов. Будем считать высокочастотными волны, для которых выполняется соотношение $\omega < \nu_i$, или для моды с законом дисперсии $\omega = kV_0 /(1+\hat{R})$ при скоростях дрейфа 500-750 м/с могут возникать радиоотражения на частотах радара меньше 100 Мгц. Но в экспериментах были обнаружены радиоотражения на частотах до 1000-2000 МГц. Таким образом, для высокочастотного диапазона при реальных условиях в ионосфере выполняется условие $|\mathrm{Im}\,\varepsilon_i| << |\mathrm{Re}\,\varepsilon_i|$ и, закон дисперсии нужно определить из этого условия.

Также учтем, что частота порядка $\omega = kc_s / \sqrt{1+\delta}$. Для такой высокочастотной моды соотношение $|\omega - kV_0| \ll \nu_e$ не выполняется. Для частот радара больших 650 МГц при значении $V_0 / C_s = 3$; соответственно, для значения $V_0 / C_s = 2$ частота радара 1360 МГц.

Это приводит к тому, что для частотной области вблизи частоты среза мода $\omega = kV_0 /(1+\hat{R})$ переходит в моду порядка $\omega = kc_s / \sqrt{1+\delta}$.

Заметим, что и для электронной диэлектрической проницаемости должно выполняться условие $|\mathrm{Im}\,\varepsilon_r| << |\mathrm{Re}\,\varepsilon_r|$, т.е. закон дисперсии должен определяться из условия $\mathrm{Re}\,\varepsilon_e = 0$ и дисперсионное уравнение можно записать в виде

$$\begin{aligned} aa_1 - bb_1 &= a_2 \\ ab_1 + a_1 b &= b_2 \end{aligned} \qquad (33)$$

Учитывая соотношения (24), (25), (28) и полагая $\omega \to \omega + i\gamma$, получаем систему двух уравнений для получения закона дисперсии $\omega(k)$ и инкремента нарастания волн $\gamma(k)$:

$$\begin{aligned}&\gamma[(\omega'(1+\delta+\beta)+\beta\omega)\nu_i/\nu_e+2\omega(1+\delta)]\nu_e = \\ &\omega'[(1+\delta+\beta)(\omega^2-3k^2\hat{c}_s^2)-\omega_g^2]-\omega\hat{\nu}_i\nu_e(1+\delta)\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}&\gamma[\beta(\omega^2-3k^2\upsilon_{ti}^2)-\nu_i\nu_e(1+\delta)+2\omega\omega'(1+\delta+\beta)-k^2\upsilon_{ti}^2\tau-\omega_g^2] = \\ &-\nu_e(1+\delta)(\omega^2-3k^2\upsilon_{ti}^2)-\omega\omega'\hat{\nu}_i(1+\delta+\beta)+\nu_e k^2\upsilon_{ti}^2\tau\end{aligned} \tag{35}$$

где обозначено:

$$\hat{c}_s^2 = \upsilon_{ti}^2(3+\tau/(1+\delta+\beta)).\ \ \hat{\nu}_i = \nu_i(1+2k^2\upsilon_{ti}^2/\omega^2),$$

$$\delta = k^2\upsilon_{ti}^2\,\tau/\omega_{oi}{}^2,\ \ \beta = \omega_g^2 k^2/\omega_{oi}^2\hat{k}^2. \tag{36}$$

Определим закон дисперсии из уравнения (34) при условии $\gamma = 0$. Для простоты предположим, что выполняются соотношения $k^2c_s^2, \omega^2 << \omega_g^2$. В этом случае закон дисперсии с точностью до поправки δ совпадает с линейным законом дисперсии ФБ волн при отсутствии дисперсии:

$$\omega' = \omega - kV_0 = -\hat{R}\omega,\ \ \hat{R} = \hat{\nu}_i\nu_e(1+\delta)/\omega_g^2. \tag{37}$$

Поправка δ определяет зависимость дисперсии волн от фоновой электронной плотности. Заметим, что дисперсия волн проявляется на масштабах волновых чисел, которые определяются условием: $k > k^\bullet = \omega_{0i}/\upsilon_{ti}\sqrt{\tau}$. Так для параметров $\omega_{0i} \simeq 4\cdot 10^4 s^{-1}$, $\upsilon_{ti} \simeq 300\, m/s$, $\tau = 2$, $k^\bullet \simeq 95 m^{-1}$, что соответствует частоте радара $f_r \simeq 23.87k \simeq 2267$ МГц. Для выбранных параметров эта величина соответствует частоте срыва неустойчивости.

Если выполняется условие $\omega\hat{\nu}_i\nu_e(1+\delta) << \omega'\omega_g^2$, то из уравнения (34) при условии $\gamma = 0$ получаем закон дисперсии

$$\omega^2 = k^2\hat{c}_s^2 + \omega_g^2, \tag{38}$$

здесь обозначено $\tilde{c}_s^2 = \upsilon_{ti}^2(3+\tau/(1+\delta+\beta)$. Из этого соотношения следует, что частота неустойчивых волн может быть вблизи или выше нижнегибридной частоты и определяет частоту среза неустойчивости. Этот результат соответствует численным расчетам, полученным в работе [4]. Есть другая возможность определить закон дисперсии ФВ волн из уравнения (35) при условии $\gamma = 0$. В этом случае при условии $\omega\omega'\hat{\nu}_i << \nu_e\omega^2$, закон дисперсии определится:

$$\omega^2 = k^2\tilde{c}_s^2,\ \tilde{c}_s^2 = \upsilon_{ti}^2(3+\tau/(1+\delta). \tag{39}$$

В этом случае дисперсия обусловлена отклонением от условия квазинейтральности плазмы, т.е. параметром δ. Инкремент нарастания волн для частот, определяемых законом дисперсии (37) и (38) и (39) определится из уравнения (35). Численное исследование дисперсионных зависимостей, фазовых скоростей и инкрементов нарастания ФБ волн для ионосферной плазмы проведено в работе [8].

Заключение

Традиционно при интерпретации экспериментальных данных по авроральному рассеянию радиоволн использовалась линейная теория ФБ неустойчивости в столкновительной ионосферной плазме. На основе этой теории делались выводы о пороговых значениях дрейфовой скорости электронов для возбуждения неустойчивости, рассчитывались фазовые скорости и закон дисперсии этих волн. Из этой теории следовало, что закон дисперсии является линейным (31) $\omega = kV_0/(1+R)$, $R = \nu_e \nu_i / \omega_g^2$, фазовая скорость волн равна дрейфовой скорости электронов – V_0 при условии $R << 1$. Однако эти результаты, как правило, противоречат экспериментальным данным. Основная проблема состоит в следующем: используемая теория соответствует низкочастотной моде волн $\omega < \nu_i$ и применима для масштабов волновых чисел $k \ll \nu_i / \upsilon_{ti}$, что при выбранных ионосферных параметрах соответствует частоте радара порядка 150 МГц ($k \approx 6.3 m^{-1}$). Остается также открытым вопрос о пределах применимости простейшей линейной теории для $\omega > \nu_i$.

В данной работе рассмотрена обобщенная линейная теория при учете эффектов ионной вязкости, отклонения от условия квазинейтральности в плазме, учете инерции электронов. Показано, что учет затухания Ландау на ионах в кинетической модели, соответствует учету вязкости ионов. Кроме того, при исследовании динамики электронов в гидродинамической модели учтены члены, соответствующие инерции электронов. На основе рассмотренной обобщенной теории показано, что существует, по крайней мере, три моды ФБ волн. Одна из них представляет собой низкочастотную моду, которая при учете отклонения от квазинейтральности, соответствует модифицированной низкочастотной моде – $\omega = kc_s / \sqrt{1+\delta}$, причем волны обладают дисперсией, величина которой зависит от фоновой электронной плотности (параметр δ) и от степени неизотемичности (параметр τ). Другие две моды волн определяются соотношениями (38), (39) и также обладают нелинейной дисперсией. По существу, эти моды совпадают при условии $kc_s >> \omega_g$.

Таким образом, из рассмотренной обобщенной теоретической модели можно сделать следующие выводы:

а) высокочастотная мода фарлей-бунемановских волн обладает нелинейной дисперсией, которая обусловлена эффектами ионной вязкости, неизотермичности, инерцией электронов и отклонением от квазинейтральности ионосферной плазмы;

b) нелинейная дисперсия ФБ волн существенна на высоких частотах и приводит к срыву неустойчивости, что происходит на масштабах волновых чисел $k > \omega_g / c_s \approx 50 m^{-1}$ или частотах радара ≥ 1200-2500 МГц;

c) для высокочастотной моды $\left|\omega - \vec{k}\vec{V}_0\right| \geq \nu_e$, что приводит к срыву неустойчивости в области высоких частот;

d) результаты, полученные аналитическим путем, совпадают с численными расчетами, проведенными в работе [2, 5, 7, 8].

Рассмотренная обобщенная теоретическая модель явилась основой для численного моделирования закона дисперсии, фазовой скорости и инкремента нарастания ФБ волн [8] применительно к реальным физическим условиям экспериментов по авроральному рассеянию радиоволн.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ***Farley, D.T.*** The equatorial E-region and its plasma instabilities: a tutorial / D.T. Farley // Ann.Geophys. – 2009. – Vol. 27. – P. 1509–1520.
2. ***Lee, K.*** High-frequency Hall current instability / K. Lee, C.F. Kennel, J.M. Kindel // Radio Science. – 1971. – Vol. 6. – N 2. – P. 209–213.
3. ***Ya, S. Dimant***. Kinetic theory of low-frequency cross-field instability in a weakly ionized plasma / Ya.S. Dimant, R.N. Sudan // Phys. Plasmas. – 1995. – Vol. 2. – N 4. – P. 1157–1168.
4. ***Volosevich, A.V.*** Coherent nonlinear interaction of waves in collisional ionospheric plasma / A.V. Volosevich , C.-V. Meister // International Journal of Geomagnetism and Aeronomy. – 2002. – Vol. 3. – N 2. – P. 151–156.
5. ***Gershman, B.N.*** Wave phenomena in the ionosphere / B.N. Gershman, L.M. Erukhimov and Yu.Ya. Yashin // Nauka. – Moscow, 1984.
6. ***Volosevich, A.V.*** Nonlinear wave structures in collisional plasma of auroral ionasphere / A.V. Volosevich, Y.I. Galperin // Ann. Geophys. – 1997. – Vol. 15. – P. 899–905,
7. ***Волосевич, А.В.*** Неустойчивость Фали – Бунемана в полярной ионосфере / А.В. Волосевич // Явления в полярной ионосфере. – 1978. – Изд. “Наука”. – С. 50–62.
8. ***Волосевич, А.В.*** Экспериментальная диагностика Фарлей – Бунемановской неустойчивости в авроральной ионосфере / А.В. Волосевич, Ю.Ф. Зарницкий //Вестник МГУ им. А.А. Кулешова, Могилев, 2012 (в печати).

Поступила в редакцию 02.11.2012 г.