

## **ОТРАЖЕНИЕ СВЕТОВОГО ПУЧКА ОТ ПРИЗМЫ СВЯЗИ**

### **II. Решение обратной задачи волноводной спектроскопии**

*Исследовано влияние ограниченности призмы связи и шероховатости границ раздела сред на точность решения обратной задачи волноводной спектроскопии. Предложен уточненный алгоритм восстановления комплексных постоянных распределения волноводных мод (часть I опубликована в №1(39). – 2012).*

В статье проанализирована сходимость соответствующей расчетной схемы и исследовано поле отраженного светового пучка в условиях ограниченной призмы связи и при наличии шероховатостей на границах раздела сред. При этом установлено, что модель неограниченной призмы связи [1] теряет свою эффективность при анализе возбуждения волноводных мод с малым затуханием. Получено приближенное аналитическое описание распределения интенсивности светового пучка, отраженного от ограниченной призмы связи. На его основе сформулирован уточненный алгоритм решения обратной задачи волноводной спектроскопии и продемонстрирована эффективность данного алгоритма на примерах исследования мод волноводных пленок с гладкой и шероховатой поверхностью.

### Численное моделирование отражения пучка от призмы связи

В данном разделе представлены примеры расчета дифракционных полей в призмном устройстве связи на основании алгоритма, описанного в [2]. При расчетах использована длина волны  $\lambda_0 = 0.6328$  мкм. Вычисления выполнены для стеклянной призмы связи с параметрами  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\varepsilon_4 = 3.06145$ ,  $\theta = 60^\circ$  и волноводной пленки толщиной  $d_2 = 3$  мкм, изготовленной из стекла крон ( $\text{Re}\varepsilon_2 = 2.595192$ ) на кварцевой подложке ( $\varepsilon_1 = 2.12314 - i \cdot 10^{-6}$ ). Пленка отделена от призмы связи воздушным буферным слоем ( $\varepsilon_3 = \varepsilon_a = 1$ ) толщиной  $g_0 = 0.1$  мкм. Рассмотрено возбуждение волноводных мод гауссовым пучком радиусом  $w_0 = 70$  мкм, сфокусированным на основании призмы. С целью исследования влияния затухания возбуждаемой моды на распределение  $S(\gamma)$ , мы использовали два значения для мнимой части диэлектрической проницаемости волноводной пленки:  $\text{Im}\varepsilon_2 = -10^{-6}$  (пленка 1) и  $\text{Im}\varepsilon_2 = -10^{-5}$  (пленка 2). Рассмотрено возбуждение мод ТМ поляризации.

Предварительные исследования показали, что при указанных выше параметрах структуры отражение от вспомогательных идеально проводящих экранов становится не существенным, если выбрать PML с  $\mu = 1$ ,  $\Delta > 0.7$  мкм [3, 4]. Поэтому при расчетах мы полагали  $\mu = 1$ ,  $\Delta = 1$  мкм. Геометрические размеры структуры, представленной на рис. 2 (см. [2]), полагались равными  $P = y_s = 500$  мкм,  $y_0 = 1$  мкм,  $s = 5$  мкм,  $z_l = -500$  мкм,  $z_r = z_b + 15\tau$ .

Ключевую роль при расчете дифракционных полей предлагаемым методом играет построение спектра постоянных распространения локальных мод структуры, изображенной на рис. 2 (см. [2]). Для решения этой задачи использован метод контурного интегрирования. Фрагмент полученного спектра  $h_k^{(-)}$  для пленки 1 представлен на рис. 1а. Точки в верхней части рис. 1а соответствуют собственным модам пленки.

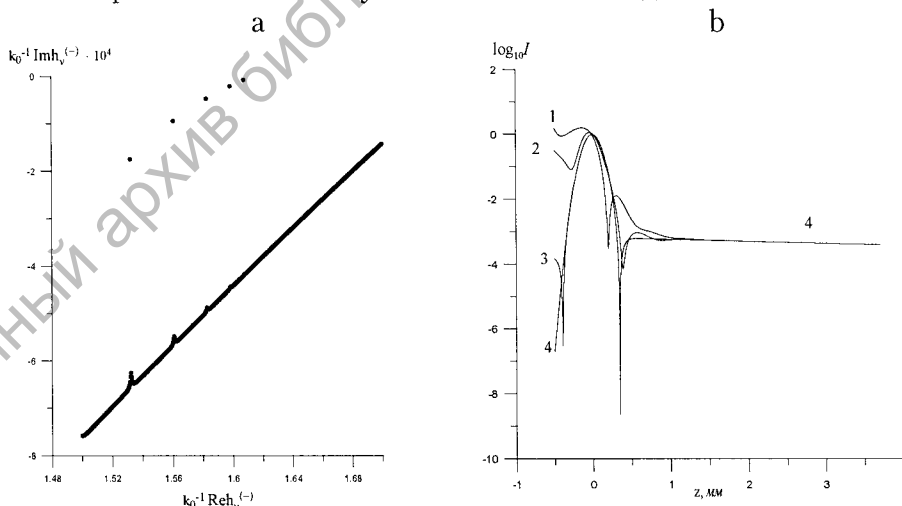


Рис. 1. Спектр постоянных распространения мод рассматриваемой структуры (а) и распределения интенсивности отраженного пучка, рассчитанные разработанным методом при порядках редукции  $k = 10$  (кривая 1),  $k = 20$  (2),  $k = 30$  (3),  $k \geq 35$  (4) и по строгой теории (кривая 4) (b)

Рис. 1b иллюстрирует эффективность использованной техники разложений полей по модам закрытой структуры. Здесь представлены распределения интенсивности пучка  $I(z)$ , отраженного от неограниченной регулярной призмы связи, рассчитанные на высоте  $y_0$  от ее основания.

Для такой структуры функция  $I(z)$  допускает строгий расчет по формуле [1]

$$I(z) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r(k_z) \hat{H}_{xi}(k_z) \exp(-ik_z z - i\sigma_4 y_0) dk_z \right|^2, \quad (1)$$

где  $r(k_z)$  – коэффициент отражения от основания призмы плоских волн ТМ поляризации. В то же время в предлагаемом подходе данная функция равна

$$I(z) = \left| \sum_{\nu} U_{\nu}(z) \psi_{\nu}(y_0, z) - H_{xi}(y_0, z) \right|^2, \quad (2)$$

где  $U_{\nu}(z) = a_{\nu} \exp[-ih_{\nu}^{(-)} z]$ ,  $a_{\nu}$  определяются по формуле (43) (см. [2]).

Графики на рис. 1b соответствуют возбуждению основной ТМ моды пленки 1, которая имеет постоянную распространения  $k_0^{-1} h^{(0)} = 1.60782842 - i3.106 \cdot 10^{-6}$  (здесь  $h^{(i)}$  обозначает постоянную распространения моды свободного, т.е. не нагруженного призмой связи волновода,  $i$  – номер моды). Расчеты выполнены при угле падения пучка на призму  $\gamma_0$ , найденном из уравнения (44) при  $k_z = k_{z0} = \text{Re} \bar{h}^{(0)}$ , где  $\bar{h}^{(0)} = k_0(1.60783848 - i7.174 \cdot 10^{-6})$  – постоянная распространения рассматриваемой моды при наличии призмы связи [2]. При использовании выражения (2) в рядах (31) учитывались  $k$  мод, которым соответствуют  $\text{Re} h_{\nu}^{(-)}$ , наиболее близкие к  $k_{z0}$ . Указанный выбор мод очевиден из рассмотрения формулы (43).

Согласно рис. 1b модель закрытой слоистой структуры позволяет с высокой точностью рассчитать поле отраженного пучка (при числе учитываемых мод  $k \geq 35$  распределение  $I(z)$  не отличается от точного). Из рис. 1b очевидна также возможность выделения в отраженном пучке обсуждавшихся выше двух пучков. В частности, в области  $z > 1$  мм функция  $I(z) \sim \exp(-2 \text{Im} \bar{h}^{(0)} z)$  описывает вытекание возбужденной моды в призму.

Рис. 2 – 5 иллюстрируют характеристики отраженного пучка в нерегулярном призмном устройстве связи. Графики на данных рисунках построены в результате численного интегрирования уравнений (20), (21) для ТМ волн методом итераций. Практически сходимость решения наблюдалась при 4 – 5 итерациях. Представленные кривые соответствуют порядкам редукции в разложениях (31),  $k \geq 38$ . Необходимость учета сравнительно небольшого числа локальных мод при описании дифракционных эффектов света объясняется экспоненциальной зависимостью амплитуд  $a_{\nu}$  от фактора  $(h_{\nu}^{(-)} - k_{z0})^2$  (см. (43)) и быстрым убыванием коэффициентов (41) и (42) с ростом различия постоянных распространения локальных мод  $h_{\mu}(z)$  и  $h_{\nu}(z)$  [2].

На рис. 2 представлены распределения интенсивности (2) в случае возбуждения основных ТМ мод пленок 1 и 2 с гладкой поверхностью ( $\Delta y_3(z) = \Delta y_4(z) = 0$ ).

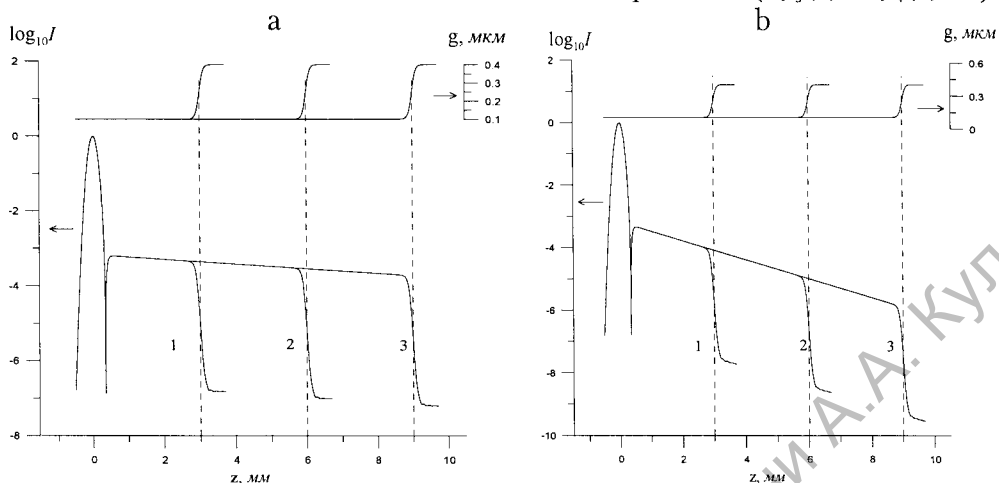


Рис. 2. Распределения интенсивности отраженного пучка в случае возбуждения основных ТМ мод пленки 1 (а) и пленки 2 (б) посредством ограниченной призмы связи. Штриховые линии – координата края призмы  $z_b$  в модели (3) (см. [2]).

В верхней части рисунка представлены соответствующие профили  $g(z)$ .

Кривые 1, 2, 3 относятся к  $z_b = 3$  мм,  $z_b = 6$  мм,  $z_b = 9$  мм

Заметим, что для пленки 2  $k_0^{-1}h^{(0)} = 1.60782842 - i3.106 \cdot 10^{-5}$ ,  $k_0^{-1}\bar{h}^{(0)} = 1.60783848 - i3.513 \cdot 10^{-5}$ . При расчетах использована модель изгиба основания призмы в окрестности выходного ребра (3) (см. [2]), где  $\tau = 50$  мкм,  $\Delta y_0 = 0.3$  мкм, а  $z_b$  принимает различные значения.

Отметим, что зависимости  $I(z)$  в диапазоне  $z_l < z < z_b - \tau$  на рис. 2а почти не отличаются от кривой (4) на рис. 1б. Это указывает на практически полное отсутствие отражения излучения от выходного ребра призмы связи. Резкий спад  $I(z)$  в области изгиба основания призмы можно объяснить ослаблением вытекания возбужденной моды в призму, сопровождающим ослабление связи призмы с волноводом. При переходе от области  $z - z_b < -\tau$  к области  $z - z_b > \tau$  интенсивность отраженного пучка уменьшается примерно на четыре порядка и имеет величину, сопоставимую с  $I(z_l)$ . В результате поле отраженного пучка вне промежутка  $z_l < z < z_b$  оказывает пренебрежимо малое влияние на функцию  $\bar{S}(\gamma)$  вида (45) [2]. Тем не менее, интересно отметить небольшие осцилляции функции  $I(z)$ , наблюдаемые на рис. 2 при  $z - z_b > \tau$ . Они объясняются возбуждением высших мод пленки в месте изгиба основания призмы. Связь этих мод с призмой связи сильнее, чем связь основной моды. За счет этого поля данных мод при  $y = y_0$  близки по величине к полю основной моды и могут интерферировать с ним, что и приводит к осцилляциям  $I(z)$ .

На рис. 3 представлены распределения  $\bar{S}(\gamma)$ , рассчитанные на основании (45), (47) (см. [2]) при тех же условиях, что и распределения  $I(z)$  на рис. 2. Для сравнения на рис. 3 приведены также графики функций

$$\bar{S}_0(\gamma) = \left| 2w^{-1} \sqrt{\pi} \hat{H}_{xi}(k_z) r(k_z) \right|^2, \quad (3)$$

где  $k_z = k_z(\gamma)$  (см. (46)). Функция (3) описывает угловое распределение интенсивности отраженного пучка в предельном случае неограниченной регулярной призмы связи [1].

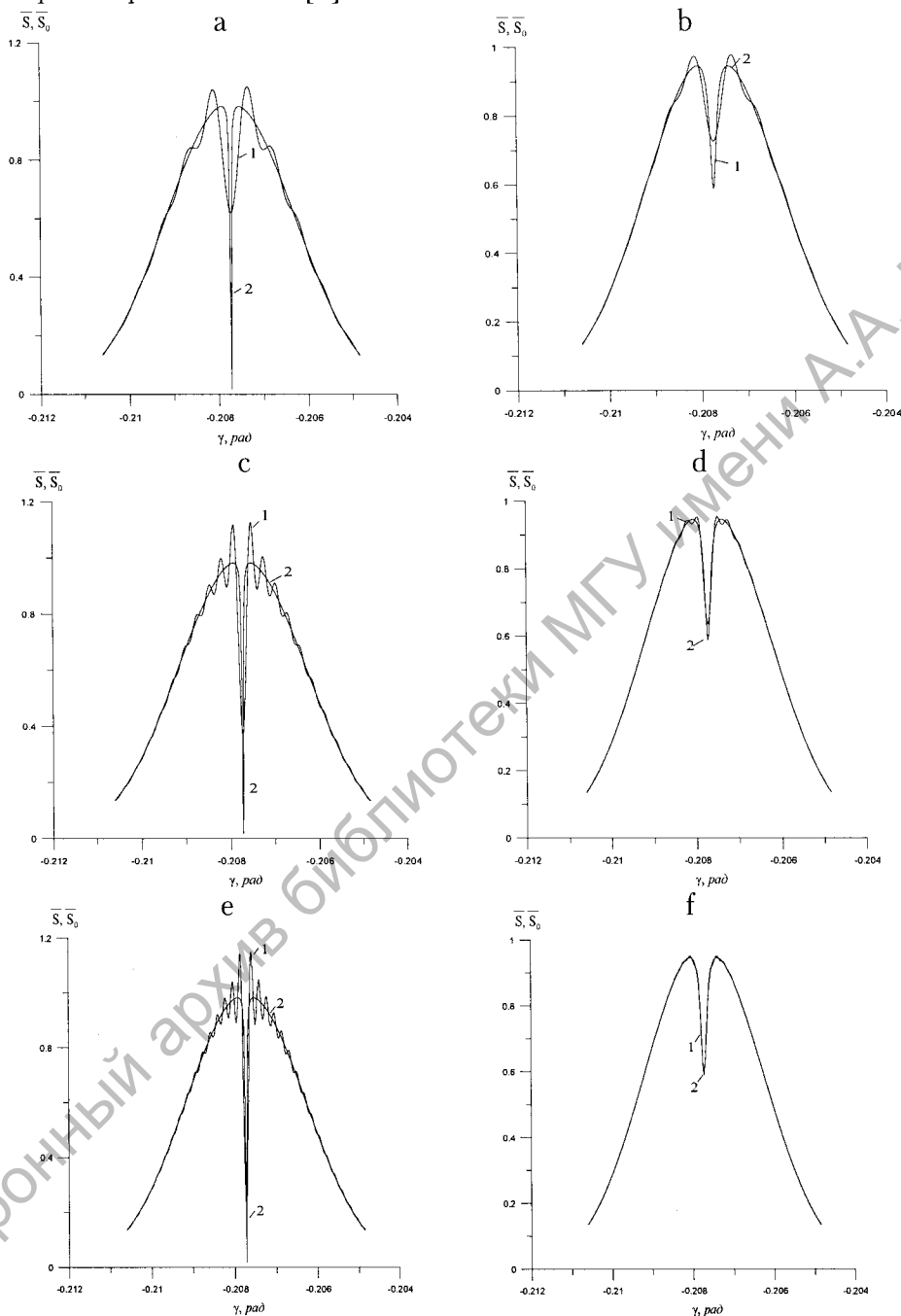


Рис. 3. Распределения  $\bar{S}(\gamma)$  (кривые 1) и  $\bar{S}_0(\gamma)$  (кривые 2) при возбуждении основных ТМ мод пленок 1 (а, с, е) и 2 (b, d, f). Распределения  $\bar{S}(\gamma)$  относятся к  $z_b = 3 \text{ мм}$  (а, b),  $z_b = 6 \text{ мм}$  (с, d) и  $z_b = 9 \text{ мм}$  (е, f);  $\bar{S}_0(\gamma)$  соответствует  $z_b = \infty$

Согласно рис. 3 ограничение протяженности основания призмы связи вызывает колебания в распределении  $\bar{S}(\gamma)$ . Особенно отчетливо этот эффект выражен в случае возбуждения моды со слабым затуханием (затухание основных мод пленок 1 и 2 составляет 2.7 дБ/см и 27 дБ/см, соответственно). В этом случае распределения  $\bar{S}(\gamma)$  и  $\bar{S}_0(\gamma)$  при разумной протяженности основания призмы связи существенно отличаются друг от друга (см. рис. 3 а, с, е), поэтому использование решения обратной задачи [1], основанное на анализе функции  $\bar{S}_0(\gamma)$ , может приводить к существенным погрешностям при восстановлении  $h$ . В случае возбуждения моды с сильным затуханием (рис. 3 б, d, f) отличие распределений  $\bar{S}(\gamma)$  и  $\bar{S}_0(\gamma)$  менее заметно, и при  $z_b = 9$  мм эти распределения практически совпадают.

Соответственно, можно ожидать, что решение обратной задачи [1] будет более эффективным. Соответствующие оценки представлены в следующем разделе.

Отмеченные особенности находятся в качественном согласии с экспериментальными данными (см. [5] и рис.1 в [2]). Они очевидным образом объясняются дифракцией отраженного пучка на изгибе основания призмы связи в окрестности ее выходного ребра. В соответствии с рис. 1б, 2 и 3, данная дифракция является не существенной, если  $I(z_b)/I(0) < 10^{-5}$ , где  $I(z)$  рассчитывается по формуле (1). В частности, при возбуждении основной ТМ моды пленки 1 для выполнения данного условия требуется использовать призму связи с протяженностью основания не менее 8 см, что труднодостижимо.

О влиянии шероховатостей поверхности волноводной пленки и основания призмы связи на затухание мод и параметры отраженного пучка позволяют судить рис. 4 и 5. Расчеты выполнены на основании модели (1), (2), где  $a = 0.025$  мкм,  $\Delta z = 3$  мкм [2]. При этом использована конкретная реализация функций  $\Delta y_3(z)$  и  $\Delta y_4(z)$ , полученная при помощи генератора случайных чисел. Как показали расчеты, затухание мод пленки 2, вызванное поверхностным рассеянием света, пренебрежимо мало по сравнению с затуханием этих мод, связанным с материальным поглощением. Поэтому далее в настоящем разделе обсуждается только модовые характеристики пленки 1.

На рис. 4а представлены распределения интенсивности отраженного пучка при возбуждении основной и первой высшей ТМ мод волноводной пленки 1, рассчитанные при  $z_b = 6$  мм.

Как видно из рис. 4а, шероховатость границ раздела сред наиболее сильно проявляется в области сформировавшихся треков вытекающих мод. Еще рис. 4а позволяет сделать вывод о более резком затухании высшей моды. Можно предположить, что эта особенность вызвана более сильным поверхностным рассеянием излучения высшей моды, поскольку затухание этой моды, вызванное материальным поглощением, почти не отличается от аналогичного затухания основной моды (для пленки с гладкой поверхностью  $k_0^{-1}h^{(1)} = 1.59841697 - i3.113 \cdot 10^{-6}$ ).

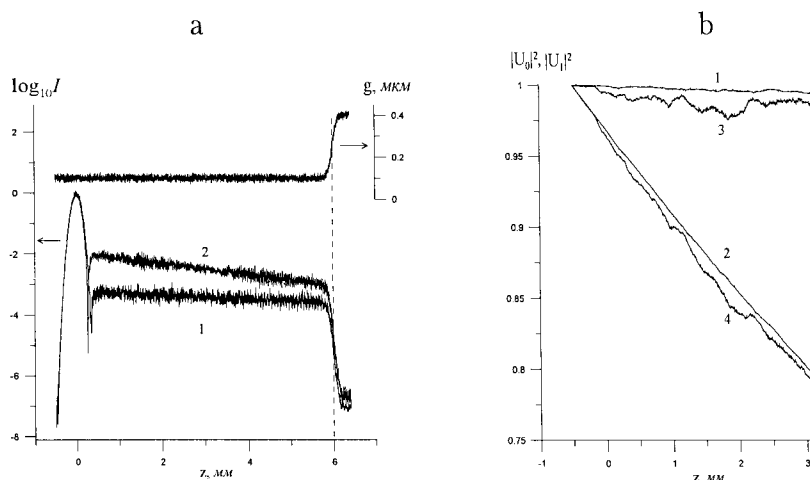


Рис. 4. Распределения интенсивности отраженного пучка при возбуждении основной (1) и первой высшей (2) мод волноводной пленки с шероховатой поверхностью (а) и кривые убывания квадратов модулей амплитуд основной (1, 2) и первой высшей (3, 4) локальных мод пленки при отсутствии призмы связи (б)

Чтобы подтвердить это предположение мы исследовали затухание основной и первой высшей мод волноводной пленки 1 с шероховатой поверхностью при отсутствии призмы связи ( $\epsilon_4 = \epsilon_3 = \epsilon_a = 1$ ). На рис. 4б представлены зависимости  $|U_0(z)|^2$  и  $|U_1(z)|^2$ , где  $U_0$  и  $U_1$  – амплитуды основной и первой высшей локальных мод. Указанные функции рассчитаны путем численного решения уравнений (20), (21) методом итераций при начальных условиях  $a_v = \delta_{vi}$ , где  $i=0$  для основной моды и  $i=1$  для первой высшей моды [2]. Кривые 1 и 3 на рис. 4б получены для случая не поглощающих материалов пленки и подложки ( $\text{Im} \epsilon_{1,2} = 0$ ), а кривые 2 и 4 соответствуют конечным значениям  $\text{Im} \epsilon_1$  и  $\text{Im} \epsilon_2$ , указанным выше.

Экспоненциальная интерполяция кривых 2 и 1 на рис. 4б дает оценки  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(0)} = -3.19 \cdot 10^{-6}$  и  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(0)} = -7.55 \cdot 10^{-8}$ , соответственно. Разность этих величин  $-3.11 \cdot 10^{-6}$  находится в хорошем соответствии с мнимой частью нормированной постоянной распространения основной моды пленки с гладкой поверхностью  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(0)} = -3.106 \cdot 10^{-6}$ . Это совпадение указывает на мультипликативность модовых потерь, связанных с поглощением и поверхностным рассеянием излучения моды. Аналогичная обработка зависимостей 4 и 3 на рис. 4б дает значения  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(1)} = -3.40 \cdot 10^{-6}$  и  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(1)} = -2.77 \cdot 10^{-7}$ , соответственно. Их разность  $-3.12 \cdot 10^{-6}$  находится в удовлетворительном соответствии с мнимой частью нормированной постоянной распространения первой высшей моды пленки с гладкой поверхностью  $k_0^{-1} \text{Im} h^{(1)} = -i3.113 \cdot 10^{-6}$ , что также означает мультипликативность модовых потерь.

Таким образом, более существенное затухание первой высшей моды действительно объясняется поверхностным рассеянием света.

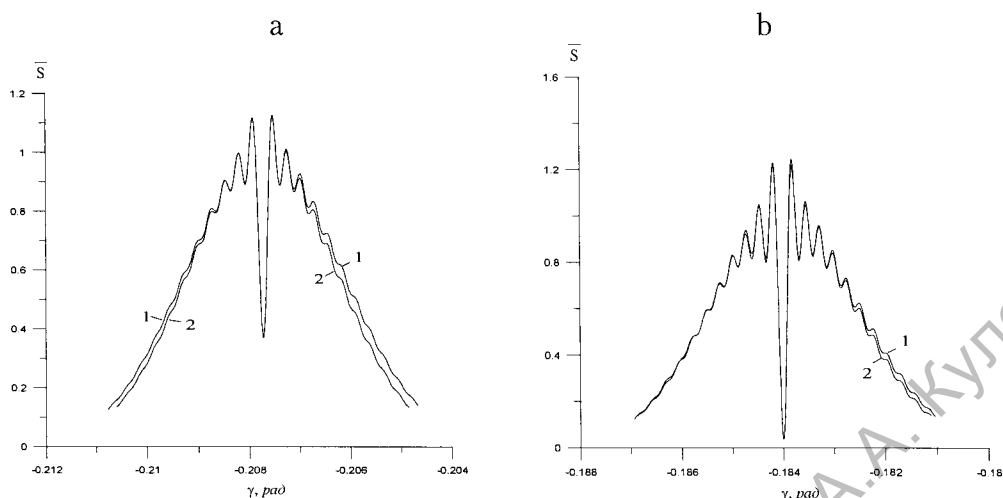


Рис. 5. Распределения интенсивности отраженного пучка при возбуждении основной (а) и первой высшей (б) мод пленки 1 при наличии (кривые 1) и отсутствии (кривые 2) поверхностных шероховатостей

Рис. 5 иллюстрирует влияние поверхностного рассеяния света на измеряемые в методе волноводной спектроскопии функции  $\bar{S}(\gamma)$  при возбуждении основной и первой высшей мод пленки 1. Здесь кривые 1 рассчитаны на основании выражений (45) и (47) при тех же условиях (за исключением значения  $a$ ), что и графики на рис. 4а. Для сравнения на рис. 5 представлены также зависимости 2, относящиеся к возбуждению мод пленки с гладкой поверхностью ( $a = 0$ ).

Согласно рис. 5 дифракционные колебания распределений  $\bar{S}(\gamma)$ , вызванные ограничением призмы связи, наблюдаются для структур, как с гладкими, так и с шероховатыми границами раздела сред. Рассеяние света на поверхностных шероховатостях приводит лишь к некоторому уширению распределений  $\bar{S}(\gamma)$ . Данное уширение асимметрично и происходит преимущественно в область  $\gamma > \gamma_0$ .

### Обратная задача волноводной спектроскопии

Обратная задача волноводной спектроскопии заключается в восстановлении комплексных постоянных распространения моды оптического волновода путем обработки экспериментально регистрируемой функции  $S(\gamma)$  [1]. Ввиду некорректности данной задачи, для ее успешного решения необходима аналитическая формула для функции  $S(\gamma)$  [6]. С целью вывода такой формулы мы пренебрегаем наличием шероховатостей границ раздела сред. Согласно результатам предыдущего раздела в этом случае поле отраженного пучка в окрестности основания призмы при  $z - z_b < -\tau$  может быть с высокой точностью рассчитано в рамках модели неограниченной призмы связи. Вблизи изгиба выходного ребра призмы, т.е. при  $|z - z_b| < \tau$ , это поле спадает почти до нуля с увеличением зазора



между призмой и волноводом (см. рис. 2). Поэтому если расстояние от точки пересечения оси падающего пучка до выходного ребра призмы удовлетворяет неравенству  $z_b \gg \tau$ , то относительный вклад области  $|z - z_b| < \tau$  в интеграл (45) будет незначителен [2]. Таким образом, можно принять приближение, в котором поле отраженного пучка в окрестности основания призмы связи совпадает с полем пучка, отраженного от неограниченной призмы при  $z < z_b$  и равно нулю при  $z > z_b$ .

В рамках данного приближения

$$\bar{S}(\gamma) = \left| \left( w\sqrt{\pi} \right)^{-1} \int_{-\infty}^{z_b} Y_r(y_0, z) \exp(ik_z z) dz \right|^2, \quad (4)$$

где  $\gamma$  и  $k_z$  связаны соотношением (46) (см. [2]), и

$$Y_r(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} r(k'_z) \exp[i\sigma_p(k'_z)y - ik'_z z] \hat{Y}_i(k'_z) dk'_z,$$

где  $r(k'_z)$  – коэффициент отражения от основания призмы плоских волн

ТЕ, либо ТМ поляризации,  $\sigma_p(k'_z) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_p - k'^2_z}$ ,

$$\hat{Y}_i(k'_z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik'_z z) Y_i(0, z) dz.$$

Выполнив в (3) интегрирование по переменной  $z$ , получаем

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{z_b} Y_r(y_0, z) \exp(ik_z z) dz &= \pi r(k'_z) \hat{Y}_i(k'_z) \exp[i\sigma_p(k'_z)y_0] + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} r(k'_z) \exp[i\sigma_p(k'_z)y_0 + i(k_z - k'_z)z_b] \hat{Y}_i(k'_z) [i(k_z - k'_z)]^{-1} dk'_z, \end{aligned} \quad (5)$$

где интеграл по  $k'_z$  понимается в смысле главного значения.

Для упрощения (5) заметим, что при условиях (44), (46) и значениях, сопоставимых по величине с  $\lambda_0$ , в (5) можно положить

$$\left. \begin{aligned} \exp[i\sigma_p(k'_z)y_0] &\approx \exp[i\sigma_p^{(0)}y_0] \\ \exp[i\sigma_p(k_z)y_0] &\approx \exp[i\sigma_p^{(0)}y_0] \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где  $\sigma_p^{(0)} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_p - k_{z0}^2}$  и использовать резонансное приближение для коэффициента отражения [1, 4]

$$r(k_z) = \frac{1 - \delta}{1 + \delta} - \frac{4\delta}{1 - \delta^2} \frac{\Delta h}{(k_z - \bar{h})}, \quad (7)$$

где  $\delta = -i(\varepsilon_p \varepsilon_g^{-1})^T \sqrt{(h^2 - k_0^2 \varepsilon_g)(k_0^2 \varepsilon_p - h^2)^{-1}}$ ,  $\Delta h = \bar{h} - h = -|\Delta h|(1 - \delta)(1 + \delta)^{-1}$ ,  $T = 0$  для ТЕ волн,  $T = 1$  для ТМ волн,  $h$  и  $\bar{h}$  – постоянные распростра-

нения возбуждаемой моды волновода при наличии и отсутствии призмы связи (в последнем случае  $g \rightarrow \infty$ ).

После подстановки (6) и (7) в (8) и интегрирования полученного выражения на основании теоремы о вычетах получаем следующий результат:

$$\int_{-\infty}^{z_b} Y_r(y_0, z) \exp(ik_z z) dz = 2\pi \exp[i\sigma_p^{(0)} y_0] \left\{ r(k_z) \hat{Y}_i(k_z) + \frac{4\delta \Delta h \exp[i(k_z - \bar{h})z_b]}{(1 - \delta^2)(k_z - \bar{h})} \hat{Y}_i(\bar{h}) \right\}. \quad (8)$$

При возбуждении волновода упоминавшимся выше гауссовым пучком единичной амплитуды мы должны подставить в (8) функцию

$$\hat{Y}_i(x) = w \left( 2\sqrt{\pi} \right)^{-1} \exp[-0.25(x - k_{z0})^2 w^2].$$

Тогда выражение (8) приобретает вид

$$\bar{S}(\gamma) = \frac{\left| \exp(-0.25\kappa^2) [p_1 + 2p_2 + i(\kappa - p_4)] - 2p_2 \exp[0.25(p_1 - ip_4)^2 + p_1\zeta_b + i(\kappa - p_4)\zeta_b] \right|^2}{p_1^2 + (\kappa - p_4)^2}, \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\kappa = w(k_z - k_{z0}), \quad p_1 = w \operatorname{Im} \bar{h}, \quad p_2 = -w \operatorname{Im} \Delta \bar{h}, \quad p_4 = w(\operatorname{Re} \bar{h} - k_{z0}), \quad \zeta_b = w^{-1} z_b. \quad (10)$$

Заметим, что в соответствии с (44), (46), (48) переменная  $\kappa$  может быть записана в виде  $\kappa = -k_0 w_0 \sqrt{\varepsilon_a} (\gamma - \gamma_0)$  [2].

Выражение (9) позволяет объяснить все отмечавшиеся в предыдущем разделе особенности распределения  $\bar{S}(\gamma)$ . Например, при выборе угла падения пучка из условия  $p_4 = 0$  распределение  $\bar{S}(\gamma)$  становится симметричным относительно угла  $\gamma_0$  (см. рис. 3). Далее, нетрудно видеть, что за колебания функции  $\bar{S}(\gamma)$  отвечает фактор  $p_1\zeta_b + i(\kappa - p_4)\zeta_b$  в показателе экспоненты. Амплитуда и период этих колебаний убывают при увеличении  $z_b$ , что согласуется с графиками на рис. 3. В пределе неограниченной призмы связи ( $p_1\zeta_b = \operatorname{Im} \bar{h} z_b \rightarrow -\infty$ ) функция  $\bar{S}(\gamma)$  переходит в  $\bar{S}_0(\gamma)$ , где

$$\bar{S}_0(\gamma) = \frac{\exp(-0.5\kappa^2) [(p_1 + 2p_2)^2 + (\kappa - p_4)^2]}{p_1^2 + (\kappa - p_4)^2}. \quad (11)$$

Графики функции (11) представлены на рис. 3.

Распределение (11) составляет основу для стандартного решения обратной задачи волноводной спектроскопии [5]. Это решение предполагает симметризацию функции  $\bar{S}_0(\gamma)$  за счет выбора угла падения пучка из условия  $p_4 = 0$ . В этом случае  $\operatorname{Re} \bar{h} = k_{z0}$ , а функция  $\bar{S}_0(\gamma)$  имеет один минимум при угле  $\gamma = \gamma_0$  и два максимума при углах  $\gamma_{1,2} = \gamma_0 \pm \Delta\gamma$ . Введем в рассмотрение величину  $\eta = \bar{S}_{0\min}^{-1} \bar{S}_{0\max} \exp(-0.5\kappa_m^2)$ , характеризующую контраст распределения  $\bar{S}_0(\gamma)$ . Здесь  $\bar{S}_{0\min} = \bar{S}_0(\gamma_0)$ ,  $\bar{S}_{0\max} = \bar{S}_0(\gamma_2)$ ,  $\kappa_m = k_0 w_0 \sqrt{\varepsilon_a} \Delta\gamma$ . Тогда из (11) найдем [4]:

$$p_1 = \sqrt{G}, \quad p_2 = 0.5[\sqrt{G} + (-1)^\rho \sqrt{D}], \quad (12)$$

где  $\rho = 1$ , либо  $\rho = 2$  (способ выбора  $\rho$  при практических измерениях описан в [3]),

$$D = \eta \kappa_m^4 [2(1 - \eta) - \eta \kappa_m^2]^{-1}, \quad G = \kappa_m^4 [2(1 - \eta) - \kappa_m^2]^{-1}.$$

Учитывая теперь выражения (10), имеем

$$h = k_{z0} + p_2 (1 - |\delta|^2) (2w|\delta|)^{-1} + i(p_1 + p_2)w^{-1}. \quad (13)$$

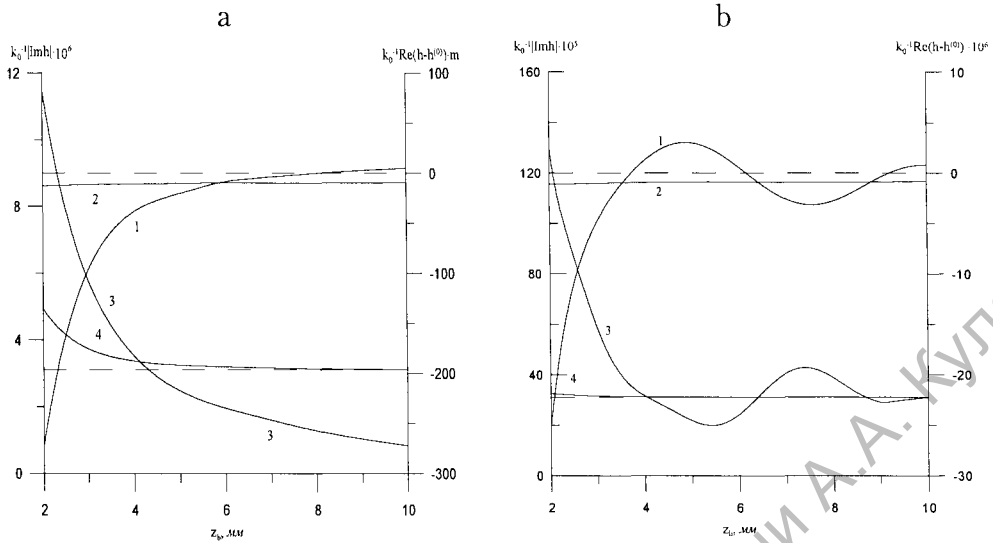
Выражение (13), содержащее допускающие измерение параметры  $k_{z0}$ ,  $D$  и  $G$ , дает аналитическое решение обратной задачи волноводной спектроскопии для планарного волновода с произвольным профилем диэлектрической проницаемости. Однако поскольку данное решение основано на приближении неограниченной призмы связи (11), оно может давать существенные погрешности при исследовании волноводных мод с малым затуханием.

Более корректное решение рассматриваемой обратной задачи может быть получено на основании выражения (9). Однако ввиду сложности данного выражения такое решение может быть найдено только численно. В этом случае целесообразно использовать метод наименьших квадратов, в котором ищется минимальное значение суммы

$$f(C, p_1, p_2, p_4, \zeta_b) = \sum_{j=1}^n [S(\gamma_j) - C\bar{S}(\gamma_j)]^2, \quad (14)$$

где  $S(\gamma_j)$  – значения интенсивности пучка, отраженного от призмы связи, измеренные при  $m$  углах  $\gamma_j$ ,  $\bar{S}(\gamma_j)$  – соответствующие значения функции (9). В представленных ниже примерах использовано значение  $n = 600$ . Минимизация функции (14) осуществлялась градиентным методом [7], в котором в качестве нулевого приближения использованы значения  $C = 1$ ,  $p_4 = 0$ ,  $\zeta_b = 5$  и  $p_1, p_2$ , найденные из (12). Последующий расчет постоянной распространения моды производился по формуле (13).

На рис. 6 представлены результаты восстановления комплексных постоянных распространения основных ТМ мод волноводных пленок 1 и 2 с гладкими границами раздела сред. Восстановленные значения обозначены через  $h$ , точные значения – через  $h^{(0)}$ . В качестве  $S(\gamma)$  использованы распределения, представленные на рис. 3 и аналогичные распределения, рассчитанные изложенным выше методом при  $\tau = 50$  мкм и различных значениях  $z_b$ .



**Рис. 6.** Восстановление комплексных постоянных распространения основных ТМ мод пленок 1 (а) и 2 (б) при различных протяженностях основания призмы связи. Кривые 1 и 3 – стандартное решение обратной задачи (12), (13), 2 и 4 – результат минимизации целевой функции (14). Кривые 1 ( $m = 10^6$ ) и 2 ( $m = 10^7$ ) относятся к  $\text{Re} h$ , 3 и 4 –  $\text{Im} h$ . Штриховые линии – точные  $h$

Согласно рис. 6 модель (9) обеспечивает гораздо более точное решение обратной задачи по сравнению со стандартной моделью (11). Вместе с тем модель (9) приводит к небольшой систематической ошибке при восстановлении  $\text{Re} h$ . Это объясняется использованием резонансного приближения для коэффициента отражения (7). Еще из рис. 6 следует, что точность решения обратной задачи в обоих рассмотренных приближениях снижается при уменьшении  $z_b$ . Этот результат является следствием усиления дифракции света на выходном ребре призмы связи и погрешностями описания дифракционных полей в рамках использованных моделей. Действительно, в приближении (11) указанная дифракция полностью игнорируется, а в приближении (9) поле отраженного пучка принимается равным нулю при  $z > z_b$ , тогда как при плавном изгибе основания призмы данное поле должно непрерывно зависеть от  $z$ . Таким образом, в соответствии с представленным выше качественным обоснованием приближения (9), его точность должна снижаться по мере уменьшения расстояния  $z_b$  и увеличения параметра  $\tau$ , характеризующего крутизну изгиба основания призмы (см. (3) в [2]). Эти особенности иллюстрирует таблица, где значение комплексной постоянной распространения  $h$  основной ТМ моды пленки 1, восстановленное при различных значениях  $z_b$  и  $\tau$ , сопоставлено с точным значением  $h^{(0)}$ .

Влияние изгиба основания призмы связи на результат решения обратной задачи с использованием модели (9)

$z_b, \text{ мм}$	$\tau, \text{ мкм}$	$k_0^{-1}h$	$k_0^{-1}h^{(0)}$
3	10	$1.60782744 - i3.1886 \cdot 10^{-6}$	$1.60782842 - i3.1062 \cdot 10^{-6}$
	50	$1.60782727 - i3.7344 \cdot 10^{-6}$	
	100	$1.60782694 - i5.553 \cdot 10^{-6}$	
6	10	$1.60782747 - i3.1064 \cdot 10^{-6}$	
	50	$1.60782742 - i3.1810 \cdot 10^{-6}$	
	100	$1.60782733 - i3.4246 \cdot 10^{-6}$	

Рис. 7 иллюстрирует применение модели (9) к решению обратной задачи волноводной спектроскопии для волноводной пленки с шероховатой поверхностью. Здесь в качестве  $S(\gamma)$  использованы распределения 1, приведенные на рис. 5 и аналогичные распределения, относящиеся  $z_b \neq 6 \text{ мм}$ . Расчеты показали, что при наличии поверхностных шероховатостей влияние протяженности основания призмы  $z_b$  на результат решения обратной задачи становится более существенным, чем в случае пленок с гладкой поверхностью. В частности, при выборе  $z_b < 6 \text{ мм}$  восстановленная функция  $h(z_b)$  не только существенно отклонялась от приведенных выше значений  $h^{(0)}$  и  $h^{(1)}$ , но и обладала существенной дисперсией. Поэтому на рис. 7 приведены результаты решения обратной задачи в диапазоне  $z_b > 6 \text{ мм}$ , где дисперсия результатов сравнительно не высока (уменьшение дисперсии функции  $h(z_b)$  при увеличении  $z_b$  объясняется расширением промежутка интегрирования случайной функции  $Y_r(y_0, z)$  в (45)).

Штриховыми линиями на рис. 7а отмечены найденные в предыдущем разделе значения  $\text{Im } h^{(i)}$  ( $i=0$  и  $i=1$  соответствуют основной и первой высшей модам) для мод пленки с гладкой и шероховатой поверхностью при отсутствии призмы связи. Как видно из рис. 7а, при достаточно больших значениях  $z_b$  предлагаемый алгоритм решения обратной задачи приводит к корректному восстановлению суммарного затухания мод, вызванного эффектами поглощения и рассеяния света. Однако из сравнения рис. 6а и 7а следует, что при исследовании вклада в затухание моды поверхностного рассеяния необходимо выбирать гораздо большую протяженность основания призмы связи  $z_b$ , чем при решении обратной задачи для пленок с гладкой поверхностью.

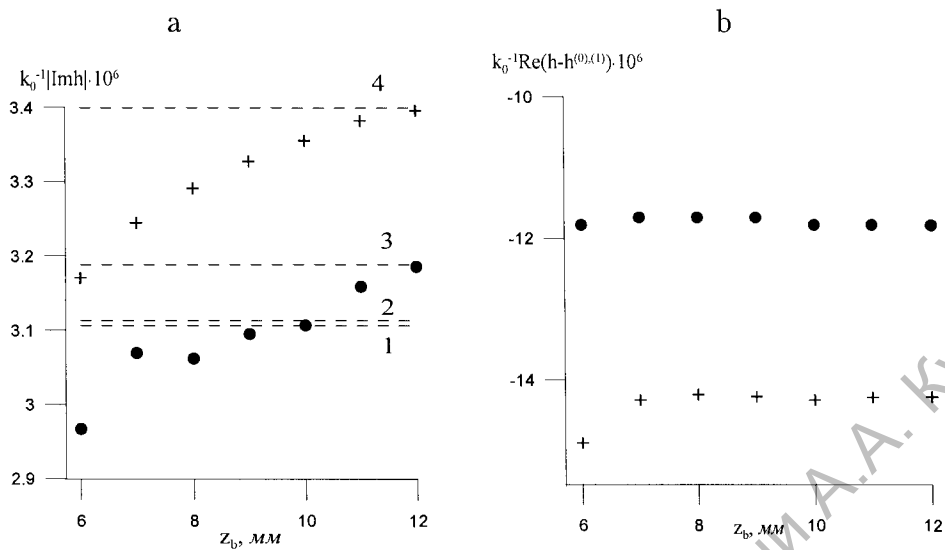


Рис. 7. Восстановление постоянных распространения основной (точки и линии 1,3) и первой высшей (крестики и линии 2, 4) мод пленки 1 с шероховатой поверхностью. Штриховые линии – значения  $\text{Im} h^{(0),(1)}$  для волновода с гладкой (1, 2) и шероховатой (3, 4) поверхностью

Из рассмотрения рис. 7b можно заключить, что поверхностное рассеяние света приводит к гораздо более заметному уменьшению восстанавливаемой вещественной части постоянной распространения моды по сравнению с аналогичным уменьшением, которое наблюдалось при исследовании волноводной пленки с гладкой поверхностью. Действительно, согласно рис. 6a, при  $z_b > 6$  мм справедлива оценка  $k_0^{-1} \text{Re}(h - h^{(0)}) \approx -0.95 \cdot 10^{-6}$ , тогда как в соответствии с рис. 7b  $k_0^{-1} \text{Re}(h - h^{(0)}) \approx -11.8 \cdot 10^{-6}$ . Аналогичные значения для первой высшей моды равны  $k_0^{-1} \text{Re}(h - h^{(1)}) \approx -4.25 \cdot 10^{-6}$  и  $k_0^{-1} \text{Re}(h - h^{(1)}) \approx -14.3 \cdot 10^{-6}$ , соответственно. Таким образом, систематическое занижение результатов восстановления  $\text{Re} h$ , наблюдаемое на рис. 7b, нельзя объяснить погрешностью резонансного приближения (7). Отмеченный эффект является следствием отмечавшегося выше асимметричного уширения распределения  $\bar{S}(\gamma)$ , вызванного поверхностным рассеянием света (см. рис. 5).

Итак, исследованы прямая и обратная задачи волноводной спектроскопии тонких пленок с учетом дифракционных эффектов, вызванных ограниченностью призмы связи и рассеянием света на шероховатых границах раздела сред. Предложен новый алгоритм восстановления комплексных постоянных распространения мод планарных оптических волноводов, основанный на обработке углового распределения интенсивности отраженного светового пучка в схеме призмного устройства связи. Показано, что данный алгоритм позволяет получить корректный результат при исследовании мод как с высоким, так и с низким затуханием. В частности, при исследовании волноводной моды с затуханием  $\sim 2.8$  дБ/см

он приводит к восстановлению мнимой части постоянной распространения с относительной погрешностью, не превосходящей один процент даже при наличии поверхностного рассеяния (см. рис. 7а).

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Анализ распределения интенсивности отраженного пучка в схеме призмного возбуждения диэлектрических волноводов / А.Б. Сотский [и др.] // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44. – № 6. – С. 687–695.
2. Отражение светового пучка от призмы связи. I. Теоретическая модель / А.Б. Сотский [и др.] // Вестник Могилевского государственного университета им. А.А. Кулешова. Серия В. – 2012. – № 1(39). – С. 44–59.
3. Обратная задача волноводной спектроскопии при ограниченной призме связи / А.Б. Сотский [и др.] // Известия НАН Беларуси, сер. физ.-мат. наук. – 2010. – № 3. – С. 66–74.
4. **Сотский, А.Б.** Теория оптических волноводных элементов / А.Б. Сотский. – Могилев : УО “МГУ им. А.А. Кулешова”, 2011. – 456 с.
5. **Хомченко, А.В.** Волноводная спектроскопия тонких пленок / А.В. Хомченко. – Минск : БГУ, 2002. – 222 с.
6. **Тихонов, А.Н.** Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М. : Наука, 1979. – 284 с.
7. **Корн, Г.** Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977. – 832 с.