

## ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЙ КУРС "ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА" ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

*В статье рассматриваются вопросы профессиональной направленности курса "Высшая математика" для студентов географического факультета Белорусского государственного университета, заключающейся в ориентации содержания на применение высшей математики в профессиональной деятельности будущих специалистов. Фиксируются особенности структуры и содержательной части курса, обсуждается влияние связи курса с конкретной специализацией на качество обучения и уровень профессиональной подготовки студентов. Приводится ряд профессионально ориентированных математических задач, предлагаемых студентам на практических занятиях в процессе изучения основных разделов курса.*

### Введение

В последние годы стали актуальными проблемы, связанные с профессиональной направленностью математической подготовки студентов различных профилей и специальностей. Во многих высших учебных заведениях по-прежнему осуществляется разрозненное преподавание математики и специальных дисциплин, а на факультетах нематематического профиля большой объем математических сведений остается системой, замкнутой в себе. Традиционный вузовский курс высшей математики преподается по хорошо разработанной программе, подчеркивающей основные принципы математики и необходимость строгого анализа, однако недостаточно внимания уделяет связям между изучаемым материалом и конкретными задачами практики. В результате у студентов нематематических специальностей не формируется представление о взаимосвязи содержания математического образования и содержания дисциплин специализации, а, наоборот, складывается впечатление, что высшая математика в дальнейшей работе им совершенно не нужна, откуда и возникает соответствующее отношение к предмету.

Одним из инструментов повышения качества математического образования студентов-нематематиков является обновление содержания читаемых курсов в контексте будущей профессии и современного социально-экономического заказа. Курс "Высшая математика", предназначенный для студентов географического факультета Белорусского государственного университета (БГУ), не является исключением в данном направлении. В связи с этим представляется целесообразным обсудить следующие вопросы:

каким образом ориентация указанного курса на связь со специализацией отражается на его структуре и содержательной части?

как влияет связь предмета со специализацией на качество обучения и уровень профессиональной подготовки студентов?

с какими проблемами может столкнуться преподаватель в процессе обучения высшей математике студентов географических специальностей?

Математические методы широко применяются в географических исследованиях начиная с 50-х гг. XX в. Как показало ознакомление со специальной литературой, среди них отчетливо доминируют методы математической статистики и математического анализа. Наиболее часто востребованными для практических приложений являются методы статистические, а для выяснения физической сущности процесса наиболее подходящими являются аналитические методы. Однако в какой бы профессиональной области ни работал будущий специалист, курс высшей математики, вне всякого сомнения, играет важную роль в формировании его научного мировоззрения. В результате перевода "реального мира" на язык математики можно получить более точное представление о его наиболее существенных свойствах и в некотором смысле даже предсказать будущие события.

Анализ исследований по проблемам преподавания математики в вузах показывает, что содержание математической подготовки студентов должно формироваться в соответствии с их специализацией. Учить математике, говоря словами Б.В. Гнеденко, следует "не вообще, а так, чтобы содействовать познанию закономерностей окружающего нас мира; учить так, чтобы учащиеся ясно представляли себе происхождение основных понятий и процесс научного прогресса; учить так, чтобы студенты одновременно получали навыки практического использования теории, которые являлись бы естественным условием развития теоретического знания; учить так, чтобы полученные знания не были бесполезным грузом, а постоянно использовались на практике" [1, с. 57]. На наш взгляд, при рассмотрении конкретного материала математического курса на первый план должна быть выдвинута идея его связи с будущей профессией. Поэтому курс "Высшая математика" для студентов географического факультета БГУ содержит несколько важнейших разделов, которые охватывают все основные направления применения математических методов в географии. Преподавание осуществляется в соответствии с типовой учебной программой для высших учебных заведений по дисциплине "Выс-

шая математика" для специальностей география и геоэкология, разработанной на кафедре общей математики и информатики БГУ с учетом принципа профессиональной направленности. Под профессиональной направленностью здесь понимается ориентация содержания курса на применение высшей математики в будущей профессиональной деятельности студентов. Материал лекций дополняется элементами математического моделирования некоторых процессов и явлений, которые изучают студенты на профильных предметах, а при подборе учебного материала для практических занятий используются задания, составленные на основе реальных географических исследований [2-5].

Типовая учебная программа дисциплины "Высшая математика" содержит следующие разделы: аналитическая геометрия и векторная алгебра, основы математического анализа, основы теории вероятностей и математической статистики, элементы линейного программирования и теории графов [6]. Выбор разделов программы способствует развитию межпредметных связей, поскольку обусловлен широким применением указанного материала при дальнейшем изучении таких специальных географических дисциплин, как "Землеведение", "Метеорология и климатология", "Картография", "Топография с основами геодезии", "Геоморфология", "Социально-экономическая география".

Кроме традиционных вопросов из перечисленных выше разделов высшей математики, в содержание учебного материала включены также следующие:

1. Применение матриц при изучении географических сетей. Оценка миграции населения с использованием матриц. Задача о возрастном составе населения.

2. Геометрическое описание строения земной коры. Аппроксимация складок земной коры линиями первого и второго порядков.

3. Земной эллипсоид. Элементы математической картографии. Географические координаты точек шара. Геодезические координаты точек эллипсоида вращения. Дуги параллелей и меридианов.

4. Скорость перемещения и уклон земной поверхности как производные. Аналитическая классификация элементов рельефа на плоскости. Дифференциальное исчисление при изучении структурных и тектонических движений земной коры.

5. Применение интегрирования в географии. Вычисление объемов холмов, вулканов.

6. Приложения дифференциальных уравнений в географии. Задача о росте населения.

7. Применение графов в географии. Модели транспортных сетей.

Ряд тем курса "Высшая математика", связанных с приближенными вычислениями, решением задач экономической географии, применением методов математической статистики в географических исследованиях представляется целесообразным рассматривать на занятиях по информатике. При этом можно использовать как табличный процессор Microsoft

Excel, так и системы MathCAD, MATLAB, Mathematica и др. Для проведения статистических исследований существуют специализированные статистические пакеты Statistica, StatGraphics, SPSS и др. Такое интегрированное изучение курсов высшей математики и информатики будет способствовать реализации принципа преемственности в преподавании дисциплин математического цикла на факультетах нематематического профиля [7, с. 47-48].

С учетом того факта, что для студентов географического факультета наиболее важным является практический аспект математики, целями курса являются знакомство с основными понятиями и методами исследования современной математики, необходимыми для изучения дисциплин специальности, а также формирование умений корректной математической постановки прикладных задач и построения простейших математических моделей. Рассмотрение прикладных математических задач с географическим содержанием демонстрирует студентам востребованность математических объектов в их специальности. Последнее является очень важным, поскольку у студентов нематематических специальностей часто бытует мнение, что многие математические объекты – это продукт измышления математиков и никакого практического значения они не имеют. Использование в практике преподавания высшей математики прикладных задач способствует:

- повышению эффективности теоретической подготовки, заключающейся в умении применять те или иные математические закономерности;
- развитию аналитического мышления, необходимого для понимания функциональных зависимостей;
- адекватному восприятию реальных задач, встречающихся в профессиональной деятельности, развитию навыков их перевода на математический язык;
- повышению качества математической подготовки как элемента профессиональной.

Однако, как показывает опыт, уже при отборе материала, который должен быть рассмотрен на лекциях и практических занятиях, возникает ряд трудностей. Во-первых, реальные ситуации из области географии редко бывают четко очерченными, а сложное взаимодействие с окружающей средой делает точное описание ситуации затруднительным. Процесс выделения задачи, поддающейся математическому анализу, часто бывает продолжительным и требует владения многими навыками, не имеющими отношения к математике. Как правило, необходимы беседы с коллегами-нематематиками, работающими в данной области, а также чтение специальной литературы, имеющей отношение к делу. Во-вторых, многие из студентов не получают за время школьного обучения необходимого образовательного минимума математической подготовки, который соответствует простейшим требованиям их дальнейшей специализации. Существует значительный разрыв между слабыми знаниями школьного курса математики, с одной стороны, и высоким уровнем требований по матема-

тике в высшей школе – с другой. Как отмечают авторы статьи [8, с. 24], “большинство первокурсников не могут надлежащим образом изучать высшую математику и затем эффективно применять математические методы в решении прикладных задач, потому что они:

– не умеют отличать то, что они понимают, от того, что они не понимают;

– не умеют логически мыслить, отличать истинное рассуждение от ложного, необходимые условия от достаточных;

– неправильно представляют себе главное и второстепенное, то, что необходимо помнить, а что можно и забыть;

– не умеют вести диалог: понять вопрос преподавателя и ответить именно на него, а также сформулировать свой вопрос;

– не умеют найти несколько ответов на один вопрос;

– стереотипно воспринимают информацию, (...).”

Студенту-первокурснику следует, прежде всего, “научиться учиться” планировать свое время, самому отвечать за уровень своих знаний.

Выход из обозначенной ситуации видится во включении в курс высшей математики лишь начальных элементов математического моделирования. Приводимые на лекциях и решаемые на практических занятиях задачи прикладного содержания должны носить обучающий характер, давать начальные практические сведения о применении математических методов в специальной области знаний [7, с. 122]. Это относится не только к студентам-географам, но и к студентам других нематематических специальностей, изучающим курс высшей математики. Даже простейшие задачи прикладного содержания способны привить исходные положения математической культуры и показать студентам роль и значение математики в исследованиях по их специальности. При решении данных задач на практических занятиях необходимо делать ссылки на соответствующие разделы или кратко повторять определения понятий, важных для построения математической модели. Используя математическую символику и формулы, необходимо комментировать их, поясняя смысл проводимых преобразований.

Поскольку общих методов составления математических соотношений при решении задач географического содержания не существует, то навыки в этой области могут быть приобретены лишь в результате рассмотрения конкретных примеров на практических занятиях. Приведем несколько задач, которые могут быть предложены студентам-географам на практических занятиях по высшей математике.

1. Эпицентр циклона, движущегося прямолинейно, во время первого измерения находился в 16 км к северу и 9 км к западу от метеостанции, а во время второго измерения – в 12 км к северу и 6 км к западу от метеостанции. Определить наименьшее расстояние, на которое эпицентр циклона приблизится к метеостанции.

Данная задача решается с использованием таких математических понятий, как уравнение прямой на плоскости и расстояние от точки до прямой.

2. Опытным путем установлено, что скорость  $V$  инфильтрации (впитывания) воды в грунт как функция времени  $t$  выражается формулой  $V(t) = a + bt^{-0,5}$ , где  $a$  и  $b$  – константы. Количество воды  $\Delta Q$ , проникшей в грунт за время  $\Delta t = t_2 - t_1$ , будет равно  $\Delta Q = V \Delta t$ , или в дифференциальном виде  $dQ = V dt$ . Найти общее количество воды, проникшей в грунт за период времени с 1 часа до 4 часов, если известно, что скорость инфильтрации изменяется по закону  $V(t) = 24 + 3t^{-0,5}$ .

Для решения задачи необходимо найти определенный интеграл от функции  $V$  на отрезке  $[1; 4]$ .

3. Пусть холм имеет такие правильные очертания, что может быть рассмотрен как тело, образуемое вращением профиля вокруг его оси симметрии. Вычислить объем холма, профиль которого можно аппроксимировать экспоненциальной функцией  $H(x) = H_0 e^{-mx}$ , где  $H_0$  – высота вершины;  $m$  – логарифмический декремент, характеризующий крутизну склонов.

Для решения задачи необходимо воспользоваться формулой нахождения объемов тел вращения с помощью определенного интеграла. В данном случае интеграл будет несобственным.

4. Население Земли в 1999 г. составляло 6 млрд человек, а в 2008 г. – 6,7 млрд человек. Найти предположительное количество населения в 2050 г., считая, что скорость прироста населения пропорциональна его количеству.

Рост населения в простейшем случае описывается дифференциальным уравнением  $\frac{dP}{dt} = kP$ , где  $P = P(t)$  – количество населения в момент времени  $t$ ,  $k$  – коэффициент пропорциональности. Интегрируя это уравнение и подставляя данные, находим предположительное количество населения.

5. Средняя численность населения трех районов Восточной Азии составляет 20 млн человек. Согласно наблюдениям, население этих трех районов возрастает с ежегодным коэффициентом прироста в 4, 7 и 3% для 1-го, 2-го и 3-го районов соответственно. Установлено, что общий прирост населения за первый год составит 750 тыс. человек и что прирост населения в районе 1 равен приросту населения в районе 3. Найти начальные численности населения в каждом из трех районов.

Для решения задачи необходимо составить и решить систему линейных алгебраических уравнений.

6. Область, имеющая четко выраженный горный рельеф, задана аналитически функцией  $H(x) = \frac{80x}{4 + x^2}$ , описывающей зависимость высоты от расстояния ( $0 \leq x \leq 20$ ).

1) Определить уклон профиля области в точке  $x_0 = 1$ .

2) Найти гребневые точки (точки максимума) и килевые точки (точки минимума) функции  $H$ , а также значения функции  $H$  в этих точках.

3) Указать участки области с однообразным уклоном – склоны.

4) Определить выпуклые вверх и выпуклые вниз части склонов и точки перегиба.

Уклон профиля в данной точке численно равен производной высоты по расстоянию, взятой с отрицательным знаком. Участки с однообразным уклоном (склоны) – это участки монотонного возрастания или убывания функции  $H$ , для нахождения которых необходимо исследовать знак первой производной функции  $H$ . Для определения выпуклых вверх и выпуклых вниз частей склонов необходимо исследовать знак второй производной функции  $H$ .

7. Вероятность обнаружения минерала  $N$  в шлихе при изучении пегматитов конкретной территории равна 0,2. Какое наименьшее количество шлихов нужно изготовить, чтобы с вероятностью 0,9 быть уверенным в том, что хотя бы в одном из них искомый минерал будет обнаружен?

При решении данной задачи используется формула для вероятности появления хотя бы одного из конечного числа независимых в совокупности равновероятных событий.

8. Изобразите граф, который является моделью сети железных дорог Беларуси. Составьте матрицу инцидентности этого графа. Вычислите степени его вершин, индекс доступности основных железнодорожных станций.

Индекс оптимальной связности вершины (индекс доступности) – это минимальное число ребер на кратчайших расстояниях, которые связывают данную вершину со всеми другими пунктами сети. Его можно получить, суммируя элементы в соответствующих строках матрицы инцидентности. Чем меньше этот индекс, тем более выгодным является положение пункта на транспортной сети.

Рассмотренные задачи реализуют межпредметные связи математики и географии; помогают формировать умения применять математические понятия при изучении географических процессов; выводить математические формулы известных природных процессов и явлений; обрабатывать и анализировать результаты экспериментов.

Прикладная задача с точки зрения обучения математике ценна в том случае, когда построенная на основе имеющихся данных математическая модель способна дать об изучаемом объекте больше информации, чем это предполагалось вначале. Это демонстрирует студентам универсальность математических методов. Таким образом, для построения оптимальной системы прикладных задач и упражнений с учетом межпредметных связей нужно учитывать следующие факторы: прикладную ценность задачи с точки зрения реализации основных наиболее важных межпредметных связей; ценность для курса математики; интерес, вызываемый у студентов задачей; доступность задачи для конкретной аудитории; среднее время, необходимое для решения задачи.

Следует отметить, что на сегодняшний день существует довольно немного учебных пособий (сборников задач), содержащих методически

обработанные прикладные задачи, которые можно рассматривать на лекциях и практических занятиях по высшей математике. Работа по созданию таких пособий ведется, в частности, на кафедре общей математики и информатики БГУ; изданы и подготовлены к печати несколько учебно-методических пособий, адаптированных к соответствующим специальностям [4, 9-12].

Несмотря на всю важность принципа профессиональной направленности в преподавании курса высшей математики на географическом факультете, существуют определенные границы его применимости. Следует помнить, что рассмотрение задач прикладного характера не должно подменять собой изучение самой математики. Математическое образование состоит не только в расширении профессионально востребованного круга знаний. Помимо профессиональной направленности, важнейшей составляющей образования является его *фундаментальность*. Белорусский государственный университет всегда претендовал на статус ведущего вуза страны, который отличается от других высших учебных заведений именно фундаментальностью получаемого здесь образования. На основе такого образования выпускники гуманитарных и естественнонаучных факультетов способны дальше самостоятельно учиться, работать и переучиваться. Поэтому, по мнению заведующего кафедрой общей математики и информатики БГУ профессора В.А. Еровенко, “задача преподавания математики должна заключаться, прежде всего, в том, чтобы воспитать культурных людей, обладающих “общим математическим образованием”, которое трудно поддается формальному определению. Содержание курсов математики не может быть установлено с чисто прагматической точки зрения, основанной на прикладной специфике будущей специальности, без учета внутренней логики развития нужных разделов этой науки” [13, с. 10]. Изучение математики помогает выработать такие необходимые каждому человеку качества, как умение логически мыслить, объективность в суждениях и способность рассматривать явления одновременно с разных сторон.

Таким образом, курс “Высшая математика” для студентов географических специальностей представляет собой дисциплину, сочетающую фундаментальную и прикладную образовательные функции. Профессиональная ориентация курса способствует повышению эффективности познавательной деятельности студентов, осознанному восприятию связи математики с дисциплинами специализации, а также формирует мотивацию к повышению математической культуры.

Авторы надеются, что подобный подход к преподаванию курса “Высшая математика” приблизит университет к выполнению непростой задачи подготовки высокообразованных молодых людей, способных со временем определять будущее развитие страны.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Гнеденко, Б.В.* Математическое образование в вузах / Б.В. Гнеденко. – М.: Высш. школа, 1981. – 174 с.



2. *Девдариани, А.С.* Математический анализ в геоморфологии / А.С. Девдариани. – М. : Недра, 1967. – 156 с.
3. *Матейко, О.М.* Особенности обучения высшей математике студентов геолого-географических специальностей / О.М. Матейко, В.Г. Скатецкий // Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. – 2006. – № 4(25). – С. 216–223.
4. *Матейко, О.М.* Высшая математика. Примеры и задачи : учеб.-метод. пособие / О.М. Матейко, П.В. Плащинский. – Минск : БГУ, 2005. – 47 с.
5. *Самнер, Г.* Математика для географов / Г. Самнер. – М. : Прогресс, 1981. – 296 с.
6. Высшая математика : типовая учеб. программа для высш. учеб. заведений по специальностям 1-31 02 01 “География” (по направлениям), 1-33 01 02 “Геоэкология” [Электронный ресурс] / М-во образования Респ. Беларусь, Учеб.-метод. объединение высш. учеб. заведений Респ. Беларусь по естественнонауч. образованию ; сост. А.А. Гусак, О.М. Матейко, П.В. Плащинский ; отв. за вып. О.М. Матейко. – Минск, 2009. – Режим доступа : <http://elib.bsu.by/handle/123456789/457>. – Дата доступа : 27.11.2010.
7. *Скатецкий, В.Г.* Профессиональная направленность преподавания математики: теоретический и практический аспекты / В.Г. Скатецкий. – Минск : БГУ, 2000. – 159 с.
8. Математическое образование: тенденции и перспективы / Л.Д. Кудрявцев [и др.] // Высшее образование сегодня. – 2002. – № 4. – С. 20–29.
9. *Еровенко, В.А.* Основы высшей математики для филологов: методические замечания и примеры : курс лекций / В.А. Еровенко. – Минск : БГУ, 2006. – 175 с.
10. *Дегтяренко, Н.А.* Математическая статистика : пособие по курсу “Высшая математика” для студентов химического факультета / Н.А. Дегтяренко, О.Г. Душкевич. – Минск : БГУ, 2008. – 141 с.
11. *Кузьмин, К.Г.* Теория вероятностей и математическая статистика : учеб.-метод. пособие для студентов специальности 1-25 01 03 “Мировая экономика” / К.Г. Кузьмин, Н.И. Широқанова. – Минск : БГУ, 2009. – 89 с.
12. *Скатецкий, В.Г.* Математические методы в химии : учеб. пособие для студентов вузов / В.Г. Скатецкий, Д.В. Свиридов, В.И. Яшкин. – Минск : ТетраСистемс, 2006. – 368 с.
13. *Еровенко, В.* “Максима Канта” и общее математическое образование / В. Еровенко // Наука и инновации. – 2008. – № 1. – С. 9–12.