

УДК 372.851

А.Б. ЧЕБОТАРЕВСКИЙ

## ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В V – VI КЛАССАХ: ЗАДАЧИ И СВЕРХЗАДАЧИ

*В статье обсуждаются ценностные установки и цели обучения математике в V – VI классах 11-летней школы.*

При организации процесса обучения для достижения его максимальной эффективности необходимо соотносить сложившуюся образовательную ситуацию с ценностями и целями обучения.

Изменил ли ситуацию в образовании переход на одиннадцатилетний срок обучения? Как этот переход касается досистематического обучения математике? Изменились ли ценности и цели обучения в V – VI классах? На что ориентироваться учителю математики в своей работе с учащимися этих классов?

Анализ материалов, регламентирующих переход средней школы на 11-летний срок обучения, позволяет сделать вывод о том, что кардинальных изменений в систему школьного математического образования вносить не предполагается. В этих документах не пересмотрена лично-ориентированная образовательная парадигма, не подвергаются критике основные положения концепции реформирования математического образования, которое реализовывалось на протяжении последнего десятилетия. Однако отсутствие системных изменений требует более внимательного отношения к обстоятельствам менее крупного масштаба, сопутствующим происходящим в настоящее время в образовании процессам. Внимательного анализа требуют в первую очередь учебный план и программа. Однако в I – IV и V – VI классах в отношении математики изменения совсем незначительны: исключены из программы вопросы “Алгебраические способы решения задач. Приближенное значение. Абсолютная и относительная погрешности”, а включены в программу обучения в VI классе вопросы “Стандартный вид числа. Степень с натуральным показателем. Степень с целым показателем. Умножение и деление степеней с целыми показателями”, в содержательной линии “Координаты и функции” предусмотрено изучение вопросов “Прямая пропорциональность. Обратная пропорциональность”.

Программой для изучения в V – VI классах предусматривается освоение арифметики рациональных чисел (обыкновенные и десятичные дроби, положительные и отрицательные числа, пропорции и проценты), знакомство с основными геометрическими фигурами и некоторыми их свойствами, измерением длин, углов, площадей и объемов [1]. Изучение этого материала является необходимым условием приобщения к современной культуре и предусматривается программами математической подготовки большинства стран [2], арифметика, геометрия и текстовые задачи составляют главное содержание обучения в V – VI классах и являются основой математического образования. Анализ результатов международного исследования уровня математического образования [3–5] свидетельствует о том, что страны, показавшие хорошие результаты в этом исследовании, обеспечивают качественное изучение упомянутых разделов.

Образованию, учебной деятельности присуща внутренняя *двойственность*: здесь должны сочетаться объективно-культурный и индивидуально-личностный аспекты. С одной стороны, важно обеспечить усвоение учащимися определенной части общечеловеческого опыта, к которому относятся математические по-

нятия, зафиксированные в соответствующих терминах, факты, выражающие свойства этих понятий и связи между ними, и процедуры установления истинности тех или иных математических утверждений. С другой стороны, результатом обучения должны явиться внутренние приращения учащихся (их развитие, обогащение творческим опытом, расширение операциональных возможностей), что позволит реализовать в наибольшей степени их внутренний потенциал.

Значимость обучения математике в V – VI классах обуславливается не только усвоением определенных *знаний-фактов*. Не меньшее значение имеет и овладение *знаниями-методами*, к которым мы относим общие интеллектуальные умения – выполнять мыслительные операции вычленения, сличения, сопоставления, анализа, синтеза, обобщения, конкретизации. Кроме того, еще одним результатом изучения математики в V – VI классах должно быть *развитие* таких *качеств ума*, как гибкость, подвижность, критичность, самостоятельность; *развитие* таких *познавательных умений*, как умение поставить вопрос, обосновать утверждение, выдвинуть гипотезу и проверить ее, сделать вывод, применить знания, а также обучение тому, как овладевать новыми знаниями.

Достижение развивающих целей, обеспечение воспитания личностных качеств, а также выработка правильного представления о возможностях математики в изучении и описании действительности и ее месте среди других наук зависят от способа обучения. Определяющая роль методики обучения при этом была установлена давно: еще Н.И. Лобачевский отмечал, что “если учение математики, так свойственное разуму человеческому, остается для многих безуспешным, то это по справедливости следует приписать недостаткам в мастерстве и способе преподавания” [6, с. 369]. Именно от методики обучения зависит, будет ли реализован развивающий потенциал того или иного учебного содержания, которое уже на протяжении нескольких десятилетий для рассматриваемого этапа остается в своей основе стабильным.

В отличие от овладения конкретными фактами, которое можно спланировать, реализовать в определенном временном промежутке (уроке, серии уроков, классе) и проконтролировать степень этого овладения, реализовать развивающие и воспитывающие цели прямым методом невозможно. Это происходит в процессе деятельности по овладению предметными знаниями через подражание, копирование, присвоение способов действий. И хотя изменения в личностной сфере учащегося достигаются с большим трудом, чем изменения в области предметных знаний, эти образования являются и более устойчивыми. Именно по этим причинам при организации обучения математике в V и VI классах ориентация только на усвоение предметных знаний и игнорирование развивающих и воспитывающих целей было бы ошибкой.

Косвенным подтверждением этому является тот факт, что при изменении образовательной парадигмы содержание обучения математике практически не изменилось; изменение целевых установок сказалось в основном на образовательных ориентирах и способах обучения.

Каким же должен быть “способ преподавания” для успешного решения не только задачи (выполнения программы), но и сверхзадачи (обеспечения общего развития учащихся)?

Учебный процесс в V – VI классах должен определяться в своих существенных чертах возрастными особенностями учащихся, их возможностями, причем не только имеющимися, актуальными, но и потенциальными. При организации обучения математике всегда, осознанно или нет, разрешается ряд диалектических противоречий, которые отражают двойственную природу обучения и к которым относятся противоречия между математикой как целостной научной систе-

мой и математикой в процессе освоения, алгоритмической и эвристической деятельностью, накоплением знаний и обеспечением развития, мышлением и действием, смысловым и формальным, образным и понятийным, логикой и интуицией, обучением и контролем. Результативное обучение не может ограничиться только одним аспектом, одним ракурсом.

В обучении важно определить правильное отношение между *математикой-результатом* и *математикой-процессом*, поскольку само обучение должно учитывать логику математики как науки, ориентироваться на ее достижения, однако завершенная математика не может быть предметом школьного обучения. Обучение математике должно происходить в процессе создания ее заново, в процессе использования, в процессе решения задач. Через задачи происходит первичное накопление материала, который впоследствии будет обрабатываться, задачи же являются и непосредственной целью расширения знаний и умений учащегося. Накопление опыта важно еще и потому, что понимание, как указывал Я.Б. Зельдович [7, с. 8], приходит в результате анализа примеров и применений.

Применения математики требуют овладения определенными *алгоритмами*, поскольку они, являясь эффективными в техническом плане инструментами, высвобождают мышление для анализа возникающих ситуаций, соотнесения выполняемых действий с целью деятельности. Именно насыщенностью алгоритмами отличается содержание курса математики V – VI классов от начального курса математики. Прежде всего, здесь завершающее оформление в виде алгоритмов находят правила выполнения арифметических операций над произвольными натуральными числами, формулируются алгоритмы, связанные с делимостью натуральных чисел, алгоритмы преобразования и сравнения дробей, алгоритмы выполнения арифметических операций над числами, записанными как в виде обыкновенных, так и в виде десятичных дробей, алгоритмы сравнения положительных и отрицательных чисел, выполнения над ними арифметических операций. Усвоение всех алгоритмов курса математики V – VI классов будет более легким и прочным, если для этого использовать привязку к контексту и раскрытие смысла алгоритмов в процессе содержательного *обобщения типичных ситуаций* [8, с. 158-164, 184-185].

Так, при обучении 10–11-летних детей дробям важно выделить ключевые моменты, усвоение которых явилось бы предпосылкой для овладения всей темой. Это представления о дроби как количестве долей и об укрупнении и раздроблении долей. Представление о дроби как о количестве долей даст возможность сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями (как разные количества одинаковых величин) или одинаковыми числителями (как одинаковые количества различных величин), выполнять сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, умножение дроби на натуральное число (как действие над количествами). Использование раздробления и укрупнения долей, которые выражают основное свойство дроби, позволит обосновать правила деления и умножения дроби на натуральное число, сложения и вычитания дробей с различными знаменателями, мотивировать правила умножения и деления дроби на дробь, сравнения десятичных дробей. Правила выполнения арифметических операций над обыкновенными дробями позволят впоследствии обосновать соответствующие алгоритмы для десятичных дробей.

Алгоритм в обучении в определенной степени завершает рассмотрение класса задач, является результатом упорядочения соответствующего математического материала. Вокруг алгоритма организуется некоторый набор фактов. Особенность математики заключается в том, что каждое новое понятие таит в себе заро-

дыш алгоритмического. Поэтому обучение математике невозможно без изучения тех или иных алгоритмов и определенных классов задач, на решение которых эти алгоритмы направлены, а также определенной совокупности фактов, связанных с осваиваемыми алгоритмами. Однако обучение не должно заканчиваться алгоритмами, они должны служить инструментом творческого освоения мира.

Основным средством исследования мира является его *математическое моделирование* [9]. Использование математики способствует формированию фундаментального общенаучного понятия модели, овладению новыми способами действий, поскольку окружающая действительность доставляет новые задачи, стимулирующие развитие математических знаний учащихся, а решение разнообразных задач обогащает их опыт поисковой деятельности [10]. Работа учащихся с разнообразным предметным материалом позволит им также получить опыт в специфической деятельности по математическому описанию конкретных ситуаций, являющейся одним из основных аспектов математической деятельности [11, с. 53-60]. Традиционно сложившееся содержание обучения математике в V – VI классах (обыкновенные и десятичные дроби, пропорции и проценты, положительные и отрицательные числа, элементы геометрии) является достаточно близким к окружающей ученика реальности. Изучаемый материал востребован при поиске ответов на разнообразные вопросы, поставляемые окружающим миром, и при надлежащей постановке обучения он может способствовать интеллектуальному развитию учащихся через освоение ими индуктивных и дедуктивных рассуждений.

Возраст 10–13 лет сензитивен для интеллектуального развития, упущенные в этом возрасте возможности для развития мышления и всей интеллектуальной сферы не могут быть в полной мере компенсированы впоследствии. Обучение математике в V – VI классах в гораздо большей степени, чем начальной школе, следует основывать на интеллектуальной деятельности по осмыслению возникающих проблем, анализу складывающихся ситуаций, уточнению целей деятельности и поиску возможных путей их достижения. При этом должна оставаться существенной опорой на конкретно-образные компоненты мышления учеников и их здравый смысл.

Поскольку учащиеся V – VI классов приобретают способность строить умозаключения на основе выдвинутых гипотез, становятся способными к умственным экспериментам [12–14], то существенное развитие по сравнению с начальной школой должна получить линия текстовых задач. Если в начальной школе рассматривались в основном приведенные текстовые задачи, т.е. задачи, решение которых идет за условием от начала к концу либо от конца к началу, то в V – VI классах значительно возрастает доля задач, которые для своего решения требуют *переформулировки условия* на основе некоторой гипотезы или умственного эксперимента. Такие решения обычно используют условное наклонение “если бы ...” или гипотетическое предположение “допустим, что ...”. В V – VI классах должен значительно расширяться и спектр трудности задач: от типовых, на которых отрабатывается определенная связь между данными, до составных задач с несколькими объектами, которые в качестве подзадач включают две или большее количество модельных. Решение текстовых задач направлено на выработку у учащихся умений анализировать условие, моделировать его с помощью системы отрезков, выделять подзадачи и переформулировать условие, ориентироваться в незнакомой ситуации, искать элементы собственного опыта, полезные в данной ситуации.

Смысловое и формальное выявляют различные способы ориентировки при продвижении к решению учебной задачи: смысловое связано с индивидуально-

личностными предпочтениями, ориентирами и связями, а формальное дает отработанный многими предшественниками кратчайший путь, который подобно туннелю в скале связывает условие задачи и ее решение. В результате обучения учащиеся должны получить знания, “знать кратчайшие пути”, только в V – VI классах эти кратчайшие пути должны быть “освещены” смыслом. Обычно учебная деятельность организуется учителем с ориентацией на знания, а важному личностно-смысловому компоненту должного внимания не уделяется. А недостаточный личный опыт действий с конкретным материалом, недостаточная база примеров и контрпримеров являются основной причиной формализма в математических знаниях учащихся. Образность, использование личного опыта ученика в значительной степени обеспечивают опору и поддержку сложных процессов понимания и запоминания. На этот важный для учащихся V – VI классов аспект давно обращали внимание учителя-практики: “Учитель не должен забывать о том, что мышление детей отличается конкретностью и если ребенок не понимает наших объяснений, – это значит в его сознании отсутствуют те конкретные образы и представления, на базе которых может возникнуть новое понятие” [15, с. 17]. Для учащихся V – VI классов осмысление в определенной степени важнее формально-логического восприятия. Осмысление вводимого понятия предполагает ознакомление учащегося с типичными и нетипичными представителями объема этого понятия, его конкретным наполнением, в то время как при формально-логическом подходе объем вводимого понятия представлен потенциально, в свернутом виде. Поскольку учащиеся в возрасте 10–12 лет, как правило, не испытывают затруднений при выполнении обобщений, важно эти обобщения готовить. Накопленный личный опыт ученика не только дает исходный материал для обобщений, но и обогащает интуицию, пополняет подсознательное.

Образное и понятийное представляют собой личностные проявления субъективного и объективного. Образы и понятия взаимно содержат друг друга, потенциально они находятся одни в других. И хотя мышление учащихся V класса преимущественно наглядно-образное, доминирующим в нем являются правополушарные механизмы мышления, однако в V – VI классах интенсивно развиваются и понятийно-логические, левополушарные механизмы. Учитывая неравномерность в развитии право- и левополушарных стратегий мышления, опытные учителя стремятся к обеспечению “двухслойности” при объяснении материала и организации обсуждений: объяснение должно быть ориентировано и на учащихся с преобладающим наглядно-образным мышлением, у которых “левополушарная” стратегия только начинает формироваться, и на тех учащихся, которые уже овладели элементами понятийно-логического мышления [16]. При этом, с одной стороны, используется в качестве опоры жизненный опыт учащихся, а с другой, стимулируется развитие понятийно-логического мышления. Если учащийся владеет либо только обобщением, либо действиями с объектами на уровне наглядных представлений, то такие знания нельзя считать качественными: они либо формальны и быстро забываются, либо, не обладая должной обобщенностью, тормозят дальнейший прогресс в учении.

Желательно при этом деятельность учащихся организовывать таким образом, чтобы особенно при освоении новых мыслительных операций действия “в уме” имели соответствующее материальное сопровождение в виде схем, рисунков. Это облегчит выполнение операции вычленения из условия задачи тех данных, которые на каждом шаге являются актуальными, поскольку уже на этапе построения схемы учащиеся должны явно указать на ней структуру связей между данными в условии числами. Они практически выполняют операцию *струк-*

турирования. Само представление исходного задания в новой форме приучает учащихся к *перекодировке* информации, ее новой интерпретации. Использование вспомогательных средств при решении традиционных математических задач позволяет расширить опыт выполнения мыслительных операций, которые являются общезначимыми, но в явном виде нигде специально не отрабатываются. Кроме того, использование графических и схематических моделей позволяет расширить спектр средств, которыми может воспользоваться ученик, делает богаче его возможности, позволяет осуществлять выбор, стимулируя тем самым поисковую активность. Нужно отдавать себе отчет в том, что при обучении математике в V – VI классах не ставится цель развивать дедуктивное мышление. Логичность мышления следует понимать как последовательность, охват возможно большего количества аргументов, учет всех возможных следствий и их анализ. Мышление учащихся в V – VI классах в наименьшей степени является формальным, оно преимущественно содержательное: предметом мышления ученика служат не строгие доказательства, а рассуждения по аналогии, обобщения закономерностей, подмеченных в некоторых частных случаях, выводы на основании сопоставления и т. п. Особенностью мышления ученика является то, что он может не осознавать до конца всех аргументов, на основании которых он сделал тот или иной вывод. Правила, по которым проводятся рассуждения, также не фиксируются, не осознаются, а поскольку механизмы мышления остаются наполовину скрытыми, то само мышление можно охарактеризовать как подражательное и полуинтуитивное. Поэтому при организации обучения в V – VI классах учителю следует учитывать присутствие в мышлении учащихся допонятийных форм, что объясняет значительную роль интуиции, основу которой составляет личный опыт ученика. Проведение учеником тех или иных рассуждений и сопоставление их результатов с реальностью как раз и позволяет накапливать и уточнять личный опыт в мышлении, формировать базовые мыслительные способности [17].

Учитывая, что учащиеся в V – VI классах овладевают вводимыми понятиями не сразу, что этот процесс начинается с создания наглядно-чувственных образов, их обобщения и формирования соответствующих представлений, в обучении необходимо соответствующий этап [18, с. 51–63]. Для качественного усвоения объема и содержания нового понятия, его понимания важно в предшествующем обучении создать достаточный набор примеров и контрпримеров. Тогда при введении нового понятия можно будет обращаться не только к предъявленной в данный момент наглядности, но и к образам, которые сложились в памяти в результате прошлого восприятия. Например, при формировании понятия дроби полезно использовать модели дроби в виде нескольких долей отрезка, круга или прямоугольника, поскольку с такой моделью дроби впоследствии будет удобно проводить сравнение дробей с одинаковыми знаменателями или с одинаковыми числителями, выполнять сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, проводить раздробление и укрупнение долей, выполнять умножение и деление дроби на натуральное число. Обращение к сформированному представлению о дроби будет помогать восстанавливать в памяти правила выполнения соответствующих действий, а это способствует выделению и сохранению самого важного в более плотной “упаковке” учебной информации, позволяя при необходимости развернуть нужный блок с достаточной степенью детализации.

Если в обучении игнорируются познавательные возможности образного мышления и делается упор на словесно-логические методы, то этим создаются дополнительные затруднения для учащихся, поскольку образ – это не только “подножка” мысли, это ее необходимая составная часть. Мышление, лишенное

элементов образности, рискует стать сухим и бесплодным, а обучение, не адресованное к образному мышлению, не только не способствует развитию мышления, но и в конечном счете подавляет его. Одной из причин низкого качества учебной работы является, на наш взгляд, недостаток воображения, малый запас зрительных образов в умственном багаже учащегося, неумение привлечь их к работе в нужный момент. Успешность в работе учителя во многом зависит от того, как он умеет дать школьникам такие образы-опоры. При этом образы важны даже в большей степени для учеников с преобладающим понятийно-логическим компонентом мышления для внесения через аналогию упорядочения, смысловых связей и закономерностей в большое количество конкретного фактического материала. Введение элементов образности в абстрактный материал и установление смысловых связей в разнородном конкретном материале способствуют, кроме того, развитию как теоретического, так и образного мышления школьников. Создание чувственно-образных опор делает процесс обучения естественным, приучает мотивировать те или иные действия, ставить вопросы и искать на них ответы, вырабатывает иммунитет к формализму. Такое обучение не только формирует представления, служащие ориентирами при последующем накоплении и упорядочении знаний, но и благоприятствует развитию творческих способностей ученика.

К основным результатам обучения относятся *накопление определенных знаний и развитие* учащегося. В V – VI классах в предметной части предусматривается освоение учащимися множества рациональных чисел. Такими же важными результатами обучения должно явиться расширение интеллектуальных возможностей учащихся [20]. Знания математических фактов, законов, овладение системой понятий, способами действий с ними вначале являются *предметом усвоения*, т.е. целью, а затем, будучи усвоенными, превращаются в *средства регулирования* этой деятельности. При обучении математике в V – VI классах важно обеспечить как овладение определенными *действиями*, алгоритмами, так и развитие *мышления*. Мышление всегда ведет к приобретению знаний, хотя стимулируется оно их недостатком. Знания и опыт создают базу для мышления и являются его целью: мышление дает знания для эффективных действий в новой ситуации. Условиями возникновения мыслительного процесса являются ситуации, стимулирующие поисковую активность: человек начинает думать там, где привычка или прежнее знание оказываются недостаточными.

Для активизации процесса обучения в качестве источника противоречий полезно использовать ошибки, сопутствующие обучению. Процесс усвоения является постепенным, многоэтапным, включающим последовательные уточнения и обобщения. Усвоение правил, определенных формализмов в V – VI классах, происходит через их практическое использование, в котором определяются границы допустимого, усвоение правил происходит через попытки их нарушения. При освоении нового формализма ученики зачастую переносят в новую ситуацию имеющиеся у них стереотипы [20]. Ошибки, возникающие на этом пути, существенно отличаются от ошибок, вызванных забыванием, невнимательностью, от механических описок. Если учитель нацелен на *использование “ошибок усвоения”*, то работа с ними является действенным средством активизации познавательной деятельности учащихся. При работе с ошибкой следует учитывать то, что апеллирование к общему правилу неэффективно. Во-первых, общее правило из-за своей общности не оказывает непосредственного воздействия на эмоциональную сферу ученика, не окрашено переживаниями, во-вторых, общее правило часто говорит о том, как можно действовать, и не говорит о том, что действовать иначе нельзя. С целью показать, что определенные дей-

ствия недопустимы, следует привести конкретный пример, когда действия по “изобретенному” способу приводят к очевидно неверному результату. Привлекая к поиску такого возражения весь класс, учитель обогащает опыт самостоятельности учащихся, ориентирует их на углубление собственных знаний.

Развитию продуктивного мышления, что является одной из целей обучения математике, способствует опыт эвристической деятельности. Обретать эвристический опыт, развивать познавательные умения, вырабатывать мыслительные навыки можно только в соответствующей деятельности, каковой в V – VI классах является решение задач. Развитию интуиции способствуют задания, содержащие элемент неожиданности. Значительная степень неопределенности в условии задачи стимулирует поисковую активность, заставляет обратиться к глубоким и неформализуемым элементам собственного опыта [21].

Обучение математике имеет значительный потенциал для выработки у учащихся общих продуктивных подходов к организации своей деятельности. Успешности деятельности во многом способствует ее *ориентировочная часть и организация контроля и самоконтроля* за ее выполнением. Учителю следует выработать здоровую реакцию класса на попытки “усовершенствовать” правила: ученикам должен принадлежать приоритет как обнаружения ошибки или неточности, так и объяснения причин недопустимости тех или иных действий. В этом случае через контроль над действиями других ученики приобретают навыки самоконтроля, рефлексии, осознанного использования общих положений при разборе конкретных вопросов.

Иногда учитель допускает ошибку, оставляя за собой контрольно-корректировочную функцию. Если учитель постоянно сам оценивает правильность действий учеников, уточняет и вносит поправки, то ученик лишается возможности полноценной выработки ориентировочной основы действий, поскольку ему важно не только знать правильные образцы деятельности, но знать также, почему другие образцы не являются правильными.

Таким образом, для успешного освоения предусмотренного программой материала и обеспечения общего развития учащихся учителю необходимо учитывать двойственный характер процесса обучения и правильно определять соотношение между взаимодополняющими его аспектами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Учебная программа для общеобразовательных учреждений с белорусским и русским языками обучения: Математика: V – XI классы. – Минск: Национальный институт образования, 2008. – 51 с.
2. Mathematics education in Europe and Japan: SSMCIS Report. – Teachers College Columbia University, 1971. – 163 p.
3. Адукацыя і здароўе нацыі; пер. з англійскай В.В. Мацюшэнькі // Адукацыя і выхаванне. – 1998. – № 10. – С 88-96.
4. TIMSS 1999 International Mathematics Report / by Ina.V.S. Mullis, Michael O. Martin and others. – International Study Center Lynch School of Education, Boston College, USA, – 2000.
5. **Башмаков, М.И.** Мы учим и учимся математике в нашем общем доме – Европе: По материалам исследования обучения математике в европейских странах / М.И. Башмаков // Математика в школе. – 2002. – № 1. – С. 3-6.
6. **Лобачевский, Н.И.** Полное собрание сочинений: в 5 т. – М.; Л.: ГИТТЛ, 1946 – 1951. – Т. 4: Сочинения по алгебре. – 471 с.
7. **Зельдович, Я.Б.** Высшая математика для начинающих и ее приложения / Я.Б. Зельдович. – М.: Наука, 1970. – 560 с.
8. **Осинская, В.Н.** Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике / В.Н. Осинская. – Киев: Радянська школа, 1989. – 191 с.



9. **Малкова, Т.В.** Математическое моделирование – необходимый компонент современной подготовки школьников / Т.В. Малкова, В.М. Монахов // *Математика в школе*. – 1984. – № 3. – С. 46-49.
10. **Ротенберг, В.С.** Мозг. Обучение. Здоровье / В.С. Ротенберг, С.М. Бондаренко. – М.: Просвещение, 1989. – 239 с.
11. **Столяр, А.А.** Педагогика математики / А.А. Столяр. – Мн.: Вышэйшая школа, 1986. – 414 с.
12. **Крутецкий, В.А.** Основы педагогической психологии / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1972. – 255 с.
13. **Лейтес, Н.С.** Возрастная одаренность школьников / Н.С. Лейтес. – М.: Издательский центр "Академия", 2000. – 320 с.
14. **Фридман, Л.М.** Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
15. **Уметский, В.А.** О развитии математического мышления учащихся на уроках арифметики / В.А. Уметский // *Математика в школе*. – 1954. – № 5. – С. 17-26.
16. **Блейк, С.** Использование достижений нейропсихологии в педагогике США / С. Блейк, С. Пейп, М.А. Чошанов // *Педагогика*. – 2004. – № 5. – С. 85-90.
17. **Гурбатова, Е.Р.** Роль допонятийных форм мышления в обучении детей математике / Е.Р. Гурбатова // *Педагогика*. – 2004. – № 6. – С. 39-45.
18. **Усова, А.В.** Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения / А.В. Усова. – М.: Педагогика, 1986. – 176 с.
19. **Кабанова-Меллер, Е.Н.** Учебная деятельность и развивающее обучение / Е.Н. Кабанова-Меллер. – М.: Педагогика, 1981. – 95 с.
20. **Матюшкин, А.М.** Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
21. **Мышкис, А.Д.** О развитии математической интуиции учащихся / А.Д. Мышкис, П.Г. Сатьянов // *Математика в школе*. – 1987. – № 5. – С. 18-22.

Поступила в редакцию 22.12.2008 г.