УДК 51.0

***Н.В. МИХАЙЛОВА***

# ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ

Математическое познание представляет собой особый тип культуры, которая является в определенном смысле дополнительной к гуманитарной культуре. Но если рассматривать науку только в ее культурном смысле, то тогда трудно понять всю ее когнитивную сущность, хотя при исследовании самой науки, безусловно, следует учитывать как внутренние, так и социокультурные аспекты. Романтическая идеализация науки была одним из популярных, но не самым долговечным мифом. Практические результаты научной деятельности – "великой надежды двадцатого века", оказываются иногда не столь уж гуманными, когда они не только изменяют мир не в лучшую сторону, но и могут просто уничтожить его. Потому одна из важнейших функций современного подхода естественнонаучному знанию состоит в выявлении проблем, имеющих значение не только для развития науки, но и для нравственных позиций современных ученых.

В силу различных социальных факторов ученое сообщество не может не испытывать на себе влияние ценностных приоритетов общества. Например, систему научных ценностей деформируют условия конкурентной борьбы за финансирование новых исследований, а способствовавшая развитию и просвещению информация в современной электронной модификации принимает сегодня совершенно извращенные формы бездумного потребления. Общество оказалось не готово к новым социальным проблемам, возникшим в результате реализации новейших научных открытий. Тем не менее, ценность науки и ее право формировать собственные внутринаучные ценности пока открыто не оспариваются. Поскольку общество давно уже перестало быть естественной составляющей природы, то невозможно избежать взаимопереплетения внутринаучных и социокультурных аспектов научного познания.

Кризисные периоды науки можно обосновать не только причинами, связанными с общественным развитием, но также и внутренним развитием научного знания, определяемым методологическими установками, а также неодолимым стремлением к познанию. Поэтому социокультурный подход не отрицает, а дополняет различные формы системного подхода. Социокультурное в математическом познании можно рассматривать как некий синтез социального, выступающего в роли легитимизирующего, и культурного, формирующего методологическую программу исследования. Важнейший социокультурный фактор развития науки, определяемый отношением сообщества и властных структур к признанию роли науки и научного общества в целом, связан со способами воспроизводства научного знания, подготовки интеллектуалов и постановки образования различных уровней. Методологическая особенность социокультурного подхода в науке связана с отысканием специфики познавательной деятельности в контексте многогранной культуры общества. В наиболее систематизированном виде критика методологического сознания была представлена И. Кантом. Считая критику свободным испытанием объекта исследования с помощью разума, он ввел в теорию познания социокультурный мотив.

Проблема истины в равной мере проблема гносеологии и онтологии, поскольку сущность предмета познания определяется онтологической моделью мира. Многие философы считают, что эпистемология лежит в основе всего остального знания и что наше основное объяснение подобно аргументу Декарта cogito ergo sum. Теория Куна, анализирующая научный процесс, объясняет последовательный переход парадигм на основе социологии и психологии, не акцентируя достоинств конкурирующих объяснений, в результате чего исчезает понимание того, что усовершенствование научного знания возможно хотя бы в принципе. Теория Поппера, формулируя условия роста научного знания, не объясняет, почему с ее помощью создаются теории, которые все же можно использовать. Объяснение научного познания Поппера называют теорией фальсификации, против которой выдвигаются принципиальные возражения. С одной стороны, невозможно испытать все теории, достойные испытания, поскольку человеческая изобретательность способна генерировать их неограниченно, а с другой стороны, эта теория исключает из науки слишком много того, что исследователи хотели бы в ней сохранить.

По мнению некоторых исследователей, К. Поппер прав в том, что мы не в состоянии найти объяснение истинности только в рамках теории познания как таковой. В соответствии с современными эпистемологическими принципами знание не появляется сразу в полной форме, а существует только как результат творческих эволюционных процессов, начинающихся с задачи и заканчивающихся новой проблемной ситуацией. Опыт осмысления оснований математики в двадцатом веке, кризис которых проявился в обнаружении противоречий, привел Л. Витгенштейна к выводу о том, что традиционная трактовка математики избыточно идеализирована, а математики и философы математики традиционно исходят из платоновского представления о неколебимом основании математики и о неопровержимом характере математического знания. Поэтому проблема обоснования математики носит по сути философский и методологический характер, а ее решение связано с отказом от завышенных и нереалистичных идеализаций математического знания, хотя именно с платоновской точки зрения были открыты новые объекты – неевклидовы геометрии и объясняющие их непротиворечивость модели.

Математическое доказательство рассчитано на восприятие его человеком и поэтому является психологическим понятием. Например, полное доказательство Великой теоремы Ферма, окончательное решение которой получено Э. Уайлсом, содержит около тысячи страниц, которые в течение нескольких месяцев проверяла группа специалистов в области теории эллиптических кривых. В связи с привлечением компьютера для получения доказательств возникла проблема компьютерного фактора. Использование компьютеров на всех стадиях некоторых математических исследований, в том числе и на этапе доказательства математических утверждений, – принципиальная особенность современной математики. Главными вопросами теории вычислений являются: "Как определяется вычислимость?" и "Какие средства для нее необходимы?" Например, в новом для всех предмете квантовых вычислений объединены идеи классической информации, теории чисел и квантовой физики. Если квантовые вычисления не окажутся недостижимой мечтой, то тогда придется заново переосмыслить правильность использования таких устоявшихся терминов, как "физическое измерение" и "математическое знание".

Математику невозможно отделить от всего остального научного знания, поэтому она должна быть представлена не только внутринаучной проблематикой, но и в культурной и социальной связности. Знаменитую метафору Галилея о мире, как книге, написанной математическим языком, можно также интерпретировать и в том смысле, что достоверность математического рассуждения – это не только качество нашего знания, но и фундаментальный факт физической реальности. Однако собственный язык математики, расслаивающийся в процессе дифференциации различных разделов математики, как "корпоративный научный жаргон", недоступный непосвященному, являтся довольно сложным социальным явлением. Осмысление роли аксиом, методов и теорем в гарантировании существования математических объектов предполагает обсуждение этого вопроса, как с математической, так и с философской, и психологической точек зрения. Эволюцию современного математического знания можно охарактеризовать не как смену ответов на поставленные ранее вопросы, а как смену самих вопросов. Социокультурные аспекты в понимании эпистемологии математического познания в контексте единства культуры и социальности дополняют и проясняют другие подходы. Понимание функции математического знания как поиска удовлетворительных объяснений стимулирует нахождение объективно лучших теоретических конструкций и моделей, а потребность в целостном осмыслении действительности способствует выявлению влияния гуманитарных факторов на оценку научных теорий.

Задача математического познания состоит в поиске таких реальных проблем, которые поддаются решению, учитывая при этом, что мир в целом не может быть окончательно понят. Математизированное естествознание говорит о моделях некоторой реальности, стоящей за физическими явлениями, хотя некоторые явления, требующие наблюдения, являются актом сознания и поэтому можно предположить, что реальность возможна не только физическая. На каждом уровне познания что-то принимается за математическую суть, объясняющую явления, которая может изменить свои формальные правила на другом уровне. Столь же изменчива и природа математических знаний. Современная тенденция моделирования реальности состоит в том, что кроме математических метафор используются также аналоги из других источников. Одна из причин занятий математическими науками состоит в расширении восприятия, а не только наращивании текущего знания, поскольку социокультурная обусловленность знания включает в себя как систему отношений внутри научного сообщества, так и между человеком и окружающей его средой. Постмодернистская философия, критикуя науку и образование, пытается преодолеть отчуждение человека. Математическая образовательная система, представляя беспроблемные взгляды на реальность, делает ставку на известное, не уделяя внимание тому, что неизвестно или вообще не может быть познано, то есть она неадекватна всем социологическим аспектам человеческого поведения. Поэтому для понимания феномена математического образования, наряду с ценностями математического знания, следует учитывать его специфику как важнейшего социокультурного процесса.

Противостояние социокультурного и когнитивного направлений в анализе природы математического знания способствует пониманию основных проблем нефундаменталистской философии математики и их отличия от задач фундаменталистской философии математики. Д. Гильберт, подчеркивая важность постановки фундаментальных вопросов о природе математики, предлагал заменить вопрос о справедливости математического утверждения вопросом о способе доказательства или опровержения этого утверждения. Неявно предполагалось, что ответ должен быть однозначным. Однако, доказав совместными усилиями существование неразрешимых математических утверждений, математики тем самым указали на неосуществимость программы Гильберта в полном объеме. В связи с новой проблемой распознавания неразрешимых утверждений появляется задача переосмысления рационального мышления в математике: его когнитивной составляющей, определяющей стиль мышления, и дополняющей его эмоциональной составляющей, отражающей современные подходы к проблеме познания. Суждения о рациональности в математике в контексте проблемы соответствия средств целям, вообще говоря, строго не определены. Даже некоторые "парадоксы" теории множеств являются, по существу, софизмами, основанными на использовании непредикативных высказываний. Математику как культурное явление нельзя понять без ее исторического рассмотрения, поэтому, говоря о приоритетности каких-либо направлений в обосновании и развитии математических теорий, следует учитывать их историческую, культурную и социальную обусловленность.

Ответ на важнейший философский вопрос о том, изобретаются или открываются математические истины, неизвестен, хотя большинство теоретиков-математиков все же склоняются к открытию. Рациональность математического знания сильно связана с традициями развития науки последних трех столетий, но есть какой-то предел и у рационального знания. Можно выделить следующие первичные причины границ знания: недоступность, например, проблемы бесконечности в целом; искажение, когда мы предполагаем, что понимаем мир, а на самом деле его не понимаем; сложность, состоящая в трудности осмысления явлений, не являющихся суммой своих составляющих в духе методологического принципа целостности. Хотя язык теории множеств, широко используемый в математике, имеет определенные технические удобства, однако его использование привнесло в математику существенные проблемы, не характерные для ее предыдущего развития. Тем не менее иррациональные явления математики по-прежнему пытаются изучать с помощью своих рациональных инструментов. Чтобы больше знать, надо больше предполагать, что со временем может привести математику к фундаментальной неуверенности. Математики в своей практике уже столкнулись с огромными компьютерными вычислениями, которые слишком сложны для проверки и понимания. С другой стороны, философский вопрос, в какой мере компьютерные модели являются природными системами, – это пока нерешенная проблема. Учитывая границы, налагаемые на рациональное знание теоремами неполноты, принципами неопределенности и дополнительности, хаосом и сложностью, маловероятно, что можно будет достичь абсолютного научного знания. Однако математические барьеры современной науки по своему обогащают математическое знание, а не приводят его к концу.

Хотя абстрактные категории не дают ответной физической реакции, математики ищут абсолютную, а не абстрактную истину. Представления о статусе математического знания ассоциировались с тем, что его абстрактные категории являются частью структуры реальности, отражающей физический мир. Мы обладаем знанием, скрытым под "слоями ошибок". Один из основных вопросов теории познания заключается в том, как можно знать то, что мы знаем, откуда берется уверенность в его правильности и определенности математического доказательства, если мы не способны ощутить абстрактные методы математики и ее понятий. Суть теорем Гёделя состоит в том, что некоторые математические описания всегда будут неполными, поскольку какие-то аспекты мира на границах человеческого понимания могут сопротивляться полному описанию. После результатов К. Гёделя, в связи с трудностью обоснования рассуждений в бесконечных категориях, математики, с одной стороны, стали более педантичны и строги в отношении доказательств, а с другой стороны, открыли мощные методы доказательства, не удовлетворяющие этим требованиям. Когнитивно-философские проблемы математического знания сместились с доказательства истины на проблемы разрешимости и вычислимости утверждений. Целью математического познания является не только выявление математических истин, но и их математическое объяснение. Обоснованное доказательство, рассматриваемое как трудновыполнимое вычисление, не застраховано от обнаружения неопределенности и пробелов. Поэтому необходимо философское осмысление не только казалось бы незыблемых положений теории множеств, но также феноменов и проблем, возникающих в современных компьютерных вычислениях, квантовых алгоритмах и фрактальных интерпретациях мира.

Математические знания надежны в той степени, в какой часть нашего знания о мире, имеющего общие свойства с абстрактными представлениями, непротиворечива. Многие математики убеждены в том, что если бы математика содержала противоречие, то оно было бы возможно на ее "философской периферии" и могло бы быть устранено за счет небольших изменений. Однако проблемы "оснований математики", находящиеся на стыке логики и философии математики, и относящиеся к анализу проблем, связанных с использованием диагонального метода Кантора и объединением континуума, и дискретного ряда натуральных чисел внутри одного понятия "множества", по-прежнему привлекают внимание специалистов. Время вносит свои коррективы, поэтому развитие математического знания, как и развитие других научных теорий, в определенных пределах подвержено некоторому социокультурному влиянию, не разрушающему тем не менее его фундаментальных когнитивных принципов.

Накануне расцвета математики в XIX веке, в конкурсе на тему *математической теории бесконечного*, объявленном Берлинской Академией наук, было заявлено, что его цель состоит в желании получить объяснение, каким образом из противоречивого допущения было выведено столько верных теорем. Кроме того, было высказано пожелание найти такой подлинно математический принцип, с помощью которого исследования, использующие бесконечность, не были бы слишком трудными или слишком долгими. В этом призыве просматривалось также стремление сохранить полученные в то время результаты, ценность которых для исследователей была важнее их строго логического обоснования. Хотя невозможно реально сосчитать все рациональные числа, можно однако эффективно считать с помощью рациональных чисел, поэтому математики уверенно оперируют с бесконечными множествами, как до этого действовали с конечными. Даже если от знания того, что некоторое число иррационально, нет никакой практической пользы, как заметил английский математик Э.Ч. Титчмарш, "незнание того, что можно знать, становится для математиков невыносимым".

Последняя четверть XX века в развитии математики характеризуется изменением приоритетов под воздействием внешних для нее проблем информатики и физики. Возможно, что в этом веке закончился период аналитического развития математики, доминировавшего на протяжении трех четвертей века после знаменитого доклада Д. Гильберта о важнейших математических проблемах. Современная математика, как процесс познания, была и остается областью творческой человеческой деятельности, а смена ее познавательных установок, отражающих изменение социокультурного контекста исторических периодов важнейших эпох, влияет на будущее развитие математики (см. подробности в [1-3]). Одна из основных социальных функций математического знания состоит в создании такой "интеллектуальной атмосферы", которая способствовала бы постановке и решению важнеших проблем духовной жизни общества.

## ЛИТЕРАТУРА


1. ***Еровенко В.А., Михайлова Н.В.*** Философия науки Карла Поппера в культурном контексте эволюции абстрактной математики // Вестник БГУ. Сер.3. – 2000. – № 1. – С. 29-38.
2. ***Еровенко В.А., Михайлова Н.В.*** Философия математики Иммануила Канта и непередаваемый опыт чувственной интуиции // Вестник БГУ. Сер.3. – 2001. – № 2. – С. 36-44.
3. ***Еровенко В.А., Михайлова Н.В.*** Финитизация математической бесконечности и проблема смысла науки по Мамардашвили // Вестник БГУ. Сер.3. – 2002. – № 1. – С. 38-45.



## SUMMARY

*This paper deals with the problem of the truth in mathematical cognition from the standpoint of modem philosophy of mathematics and peculiarities of mathematical knowledge.*