В.А. СОРОКИН

К СТАТЬЕ Ю.П. ЗОЛОТУХИНА "МОДЕЛЬНЫЕ ПРОСТРАНСТВА В ПРЕПОДАВАНИИ ТОПОЛОГИИ"[1]

Высоко оценивая статью, указанную в заголовке, отмечу два допущенных ее автором недочета.

1) Он пишет: "С отделимостью дело обстоит плохо: все пространства классов K_1–K_8 не удовлетворяют даже аксиоме τ_0 и, следовательно, не являются хаусдорфовыми, регулярными и нормальными". Под аксиомой τ_0 (или же под τ_0-пространством), естественно, понимается аксиома T_0 (т.е. введенное академиком А.Н. Колмогоровым T_0-пространство). *Топологическое пространство называется T_0-пространством тогда и только тогда, когда для каждой пары различных точек x и y этого пространства, по крайней мере, у одной из них есть окрестность, не содержащая вторую* (отделяющая одну точку от другой). Однако, множество $X=\{a, b, c\}$ с топологиями, обозначаемыми автором статьи через $\tau_{11}^1 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{a, b\}\}$, т.е., по классификации автора, пространство из класса K_4, $\tau_{12}^1 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$ (пространство из класса K_6), $\tau_{21}^1 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ (пространство из класса K_7) и $\tau_{22}^1 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{b\}\{a, b\}, \{a, c\}\}$ (пространство из класса K_8) заведомо – T_0-пространства. В самом деле, для пар $\{a, b\}$ и $\{a, c\}$ отделяющей окрестностью будет $\{a\}$, а для пары $\{b, c\}$ отделяющей окрестностью является $\{a, b\}$.

Значит, *пространства из классов K_4, $K_{6\text{-}8}$ – T_0-пространства.* Но *пространства из классов $K_{1\text{-}3}$ и K_5 не являются T_0-пространствами.* Действительно, для пространства класса K_1 это очевидно; для топологии

$$\tau_{01}^1 = \{\varnothing, X, \{a, b\}\} \text{ (класс } K_2\text{)},$$

противоречащей аксиоме T_0, служит пара $\{a, b\}$; для топологий

$$\tau_{10}^1 = \{\varnothing, X, \{a\}\} \text{ (класс } K_3\text{)}$$

и

$$\tau_{11}^7 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{b, c\}\} \text{ (класс } K_5\text{)}$$

аксиоме T_0 противоречит пара $\{b, c\}$.

Легко проверить, что *пространства $K_{1\text{-}8}$ не T_1-пространства* (а, значит, они не нормальны, не регулярны и даже не хаусдорфовы). Это позволяет рассматривать высказанное автором статьи утверждение как опечатку: фразу "T_0-пространства" следует читать как "T_1-пространства".

2) Второе замечание, к сожалению, серьезнее. Автор пишет: "...у пространства класса K_8 компоненты связности и компоненты линейной связности не совпадают. Так пространство (X, τ_{22}^1) имеет две компоненты связности ($\{b\}$ и

[1] См. Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. – 2000. – № 1(5). – С. 133-140.

Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова

$\{a, c\}$) и три компоненты линейной связности ($\{a\}$, $\{b\}$ и $\{c\}$)". Тем самым автор утверждает, что единственным путем с началом в точке a служит постоянный путь

$$f : [0, 1] \to X : f(x) = a, \forall x \in [0, 1].$$

Однако отображение $g : [0,1] \to X : g(x) = \begin{cases} a, \text{при } x \in [0,1), \\ c, \text{при } x = 1 \end{cases}$

является путем, ведущим из a в c. Для проверки следует лишь убедиться в непрерывности g.

Напомним, что $\tau_{22}^{1} = \{\varnothing, X, \{a\}, \{b\}\ \{a, b\}, \{a, c\}\}$ и поэтому найдем

$$\overset{-1}{g}(a)=[0, 1],\ \overset{-1}{g}(b)=\varnothing,\ \overset{-1}{g}(\{a, b\})= [0, 1),\ \overset{-1}{g}(\{a, c\})= [0, 1],\ \overset{-1}{g}(\varnothing)=\varnothing,\ \overset{-1}{g}(X)=[0, 1]$$

А так как [0, 1), [0, 1] и $\varnothing$ открыты в пространстве [0, 1] с индуцированной из $\mathbb{R}$ топологией ([0, 1) = $(-\infty, 1) \cap [0, 1]$), то отсюда следует непрерывность g. Это означает, что $\{a, c\}$ – не только компонента связности, но и *компонента линейной связности в X.*

Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова