

Л. А. Латоцін, кандыдат педагагічных навук,

агадчык кафедры metodyкі выкладання матэматыкі МДЗУ імя А. А. Куляшова,

Б. Дз. Чабатарэўскі, кандыдат фізіка-матэматычных навук,

агадчык кафедры алгебры і геаметрыі МДЗУ імя А. А. Куляшова

Пра вучэбна-метадычны комплекс па матэматыцы для IX класа

Л. А. Латоціна і Б. Дз. Чабатарэўскага

Вучэбна-метадычны комплекс для навучання матэматыцы ў IX класе, як і нашы комплексы для папярэдніх класаў, складаецца з вучэбнага дапаможніка, зборніка задач, зборніка самастойных работ, кантрольных работ і тэставых заданняў, а таксама кнігі для настаўніка.

Комплекс прызначаны для вывучэння матэматыкі на базавым (4 тыднёвыя гадзіны) і на павышаным узроўнях (6 тыднёвых гадзін). Павышаны ўзровень забяспечваецца як сістэмай практыкаванняў, так і дадатковым тэарэтычным матэрыялам, які змешчаны ў пяці спецыяльных, параграфам, пазначаных зоркамі, і іншых параграфам, дзе ён вылучаны меншым шрыфтам. Зразумела, што гэты матэрыял вучэбнага дапаможніка можа выкарыстоўвацца і ў звычайных класах для арганізацыі індывідуальнай работы. У сістэме практыкаванняў такое раздзяленне мы не рабілі, яго можа зрабіць сам настаўнік у адпаведнасці з магчымасцямі таго ці іншага класа.

У курсе матэматыкі IX класа прысутнічаюць усе тры змястоўныя кампаненты — арыфметычны, алгебраічны і геаметрычны.

Арыфметычны кампанент у IX класе прадстаўлены пашырэннем класа дзе-

янняў над лікамі, што вядзе да новых спосабаў апісальнага задання рэчаісных лікаў. Такімі дзеяннямі з'яўляюцца дзеянні знаходжання значэнняў сінуса, косінуса, тангенса, катангенса для вуглоў, не большых за 180° . Гэтыя дзеянні істотна адрозніваюцца ад дзеянняў, якія вучні вывучалі раней. Дзеянні складання, аднімання, множання, дзялення, узвядзення ў цэлую ступень, здабывання квадратнага караня маюць алгарытмы знаходжання выніку, якія непасрэдна вынікаюць з азначэння дзеяння. Дзеянне знаходжання сінуса ўжо не мае простага алгарытму знаходжання выніку, даступнага вучню. Адзінае, што можа выкарыстаць вучань, — гэта пабудаваць прамавугольны трохвугольнік, правесці вымярэнні патрэбных старон і затым выканаць дзеянне дзялення. Але такім спосабам вучань можа знайсці сінус дадзенага вугла з невысокай дакладнасцю. Таму даступным для вучня спосабам выканання дзеяння знаходжання сінуса можа быць выкарыстанне мікракалькулятара ці спецыяльна складзеных табліц.

Алгебраічны кампанент у IX класе прадстаўлены вывучэннем новага класа выказаў — гэта клас трыганаметрычных выказаў вуглавой зменнай. Вучні

пачынаюць асвойваюць важнае паняцце функцыянальнай залежнасці, якое істотна звязана з паняццем выразу са зменнай, менавіта, акцэнт тут пераносіцца на тое, як паводзяць сябе значэнні пэўнага выразу пры змяненні значэнняў зменнай, што ўваходзіць у разглядаемы выраз. Вучні асвойваюць найпрасцейшыя мадэльныя функцыі $y = x$, $y = \frac{1}{x}$,

$y = |x|$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, а таксама вывучаюць два класы функцый — клас лінейных функцый $y = kx + b$ і клас квадратных функцый $y = ax^2 + bx + c$. Паняцце сістэмы, з якім вучні сустракаліся ў VIII класе пры вывучэнні сістэм лінейных няроўнасцяў з адной зменнай, пашыраецца на ўраўненні з дзвюма зменнымі. На павышаным узроўні вывучаюцца пераўтварэнні графікаў функцый, ураўненні і няроўнасці з параметрамі, у тым ліку квадратныя ўраўненні.

Геаметрычны кампанент курса матэматыкі IX класа ўключае вучэнне дачынення падобнасці фігур і яго рэалізацыі ў трыганаметрычных функцыях вуглавога аргумента, а таксама знаёмства з геаметрычнымі пераўтварэннямі. Вучні засвойваюць уласцівасці і некаторыя прыметы трапецыі, паралелаграма, прамавугольніка, ромба, квадрата, знаёмяцца з дачыненнем падобнасці фігур, прыметамі падобнасці трохвугольнікаў, даведваюцца пра важныя ўласцівасці перпендыкуляра, праведзенага з вяршыні прамога вугла да гіпатэнузы, вывучаюць важныя лікавыя характарыстыкі вугла — сінус, косінус, тангенс, катангенс, знаёмяцца з пераўтварэннямі падобнасці і рухамі.

Спынімся цяпер на асаблівасцях нашага вучэбнага дапаможніка.

Як і раней, *курс матэматыкі ў IX класе выкладзены інтэгравана*, г. зн. праграмы матэрыял не раздзелены на прадметныя абсягі, а пададзены так, як таго патрабуе ўнутраная логіка гэтага матэрыялу.

Значная частка зместу звязана з вывучэннем функцый. Ідэя каардынатаў,

якая тут актыўна выкарыстоўваецца, сама з'яўляецца інтэгральнай асновай. Алгебраічныя паняцці і факты на каардынатнай плоскасці атрымліваюць нагляднае выяўленне. Напрыклад, лінейнае ўраўненне $ax + by = c$ з дзвюма зменнымі геаметрычна выяўляецца прамой, і гэтак выяўленне робіць наглядным сцверджанне пра тое, што сістэма ўраўненняў з дзвюма зменнымі мае або адзінае рашэнне, або бясконца многа рашэнняў, або не мае рашэнняў у адпаведнасці з тым, што дзве прамыя плоскасці або перасякаюцца, або супадаюць, або паралельныя. Алгебраічныя паняцці цотнасці і няцотнасці функцыі атрымліваюць нагляднае падмацаванне ў адпаведным размяшчэнні графіка функцыі: графік як геаметрычная фігура сіметрычны адносна прамой, што супадае з воссю ардынат, або адносна пункта, які з'яўляецца пачаткам каардынатаў.

У геаметрыі значнае месца займаюць метрычныя ўласцівасці геаметрычных фігур, якія знаходзяць сваё праяўленне ў адпаведных формулах. Гэтая формульнасць геаметрыі з'яўляецца асновай для выкарыстання ў ёй алгебраічных метадаў. У IX класе — гэта: формулы плошчы трохвугольніка праз аснову і праведзеную да яе вышыню, праз стараны (формула Герона), праз стараны і радыус умежанай акружнасці, праз дзве стараны і сінус вугла паміж імі; формулы плошчы трапецыі праз асновы і вышыню, праз сярэдняю лінію і вышыню; формула плошчы паралелаграма праз старану і праведзеную да яе вышыню, праз дыяганалі і вугал паміж імі; формула плошчы прамавугольніка праз яго вымярэнні; формула плошчы ромба праз яго дыяганалі; уласцівасць сярэдняй лініі трохвугольніка; уласцівасць бісектрысы трохвугольніка, уласцівасць пункта перасячэння медыян трохвугольніка; уласцівасці перпендыкуляра, праведзенага з вяршыні прамога вугла да гіпатэнузы; уласцівасць вуглоў трапецыі, прылеглых да бакавой стараны; уласцівасць сярэдняй лініі трапецыі;

уласцівасці старон паралелаграма; уласцівасць вуглоў паралелаграма; уласцівасць пункта перасячэння дыяганаляў паралелаграма; уласцівасць дыяганаляў прамавугольніка; уласцівасць дыяганаляў ромба; тэарэма Фалеса; уласцівасці старон і вуглоў падобных трохвугольнікаў; уласцівасці перыметраў і плошчаў падобных фігур.

Узаемнае перапляценне алгебраічнага і геаметрычнага кампанентаў назіраецца пры выкладанні судачыненняў паміж старанамі і вугламі прамавугольнага трохвугольніка. Зыходная фігура — вугал — ёсць геаметрычны аб'ект. Яго характарыстыкі — сінус, косінус, тангенс, катангенс — адразу праз азначэнні атрымліваюць формульнае, алгебраічнае выяўленне. Абгрунтаванне зыходных трыганаметрычных тоеснасцяў $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$; $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ —

геаметрычнае праз выкарыстанне тэарэмы Піфагора і азначэнняў сінуса і косінуса. Абгрунтаванні далейшых трыганаметрычных тоеснасцяў, у тым ліку астатніх формул прывядзення для вуглоў $90^\circ \pm \alpha$, $180^\circ - \alpha$, алгебраічныя. Такое спалучэнне геаметрычных і алгебраічных падыходаў назіраецца і пры вывадзе формул складання для косінуса і сінуса.

Як і ў вучэбным дапаможніку для VIII класа, *матэрыял падаецца буйнымі блокамі*, з тым каб на вывучэнне аднаго блока-параграфу можна было адвесці прыкладна тыдзень вучэбнага часу. Размеркаванне вучэбнага матэрыялу па блоках выразна бачнае з табліцы, у якой даецца прыкладнае паўрочнае планаванне. Усяго ў вучэбным дапаможніку 26 параграфуў для базавага ўзроўню і дадаткова 5 параграфуў для павышанага.

Прыкладнае паўрочнае планаванне

1	Змест	Колькасць гадзін на ўзроўні	
		базавым	павышаным
1	2	3	4
	Раздзел 1. Чатырохвугольнікі	18	23
1	Трапецыя і паралелаграм	4	5
2	Сярэднія лініі трохвугольніка і трапецыі	3	4
3	Прамавугольнік, ромб, квадрат	4	5
4	Плошча многавугольніка	4	6
	Рэзерв	2	2
	<i>Кантрольная работа 1</i>	1	1
	Раздзел 2. Функцыі	18	27
5	Функцыя	4	5
6	Лінейная функцыя	4	5
7	Функцыі $y = \frac{a}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$	4	5
8	Функцыі $y = ax $ і $y = \sqrt{x}$	3	4
9*	Уласцівасці функцый		5
	Рэзерв	2	2
	<i>Кантрольная работа 2</i>	1	1

Праграмы і падручнікі

1	2	3	4
	Раздзел 3. Падобныя фігуры	19	23
10	Падобнасць фігур і прапарцыянальнасць адрэзкаў	5	6
11	Падобныя трохвугольнікі	4	5
12	Падобныя фігуры	3	4
13	Уласцівасці прамавугольнага трохвугольніка	4	5
	Рэзерв	2	2
	<i>Кантрольная работа 3</i>	1	1
	Раздзел 4. Сістэмы ўраўненняў	20	35
14	Ураўненне з дзвюма зменнымі	3	5
15	Сістэма ўраўненняў з дзвюма зменнымі	6	8
16*	Ураўненні і няроўнасці з параметрамі		7
17	Сістэмы ўраўненняў нелінейныя і з параметрам	4	6
18	Рашэнне задач з дапамогай сістэм ураўненняў	4	5
	Рэзерв	2	3
	<i>Кантрольная работа 1</i>	1	1
	Раздзел 5. Судачыненні паміж старанамі і вугламі прамавугольнага трохвугольніка	24	29
19	Сінус	5	6
20	Косінус	4	5
21	Тангенс і катангенс	5	6
22	Уласцівасці і прымяненні трыганаметрычных функцый	6	8
	Рэзерв	3	3
	<i>Кантрольная работа 1</i>	1	1
	Раздзел 6. Квадратная функцыя	13	35
23	Функцыі $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$, $y = a(x + m)^2$, $y = a(x + m)^2 + n$	5	6
24	Функцыя $y = ax^2 + bx + c$	5	6
25*	Пераўтварэнні графікаў функцый		7
26*	Ураўненні са зменнай пад знакам модуля		6
27*	Квадратныя ўраўненні з параметрамі		6
	Рэзерв	2	3
	<i>Кантрольная работа 1</i>	1	1
	Раздзел 7. Геаметрычныя пераўтварэнні	19	25
28	Рух як пераўтварэнне плоскасці	3	4
29	Віды рухаў	4	6
31	Пераўтварэнні падобнасці. Гаматэтыя	5	6
32	Прымяненні пераўтварэнняў пры рашэнні задач	5	7
	Рэзерв	2	2
	Паўтарэнне	12	18
	<i>Кантрольная работа (выніковая)</i>	1	1
	Усяго	144	216

Блокі вучэбнага матэрыялу аб'яднаны ў сем раздзелаў. У першым раздзеле «Чатырохвугольнікі» разглядаецца тэорыя чатырохвугольніка, якая вызначаецца багатай відавой разнастайнасцю. Важна, каб вучань выразна ўсведамляў судачыненні паміж рознымі відамі чатырохвугольнікаў (рыс. 1).

Напрыклад, вучань павінен разумець, што прамавугольнік з'яўляецца і паралелаграмам, і трапецыяй, і чатырохвугольнікам. Усведамленне гэтага дапамагае вучню перанесці ўласцівасці аднаго віду чатырохвугольніка на яго падвід. Паколькі прамавугольнік з'яўляецца выпуклым чатырохвугольнікам, то яго ўнутраныя вуглы разам складаюць 180° , а дыяганалі перасякаюцца. Паколькі прамавугольнік з'яўляецца трапецыяй, то сума вуголю, прылеглых да яго любой стараны, роўная 180° . Паколькі прамавугольнік з'яўляецца паралелаграмам, то яго дыяганалі пунктам перасячэння дзеляцца папалам, а супрацьлеглыя стораны роўныя і паралельныя. Разам з такімі «спадчыннымі» ўласцівасцямі прамавугольнік набывае і новыя ўласцівасці, якія з'яўляюцца вынікамі дадатковай умовы «мець прамы вугал», што накладваецца на паралелаграм азначэннем прамавугольніка, менавіта: дыяганалі прамавугольніка роўныя; пасярэднія перпендыкуляры да старон прамавугольніка з'яўляюцца яго восьямі сіметрыі. Яшчэ адзін момант, звязаны з вывучэннем гэтага раздзела, заключаецца ў тым, што мы акцэнтуюем увагу не толькі на ўласцівасцях таго ці іншага віду чатырохвугольніка, але і на яго прыметах. Гэта істотна, бо пры рашэнні задач даводзіцца карыстацца не толькі ўласцівасцямі той ці іншай фігуры, але і яе прыметамі.

Другі раздзел «Функцыі» прысвечаны вывучэнню так званых мадэльных функцый

$$y = x, \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = |x|, \quad y = x^2, \quad y = x^3,$$

$$y = \sqrt{x}, \quad \text{некаторых } ix \text{ абагульненняў}$$



Рыс. 1

$y = \frac{a}{x}, \quad y = |ax|$. Тут разглядаецца таксама клас лінейных функцый $y = ax + b$.



У трэцім раздзеле «Падобныя фігуры» пачынаецца вывучэнне важнага дачынення паміж фігурамі — дачынення падобнасці, не менш значнага, чым дачыненне роўнасці фігур. У аснове тэорыі падобнасці ляжыць тэарэма Фалеса. Тэорыя падобных трохвугольнікаў абпіраецца на тэорыю роўных трохвугольнікаў, а прыметы падобнасці трохвугольнікаў адпаведныя прыметам роўнасці трохвугольнікаў. У гэтым раздзеле ўстанаўліваюцца сцверджанні, што звязваюць перыметры, а таксама плошчы падобных фігур, уласцівасці перпендыкуляра, праведзенага з вяршыні прамога вугла прамавугольнага трохвугольніка да гіпатэнузы, уласцівасць бісектрысы вугла адвольнага трохвугольніка. Разглядаецца таксама рашэнне асноўных задач на пабудаванне, звязаных з прапарцыянальным дзяленнем адрэзкаў: дзяленне адрэзка на некалькі доляў, дзяленне адрэзка ў дадзенай адносіне; пабудаванне чацвёртага адрэзка, прапарцыянальнага тром дадзеным адрэзкам.

У чацвёртым раздзеле «Сістэмы ўраўненняў» атрымлівае сваё далейшае развіццё паняцце сістэмы. У папярэднім класе вучні асвойвалі сістэмы лінейных няроўнасцяў з адной зменнай. Цяпер паняцце сістэмы як сцверджання, якое праўдзівае для тых і толькі тых набораў зменных, што праўдзяць кожную з умоўкампанентаў сістэмы, канкрэтызуецца ў

паняцце сістэмы ўраўненняў з дзвюма зменнымі. Для гэтага мэтазгодна папярэдне ўвесці паняцці ўраўнення з дзвюма зменнымі, рашэння ўраўнення з дзвюма зменнымі, графіка ўраўнення. Лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі $ax + by = c$, у якім хаця б адзін каэфіцыент a або b пры зменных x і y не роўны нулю, выяўляе прамую. З ураўненняў другой ступені з дзвюма зменнымі тут разглядаецца ўраўненне $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, якое задае акружнасць з цэнтрам $N(a, b)$ і радыусам r . Разгляд сістэмы ўраўненняў праводзіцца з апорай на геаметрычныя ўяўленні вучняў, паколькі ўраўненне з дзвюма зменнымі выяўляецца на каардынатнай плоскасці пэўнай фігурай. Геаметрычная інтэрпрэтацыя сістэмы двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі дазваляе вучням адразу ўсвядоміць, што пры рашэнні такой сістэмы магчымы адзін з трох выпадкаў: прамыя перасякаюцца, г. зн. сістэма мае адзінае рашэнне; прамыя паралельныя, г. зн. сістэма не мае рашэнняў; прамыя супадаюць, г. зн. сістэма мае бясконца многа рашэнняў. Графічныя ўяўленні выкарыстоўваюцца і для ілюстравання алгебраічных спосабаў рашэння сістэм лінейных ураўненняў — спосабу алгебраічнага складання і спосабу падстаноўкі. Увядзенне паняцця сістэмы ўраўненняў дазваляе пашырыць прыёмы алгебраічнага мадэлявання пры рашэнні тэкставых задач, менавіта не зводзіць залежнасці, зададзеныя ўмовай задачы, да аднаго ўраўнення, а выяўляць кожную з іх самастойным ураўненнем.

У пятым раздзеле «Судачыненні паміж старанамі і вугламі прамавугольнага трохвугольніка» разглядаюцца важныя прымяненні дачынення падобнасці: падобнасць трохвугольнікаў, што ўзнікаюць, калі з адвольных пунктаў адной стараны вугла апусціць перпендыкуляры на другую старану. На гэтым шляху ўводзяцца ў разгляд чатыры функцыі вугла — сінус, косінус, тангенс, катангенс. Гэтыя функцыі, у сваю чаргу, дазваляюць звязаць ураўненнямі стараны і вуглы трохвугольніка, што істотна пашырае алгебраічныя прымяненні ў геаметрыі. Укажам на адзін важ-

ны момант методыкі ўвядзення асноўных трыганаметрычных функцый — сінуса і косінуса. Мы зыходзім з таго, што ўводзімыя паняцці, асабліва тыя, якія з'яўляюцца вузлавымі, павінны, па магчымасці, падмацоўвацца нагляднымі вобразамі, бо гэта спрыяе іх найхутчэйшаму засваенню і ўключэнню ў актыўны ўжытак. Такім вобразам для паняцця сінуса з'яўляюцца

добра вядомыя знакі  і  крутога спуску і крутога пад'ёму: яны паказваюць значэнне сінуса вугла спуску ці пад'ёму, выражаныя ў працэнтах. Фізічна сінус характарызуе ўдзельную вышыню пад'ёму (спуску).

Шосты раздзел «Квадратная функцыя» прысвечаны вывучэнню класа функцый $y = ax^2 + bx + c$, дзе x — аргумент, a , b , c — пэўныя лікі і $a \neq 0$. Методыка выкладання гэтага раздзела грунтуецца на той ідэі, што графік любой квадратнай функцыі атрымліваецца з графіка мадэльнай функцыі $y = x^2$ пэўнымі геаметрычнымі пераўтварэннямі — расцяжэннем ці сцісканнем да восі абсцыс, сіметрычным адлюстраваннем адносна восі абсцыс, зрухам уздоўж восі ардынат, зрухам уздоўж восі абсцыс.

У сёмым раздзеле «Геаметрычныя пераўтварэнні» вучні знаёмяцца з рухамі і пераўтварэннямі падобнасці, якія з'яўляюцца асобнымі відамі ўзаемна адназначных адпаведнасцяў паміж пунктамі плоскасці. Рухамі з'яўляюцца знаёмыя вучням восевая і цэнтральная сіметрыі, а таксама паралельны перанос і паварот. Рухі захоўваюць асноўныя характарыстыкі фігур — памеры, форму, плошчу і інш. З пераўтварэнняў падобнасці, якія не захоўваюць памеры, але захоўваюць форму фігур, падрабязна вывучаецца гаматэтыя. Асобныя віды пераўтварэнняў маюць свае ўласцівасці, якія аказваюцца карыснымі пры рашэнні задач.

Нарэшце звернем увагу на форзацы вучэбнага дапаможніка. Яны ў сціслай форме змяшчаюць асноўны змест курса матэматыкі IX класа і могуць выкарыстоўвацца як для даведкі, так і для арганізацыі выніковага паўтарэння.