

# Тестовый контроль знаний по математике в средней школе

**А. М. Радьков,**

ректор Могилевского государственного университета им. А. А. Кулешова, доктор педагогических наук, профессор,

**Е. В. Кравец,**

доцент Могилевского государственного университета им. А. А. Кулешова, кандидат педагогических наук,

**Б. Д. Чеботаревский,**

заведующий кафедрой алгебры и геометрии Могилевского государственного университета им. А. А. Кулешова, кандидат физико-математических наук

**В** настоящее время в школе в качестве одной из форм контроля знаний учащихся все чаще используются тесты. Актуальность их применения обуславливается многими причинами:

- соотвечением тестов задачам осуществляемой реформы образования;
- несложной адаптацией тестового контроля к новой системе оценивания знаний;
- широким распространением тестовой формы контроля на выпускных и вступительных экзаменах в учебные заведения России и Беларуси;
- применением тестов при проведении единого государственного экзамена.

Кроме указанных причин, можно говорить также об актуальности тестов в силу их объективности, экономичности, надежности, технологичности, быстроты и возможности проверки большого объема информации. Поэтому технологии тестового контроля знаний находят все большее применение в учебном процессе. Их используют в диагностике при поступлении в школу, при осуществлении профильной дифференциации, при проведении текущего контроля за уровнем усвоения знаний.

В тестах в наиболее концентрированном виде отражается некоторый стандарт образования — те знания и умения, которыми должны владеть учащиеся, те задачи, которые они должны уметь решать. Тесты также дают наиболее достоверную и точную по сравнению с другими формами и методами контроля картину усвоенности знаний учениками.

Однако существует и ряд проблем, связанных с внедрением тестов в школьную практику. Укажем на некоторые из них.

Следует отметить, что тесты, получившие распространение в последнее время в связи с тестированием выпускников и абитуриентов, вряд ли дадут объективную информацию для не подготовленных к тестированию учеников. Например, наши исследования показали, что, как правило, первые несколько тестов не отражают истинного положения вещей лишь по той причине, что ученик, никогда не сталкивавшийся с тестированием, попадая в новую для себя обстановку, испытывает повы-

шенную степень тревожности, неуверенности, что не позволяет ему продемонстрировать те знания, которыми он владеет.

При выполнении тестов существуют также определенные психологические сложности для учеников с так называемой "замедленной реакцией". Тесты обычно предусматривают временные ограничения, что требует от школьника не только быстроты в выполнении каждого задания, но и умения легко и быстро переключаться с одного задания на другое. Ученик, не владеющий такими навыками, даже если он достаточно успешно продвигается в изучении математики, обычно показывает более скромный результат по сравнению с традиционными, классическими формами контроля. Для таких учеников особенно нужна специальная подготовка, постепенно и тщательно раскрывающая особенности и методы работы с тестами.

Важно в работе с тестами также умение распределить свое время, сформировать определенную "психологическую устойчивость" в случае, если не можешь справиться с некоторыми задачами в отведенное для них время, чтобы суметь продолжить работу над другими.

Еще одной причиной, связанной с определенными сложностями внедрения тестов в школьную практику, является то, что в настоящее время учителя часто используют задания, которые хотя и имеют некоторые черты тестов (чаще всего форму заданий), но не обладают их основными характеристиками (не являются валидными и надежными, не имеют четко построенной и обоснованной шкалы и т. д.). В этом случае набор таких заданий является просто набором задач, но не более того. Можно ли тогда ждать от этого набора объективной оценки или говорить о том, что он выполнит те функции, которые ждет от него учитель?

Для того чтобы тесты отвечали всем предъявляемым к ним требованиям и оправдывали те надежды, которые на них возлагаются, необходимо планомерное, систематическое внедрение этих форм контроля, предусматривающее научный, аналитический подход к проблеме использования тестов, который бы включал разработку концепции применения тестов на различных уровнях (класс — школа — район — город — область —

республика) и методики использования тестов в учебном процессе. Причем подобные методики должны описывать как содержательную, так и процессуальную стороны. В связи с этим необходима работа по планомерному, систематическому внедрению тестовых форм контроля на всех этапах обучения. Это достаточно сложная проблема, которая не приемлет механического и формального решения, а включает множество составляющих, среди которых можно указать теоретическую разработку основ применения тестов, создание, апробацию и тиражирование тестовых материалов, формирование секретных банков тестов, подготовку квалифицированных кадров, специализирующихся на тестовых методиках и т. д.

Подобная работа традиционно проводилась коллективом сотрудников Могилевского государственного университета им. А. А. Кулешова под руководством доктора педагогических наук, профессора А. М. Радькова. Так, можно говорить о разработке целостной концепции применения тестирования в системе непрерывного обучения математике и создании на ее основе методик составления и внедрения математических тестов в сочетании с другими диагностико-дидактическими средствами в общую структуру математического образования. Эта концепция научно обоснована, апробирована и реализована в конкретных методиках с использованием комплекса учебных и учебно-методических пособий для школьников, студентов, учителей, в которых нашли отражение вопросы, связанные с проверкой уровня математической подготовки учащихся и студентов [1, 5], с выявлением уровня сформированности математических способностей выпускников базовой и общеобразовательной средней школы [2], с изучением различных разделов и тем школьного курса математики [4] и т. д. Основные положения концепции, теоретические и прикладные основы изложены в монографии [3] и используются при организации учебного процесса в школах и ВУЗах Республики Беларусь.

Реализация концепции применения тестирования в системе непрерывного обучения математике была осуществлена в условиях учебного комплекса при Могилевском государственном университете имени А. А. Кулешова, функционально объединяющего на базе регионального университета несколько средних школ, гимназий, лицеев, педагогический колледж и Могилевский областной институт повышения квалификации. Поиск и отбор способных учащихся, их профильное дифференцированное обучение, профессиональная ориентация, преемственность этапов образования и качество фундаментальных знаний во многом достигались с помощью математических тестов.

Исследования проблем тестирования в совокупности с проблемами непрерывной подготовки учителя выявили возможности тестов в формировании фундаментальной и методической подготовки учителя математики, в развитии его профессиональной культуры.

В ходе исследований был также сделан вывод о том, что нельзя осуществлять итоговый тестовый контроль для неподготовленных к такому виду работы учащихся.

Мы разделяем тесты, применяемые в курсе математики, на:

□ обучающие;

- тематические (осуществляют текущий контроль на уроках математики);
- итоговые;
- диагностические (определяют уровень развития математических способностей, используются для профильного отбора и т. д.).

На наш взгляд, для того чтобы учащиеся были адаптированы к диагностическим и итоговым тестам, показывали результаты, соответствующие их уровню подготовки и развития, необходимо, чтобы тесты на уроках математики использовались не только для контроля, но и для обучения, тренировки. Для выполнения таких тестов целесообразно отводить целые уроки, на которых знакомить учащихся с процедурой тестирования, некоторыми приемами работы с тестами. Этим целям отвечают тесты обучающие и тематические.

Как показывает практика, предварительный опыт работы с тестами способствует тому, что ученик уверенно чувствует себя при тестировании, что повышает надежность результатов, во многом снижает влияние случайных факторов.

В настоящее время мы ведем теоретическую разработку системы тестового тематического контроля знаний по математике на всех уровнях школьного образования, которая реализуется на практике в виде серии "Тематический контроль по математике" для IV—XI классов [6, 7, 8, 9, 10, 11].

Комплект для тематического контроля для каждого класса состоит из тетрадей для ученика и пособия для учителя.

Тетради для учеников включают тестовые задания, позволяющие проверить уровень подготовки учащихся по определенным темам в основном на уровне обязательной подготовки. Звездочками помечены как более трудные для выполнения задания, тесты повышенной сложности, так и тесты достаточно легкие, но материал которых не входит в программу по математике для базового уровня обучения.

Система тестовых заданий позволяет получить быструю и объективную информацию об усвоении материала учащимися, построить дальнейшую работу учителя в зависимости от успехов или промахов учеников.

В настоящее время существует несколько классификаций тестов по направленности, по предназначению, по видам заданий и т. д.

Для контроля знаний чаще всего используются так называемые дидактические тесты, или тесты успеваемости. Под такими тестами обычно понимают набор вопросов и заданий, из ответов на которые получают информацию об уровне усвоения некоторого учебного материала.

В сборниках для тематического контроля знаний по алгебре для VIII класса предлагаются тесты успеваемости двух видов: закрытые и открытые.

При выполнении тестов закрытого типа от ученика требуется выбрать из предложенных ответов верные (тесты с выбором ответов), или каждому элементу одной совокупности поставить в соответствие элементы другой совокупности (тесты на соответствие), или заполнить пропуски в некотором тексте (тесты на дополнение) и т. д.

Открытые тестовые задания предполагают самостоятельное получение и формирование ответа учеником.

Приведем примеры закрытых тестовых заданий.

Чему равно значение выражения  $\sqrt{121} - \sqrt{0,25}$  ?

- А) -10,5; Б) -11,5; В) 10,5; Г) 11,5.

В качестве одного из недостатков этого типа тестов указывают возможность угадывания учеником верных ответов, но эту возможность можно значительно уменьшить, во-первых, за счет достаточно большого количества заданий в тесте (их обычно больше 5), а, во-вторых, за счет приведения нескольких верных ответов. Например:

Какие из прямых пересекают график функции  $y = \sqrt{x}$ ?

- А)  $y = 100$ ; Б)  $y = 2$ ; В)  $y = -2$ ; Г)  $y = 7$ .

К тестам закрытого типа относятся и те, в которых нужно из нескольких сформулированных утверждений выбрать верные. Например:

Функция задана формулой  $y = \frac{8}{x}$ . Укажите верные утверждения о ней.

- А) Значение функции равно 2 при  $x = 4$ .  
 Б) При  $x = 1$   $y = \frac{1}{8}$ .  
 В) Графику функции принадлежит точка  $(-1; -8)$ .  
 Г) График функции не проходит через точку  $(-2; -4)$ .

Задания такого вида предполагают обоснование выбора верного утверждения. В некоторых из них ученику надо либо доказать, что высказывание верно, либо суметь подобрать контрпример и опровергнуть предложенное утверждение. Например:

Укажите верные утверждения.

- А) Сумма двух иррациональных чисел всегда число иррациональное.  
 Б) Произведение двух рациональных чисел не может быть числом иррациональным.  
 В) Сумма рационального и иррационального чисел не может быть числом рациональным.  
 Г) Разность двух различных иррациональных чисел не может быть числом рациональным.

В приведенном задании, например, для установления истинности высказывания В ученику недостаточно рассмотреть только некоторые примеры  $(2 + \sqrt{3}, (2 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{7})$  и т. д.), ему надо проделать некоторые доказательные рассуждения (пусть  $a$  — некоторое рациональное число,  $b$  — иррациональное). И пусть их сумма  $c$  является числом рациональным. Тогда  $a + b = c$  и  $a = c - b$ . Стоящее справа число является рациональным (как разность рациональных чисел), а стоящее слева число — иррациональным. Получили противоречие — рациональное число равно иррациональному. Значит, наше предположение неверно, и сумма рационального и иррационального чисел не может быть числом рациональным.

В то же время для определения истинностного значения высказывания А достаточно привести контрпример:  $(2 - \sqrt{2}) + (4 + \sqrt{2}) = 6$  — сумма двух иррациональ-

ных чисел может быть числом рациональным. Это ведет к установлению ложности утверждения А.

Одна из разновидностей заданий с выбором ответов — это те задания, в которых надо указать (выбрать) правильные решения (доказательства). Например:

Укажите правильные решения уравнения

$$5x - (14 - 2x) = 3(8 - x).$$

А)  $5x - (14 - 2x) = 3(8 - x)$     В)  $5x - (14 - 2x) = 3(8 - x)$

$$5x - 14 + 2x = 24 - x \qquad 5x - 14 + 2x = 24 - 3x$$

$$7x - 14 = 24 - x \qquad 7x - 14 = 24 - 3x$$

$$7x + x = 24 + 14 \qquad 7x + 3x = 24 + 14$$

$$8x = 38 \qquad 10x = 38$$

$$x = 4,75. \qquad x = 3,8.$$

Б)  $5x - (14 - 2x) = 3(8 - x)$     Г)  $5x - (14 - 2x) = 3(8 - x)$

$$5x - 14 - 2x = 24 - 3x \qquad 5x - 14 + 2x = 24 - 3x$$

$$3x - 14 = 24 - 3x \qquad 7x - 14 = 24 - 3x$$

$$3x + 3x = 24 + 14 \qquad 7x - 3x = 24 + 14$$

$$6x = 38 \qquad 4x = 38$$

$$x = 6\frac{1}{3}. \qquad x = 9,8.$$

Данное задание проверяет не только умение решать линейные уравнения, но и учит школьников находить ошибки в предложенных решениях, что является иногда более сложным действием. Кроме этого, подобные упражнения позволяют показать различные способы выполнения одного и того же задания, оценить их рациональность. Ведь, как известно, иногда лучше решить одну задачу несколькими способами, чем решить несколько задач одним шаблонным методом. И если на начальных этапах обучения (например, при изучении первых тем курса алгебры VII класса) в тестах такого типа ученикам предлагается одно верное решение, то в дальнейшем тесты усложняются, и уже следующие задания теста содержат несколько различных верных решений одной и той же задачи.

Подобные задания, как правило, являются более сложными и непривычными для учеников, так как требуют не только решить задачу, но и оценить действия другого: найти ошибки, которые с первого взгляда не всегда заметны.

Некоторым усложнением такого вида заданий являются тесты, в которых ученикам самим надо определить, где допущена ошибка в рассуждениях. Например:

Пусть  $a > b$ . Умножим обе части неравенства на  $b - a$ .

Получим:

$$a(b - a) > (b - a) \cdot b$$

$$ab - a^2 > b^2 - ab$$

$$0 > a^2 - 2ab + b^2$$

$$0 > (a - b)^2.$$

Но число  $(a - b)^2$ , где  $a \neq b$ , есть число положительное, так как квадрат числа, отличного от нуля, положителен. Таким образом получили, что положительное число меньше нуля.

Определите, в чем ошибка в рассуждении.

А) Неправильно перенесли члены неравенства в одну часть.

Б) Исходным взяли неверное неравенство.

В) При умножении обеих частей неравенства на  $b - a$  не сменили знак неравенства на противоположный.

Г) Неправильно использовали формулу квадрата разности.

Учителю будет полезно после выполнения теста еще раз вернуться к таким заданиям, разобрать их, остановиться на ошибках в каждом из неправильных решений.

Разновидностью заданий с выбором ответа являются также так называемые задания на дополнение. В них надо верно продолжить какое-либо утверждение или предложение, выбрав его из нескольких перечисленных. Например:

Если в треугольнике только две стороны равны, то ...  
 А) он равнобедренный;  
 Б) у него только два равных угла;  
 В) любая его медиана является биссектрисой и высотой;  
 Г) у него есть только две равные между собой медианы.

Отдельную группу заданий с выбором ответа составляют тесты, которые требуют продемонстрировать умение делать некоторые логические выводы в результате соотнесения верно найденных ответов. Например:

Известно, что  $3a > -b$ . Какие из перечисленных неравенств верны?

1)  $6a > -2b$ ; 2)  $-15a > 5b$ ; 3)  $3a + b > 8 - b$ ; 4)  $-\frac{3a}{b} > 1$ .

Укажите верные утверждения.

А) Верно только неравенство 1.

Б) Верно только неравенство 3.

В) Верны неравенства 1 и 2.

Г) Неверны ни неравенство 2, ни неравенство 4.

Учителю надо обратить внимание школьников, что они выбирают верные ответы из А, Б, В, Г, соотнося при этом утверждения 1 — 4.

Среди заданий закрытого типа отдельно можно выделить тесты на установление правильной последовательности. В них учащимся предлагается какая-либо последовательность действий. Ученику надо установить верную, по его мнению, последовательность. Например:

Установите правильную последовательность действий при решении дробных рациональных уравнений.

А) Исключить из корней уравнения те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Б) Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.

В) Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.

Г) Решить получившееся целое уравнение.

Верным ответом в этом случае считается только тот вариант, когда ученик полностью и верно указал всю последовательность. Ошибка хотя бы в одном этапе ведет к тому, что задание считается выполненным неверно.

Задания такого вида фиксируют в большей степени только знание того или иного алгоритма действий, в то же время не проверяют умения применять этот алгоритм для решения задач.

Тесты закрытого типа характеризуются теми же преимуществами, что и все тесты, а именно:

- объективность оценки результатов выполнения работы;

- быстрота проверки выполненной работы;
- системная проверка достаточно большого объема учебного материала.

Но они имеют и свои недостатки:

- проверка лишь конечных результатов работы;
- невозможность проследить логику рассуждения ученика при выполнении заданий;
- некоторая вероятность выбора ответа наугад.

Поэтому необходимо использование, наряду с тестами, традиционных форм и методов контроля знаний. Только их разумное сочетание с тестовыми заданиями позволит учителю получить достаточно полное представление об уровне знаний ученика.

Следует также отметить, что некоторых из указанных недостатков (например, угадывание ответа) позволяют избежать тесты *открытого типа*. В них ученик сам конструирует ответ. Например:

Решите неравенство:  $3(7 - 2x) - (4 - x) > 8 - x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

При работе с заданиями такого вида учителю надо напомнить ученикам, что они должны вписывать только конечный (!) ответ, а все промежуточные вычисления проводить на черновике.

Случай, когда в одном тесте присутствуют и закрытые, и открытые задания, говорит о тесте смешанного типа.

Некоторые тесты рассчитаны на устное выполнение заданий, некоторые из них требуют от учеников выполнения письменных действий. Для этих целей учащимся следует воспользоваться черновиком.

Как правило, задания в тесте расположены в порядке возрастания предполагаемой трудности. Это обычно предотвращает случаи, когда старательный ученик тратит все свое время (или слишком много времени) на задания, которые он не может решить. В результате он получил бы оценку, которая не является объективной и не отражает его уровень усвоения темы. С другой стороны, именно тестовые работы в большей степени учат школьников распределять свое время, контролировать себя, уметь пропустить сложные задания, оставив их для решения на последующих, завершающих этапах работы.

Обычно в тестах задания с выбором ответов и открытые чередуются, насколько это возможно, в рамках различных тем курса математики. Это позволяет избежать монотонности в работе с тестовыми заданиями, что, в свою очередь, снижает в некоторой степени утомляемость школьников, привыкание к одному виду работы.

Задания в тестах подбираются так, что отдельные из них (в рамках одного теста) могут выполнить практически все учащиеся. Это имеет положительную психологическую основу. В то же время часть заданий рассчитана на учеников с более глубокими знаниями.

При включении заданий в тест, как правило, избегают задач, выполняемых с помощью громоздких и длительных расчетов.

Задания составляются так, чтобы ответы школьников были доказательными, а не только воспроизводили интуитивные впечатления, то есть предполагается аргументация в выборе ответа, а не угадывание. На это обязательно должен обратить внимание учитель перед вы-

полнением теста, к этому надо приучать учеников в процессе работы над тестовыми заданиями.

Приступая к использованию тестовой методики оценивания знаний, подготовить к ней учащихся. Поэтому перед применением тестов для тематического контроля необходимо провести с учащимися несколько пробных тестов по ознакомлению с самой процедурой тестирования, правилами работы с тестами, механизмом заполнения бланков ответов. Как правило, оценки за эти тесты учитель не ставит (или ставит выборочно), ответы на них должны быть проанализированы в классе, показан верный вариант выполнения теста и образец заполнения таблицы ответов.

Предварительный опыт работы с тестами способствует тому, что ученик уверенно чувствует себя при тестировании, и это повышает надежность результатов и во многом снижает влияние случайных факторов. Знакомство с тестами постепенно вырабатывает умения действовать в стрессовых ситуациях (ведь контроль — всегда в определенной степени стресс) и распределять свое время. Ученик, уже работавший с тестами, получает представление о различных видах тестовых заданий, определяет для себя некоторые "стратегии" работы с ними. Он знает, как себя вести в ходе тестирования (умеет вовремя остановиться и перейти к новому заданию, может в нужное время использовать черновик, способен контролировать себя в ходе выполнения теста и т. д.). Все это учитель должен уделять внимание и грамотно обучать школьников.

Противоположность данному положению — подготовка учеников только "под тест". В этом случае школьники настолько привыкают к тестовой методике, что часто распознают стратегии теста, "ловушки лжи" и способны иногда угадывать верный ответ, показывать результаты намного выше, чем при выполнении традиционных контрольных работ.

Избежать этого позволит опять же разумное сочетание тестов с традиционными формами обучения и контроля.

Учителю надо объяснять ученикам, что для успешного прохождения тестирования надо освоить соответствующую тему по математике, поскольку все задачи тестов ориентированы на это.

Полезно обращать внимание учеников на то, что иногда переформулировка вопроса приводит к лучшему пониманию задания (ту же роль играет вопрос, обратный поставленному в задании).

Например, задание "Верно ли утверждение, что сумма двух последовательных нечетных чисел кратна 8?" удобно переформулировать так: "Может ли сумма двух последовательных нечетных чисел не делиться на 8?" Ответ: да, например,  $1 + 3 = 4$  или  $5 + 7 = 12$ . Отсюда легко можно сделать вывод об истинности исходного предложения.

Необходимо учить школьников искать иные формулировки не только для всего задания, но и для отдельных оборотов в вопросах.

Полезно помнить о том, что при ответе на вопросы теста можно поступать различными способами. Так, например, можно решить задачу, содержащуюся в тесте, и сравнить свой ответ с приведенными, или, подставляя

каждый из ответов в задачу, делать вывод об их истинности. Приведем пример.

Какие из уравнений не имеют положительных корней?  
 А)  $x^2 + 3x - 10 = 0$ ;      В)  $x^2 + 4x = 0$ ;  
 Б)  $x^2 + 8x + 12 = 0$ ;      Г)  $x^2 - 11x + 24 = 0$ .

В данном случае можно поступать по-разному.

Самый простой способ — это решить уравнение, найти его корни и определить, есть ли среди них положительные.

Второй способ — использовать теорему Виета, найти значения  $x_1 \cdot x_2$  и  $x_1 + x_2$  и исключить из рассмотрения те уравнения, в которых  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$ , либо  $x_1 > 0$ ,  $x_2 = 0$ , либо  $x_1 > 0$ ,  $x_2 < 0$ . (Данное исключение исходит из выяснения смысла слов "нет положительных корней" — значит, что либо оба корня отрицательные, либо один отрицательный, а второй — нуль.)

Однако применение одного из этих способов для всех уравнений ведет к очень большим затратам времени. Поэтому полезно с помощью прикидки отбрасывать явно неверные ответы.

Например, в данном задании в случае Б достаточно просто оценить знак квадратного трехчлена  $x^2 + 8x + 12$  при  $x > 0$  (значение  $x^2 + 8x + 12 > 0$  для любого положительного  $x$ , а значит, уравнение  $x^2 + 8x + 12 = 0$  не имеет положительных корней).

Или еще одно задание:

Какое из чисел является решением уравнения  
 $5\frac{7}{30} - x = 1\frac{2}{45}$  ?  
 А)  $6\frac{5}{18}$ ;    Б)  $4\frac{1}{3}$ ;    В)  $4\frac{5}{15}$ ;    Г)  $4\frac{17}{90}$ .

(Данное задание предлагается в теме "Обыкновенные дроби".)

*Первый способ.* Ученик решает уравнение (на черновике):

$$5\frac{7}{30} - x = 1\frac{2}{45}; \quad x = 5\frac{7}{30} - 1\frac{2}{45} = 5\frac{21}{90} - 1\frac{4}{90} =$$

$$= (5-1) + \left(\frac{21}{90} - \frac{4}{90}\right) = 4\frac{17}{90}.$$

На основании этого решения ученик делает вывод о том, что верным является ответ Г.

*Второй способ.* Ученик последовательно подставляет

в уравнение вместо  $x$  числа  $6\frac{5}{18}$ ,  $4\frac{1}{3}$ ,  $4\frac{5}{15}$ ,  $4\frac{17}{90}$  и делает вывод о том, являются ли они корнями данного уравнения. Например:

$$5\frac{7}{30} - 6\frac{5}{18} \text{ — значение данной разности найти нельзя,}$$

значит, число  $6\frac{5}{18}$  не является корнем уравнения;

$$5\frac{7}{30} - 4\frac{1}{3} = 5\frac{7}{30} - 4\frac{10}{30} = 4\frac{37}{30} - 4\frac{10}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10} \neq$$

$\neq 1\frac{2}{45}$  — число  $4\frac{1}{3}$  не является корнем исходного уравнения;

$$5 \frac{7}{30} - 4 \frac{5}{15} = 5 \frac{7}{30} - 4 \frac{10}{30} = 4 \frac{37}{30} - 4 \frac{10}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10} \neq$$

$$\neq 1 \frac{2}{45} \text{ — число } 4 \frac{5}{15} \text{ не является корнем исходного уравнения;}$$

$$5 \frac{7}{30} - 4 \frac{17}{90} = 5 \frac{21}{90} - 4 \frac{17}{90} = 1 \frac{4}{90} = 1 \frac{2}{45}; 1 \frac{2}{45} =$$

$$= 1 \frac{2}{45} \text{ — число } 4 \frac{17}{90} \text{ является корнем исходного уравнения.}$$

Очевидно, что второй способ более громоздкий и занимает больше времени. Для облегчения его применения полезно учить школьников с помощью прикидки заранее отбрасывать неподходящие ответы.

Так, например, в приведенном задании легко заметить, что ответ А не подходит, так как в этом случае вычитаемое больше уменьшаемого и на данном этапе обучения значение такой разности найти нельзя.

Ответы Б и В одинаковы  $\left(4 \frac{1}{3} = 4 \frac{5}{15}\right)$ , поэтому достаточно проверить только один из них.

Таким образом, после отбрасывания явно неверных ответов и анализа остальных, ученику остается проверить истинность только двух вариантов ответов: Б и Г.

Прикидка ответа является полезной и в других случаях.

Например: "Верно ли равенство  $\frac{5}{18} + \frac{7}{11} = \frac{12}{29}$ ?"

Не проверяя, можно сделать вывод о том, что в сумме не может получиться дробь со знаменателем 29, так как это простое число и оно не является делителем ни одного из знаменателей дробей-слагаемых.

Учащимся надо стремиться к тому, чтобы контролировать свои действия, свои ответы. Например:

Чему равно значение  $k$  в выражении  $(k-1)x^2 - (k-3)x - 5 = 0$ , если  $x_1 + x_2 = 3$ ?  
 А) 0; Б) 3; В) 1; Г) таких  $k$  не существует.

Для ответа на вопрос задания можно проделать следующие действия:

$$x_1 + x_2 = \frac{k-3}{k-1}; \frac{k-3}{k-1} = 3; k-3 = 3k-3; 2k = 0; k = 0.$$

Однако ошибкой было бы посчитать  $k = 0$  ответом. Необходимо еще проверить, имеет ли данное уравнение при  $k = 0$  два корня. Проверкой убеждаемся, что при  $k = 0$  дискриминант уравнения отрицателен. Поэтому верный ответ Г: таких  $k$  не существует. (Ответ А в этом случае является своего рода "ловушкой лжи" теста.)

В арсенале каждого учителя постепенно накапливаются некоторые рекомендации по проведению тестов и подготовке учеников "под тест". Это приобретает особую актуальность в связи со все большим распространением тестов как формы итогового контроля знаний учащихся. Множество экзаменационных испытаний (выпускных, вступительных) проводится в настоящее время именно при помощи тестов. Понятно, что неподготовленный к такому виду контроля ученик, незнакомый с тестами, с правилами и особенностями работы с ними, вряд ли сможет показать тот уровень знаний, на котором на-

ходится. Поэтому подготовку учащихся к такой форме работы учителю необходимо начинать вести как можно раньше. Тогда ученик не только более уверенно будет чувствовать себя в ситуации тестирования, но и сможет также выработать для себя стратегию и тактику поведения при процедуре тестирования, будет распознавать некоторые "ловушки лжи" теста, научится избегать их.

Традиционно придерживаются следующей примерной структуры теста:

- некоторая совокупность заданий;
- правила работы с тестами для учеников;
- инструкция учителю;
- теоретическое описание свойств, измеряемых тестом (в нашем случае — это объем требований к знаниям и умениям школьников);
- шкала измерения свойств;
- метод выведения оценки по шкале.

Для проведения тестирования каждый сборник тестовых заданий (или отдельный тест) должен содержать инструкцию для ученика по выполнению тестов. Инструкция для ученика обычно содержит правила заполнения таблицы ответов, образцы решения одной-двух типовых задач, указания к порядку работы над тестом. Текст инструкции должен быть ясным, доступным и лаконичным. Прочитав инструкцию, ученик должен четко представлять, что от него требуется.

Приведем пример инструкции для ученика по выполнению тестов по курсу геометрии VII класса.

#### Инструкция для учащихся по выполнению тестов

Для выполнения теста вам понадобятся авторучка, карандаш, бумага для черновика.

В данном сборнике предлагаются тесты различного вида.

Основную группу составляют задания с *выбором ответов*. Как правило, они содержат вопрос, к которому дается четыре варианта ответа (А, Б, В и Г). Вам среди этих ответов надо выбрать верные (их может быть несколько). Буквы, под которыми стоят верные ответы, надо обвести кружочком.

Например:

Какое из уравнений является уравнением прямой, проходящей через точку  $K(3; -2)$ ?  
 А)  $y = -2$ ; Б)  $y = x - 5$ ; В)  $y = 2$ ; Г)  $y = x + 5$ .

К этой же группе относятся задания, где сформулированы утверждения, об истинности которых вам необходимо сделать вывод. Например:

Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Укажите верные утверждения.  
 А) Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 2,5.  
 Б) Косинус одного из углов этого треугольника равен 1.  
 В) Радиус окружности, проходящей через вершины острых углов этого треугольника и середину большего катета, равен  $5 \frac{\sqrt{13}}{8}$ .  
 Г) Радиус окружности, проходящей через концы большего катета и середину гипотенузы, равен  $\frac{25}{12}$ .

Вторую группу тестовых заданий составляют так называемые задания на дополнение. В них вам надо верно продолжить утверждение, начало которого сформулировано в задании. Например:

Если скалярное произведение двух ненулевых векторов отрицательно, то угол между векторами ...  
А) острый; Б) тупой; В) прямой; Г) нет верного ответа.

К третьей группе заданий относятся задания открытого типа, в которых вам надо самостоятельно получить ответ и вписать его в указанном месте тестового задания и таблицы ответов. Например:

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 9 см, а один из его катетов равен 6 см. Найдите проекцию этого катета на гипотенузу.  
Ответ: \_\_\_\_\_

Когда выполните все задания теста, запишите обведенные буквы и верные ответы в таблицу, расположенную в конце теста.

Например:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Верные ответы	А	Б	В, Г	В	А, Б, В	2 см	4 см

Запомните:

1. Все записи в тестах нужно делать только авторучкой (обводить буквы верных ответов, вписывать ответы, переносить их в таблицу результатов и т. д.).
2. Нельзя делать никаких посторонних записей на страницах сборника. Для этих целей надо использовать черновик.
3. Задания желателно выполнять по порядку, но если вы не можете справиться с каким-то из них, можно переходить к следующему, а к пропущенному потом вернуться.
4. После выполнения всего теста необходимо еще раз проверить все ответы.
5. Прежде чем обводить выбранные ответы или заполнять бланки ответов (таблицы), надо тщательно проанализировать каждое задание, при необходимости проделать определенную работу на черновике.
6. Следует помнить о том, что выводы и предположения, подсказанные рисунком, необходимо проверить теоретическими рассуждениями, вычислениями, так как рисунок не всегда отражает верный ответ и выполнен без соблюдения масштаба.

Знаком \* отмечены тесты повышенной сложности.

Обычно у большинства учеников отсутствует опыт заполнения бланков ответов. В результате количество случайных ошибок может существенно повлиять на результаты тестирования. Поэтому учителю рекомендуется перед выполнением (особенно первых тестов) попросить учеников тщательно прочесть инструкцию, задать необходимые вопросы, уточнить то, что осталось непонятым. Если же ученики еще не встречались с тестовой формой контроля, то полезно будет провести тренировочное тестирование, в процессе выполнения которого будут отработаны навыки заполнения тестов и итоговых таблиц результатов.

Руководство для учителя разрабатывается не менее строго и в нем обычно указываются:

- назначение тестов;
- ограничения и показания для применения;
- состав теста;
- описание предлагаемых типов, форм и модификаций заданий;
- ссылка на апробацию теста;
- указания к проведению тестирования (условия, инструкция и т. д.);
- ключи (ответы) к тестам;
- правила обработки результатов;
- устройство шкал;
- записи о надежности и валидности теста;
- правила интерпретации результатов (перевод тестового балла в традиционную оценку успеваемости).

После проведения теста учителю полезно разобрать допущенные ошибки, остановиться на некоторых типах заданий, проанализировать их. Иногда учителю целесообразно попробовать некоторым образом интерпретировать результаты тестирования, причем не отдельно взятого ученика, а всего класса. Для этого можно составить сводную таблицу теста по каждому заданию, выбрать те задания, в которых допущено наибольшее количество ошибок и т. д. Это позволит учителю дать не только количественную характеристику классу в соответствии с выполненной работой, но и некоторую качественную оценку.

Следует отметить, что тесты призваны дополнить, а не заменить традиционную систему контроля знаний по математике. Полезно сочетать тесты с традиционными методами и формами контроля, получая при этом более полную информацию о степени усвоения темы учениками.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гуцанович С. А., Радьков А. М.** Знаешь ли ты математику?: Сб. тестов. — Мн.: Выш. школа, 1994.
2. **Гуцанович С. А., Радьков А. М.** Есть ли у тебя математические способности?: Сб. тестов. — Мн.: Нар. асвета, 1997.
3. **Гуцанович С. А., Радьков А. М.** Тестирование в обучении математике: диагностико-дидактические основы. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
4. **Кравец Е. В., Радьков А. М.** Числа и функции в тестах: Учеб.-метод. пособие. — Мн.: Изд. В. М. Скакун, 2000.
5. **Радьков А. М., Чеботаревский Б. Д.** Алгебра и теория чисел: Атлас для самостоят. работы: Учеб. пособие. — Мн.: Выш. шк., 1992.
6. **Тематический контроль по алгебре для 7 класса:** В 2 ч. / Е. В. Кравец и др.; Под общ. науч. ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
7. **Тематический контроль по алгебре и геометрии для 7 класса:** Пособие для учителя / Е. В. Кравец и др.; Под общ. науч. ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
8. **Тематический контроль по геометрии для 7 класса:** В 2 ч. / Е. В. Кравец и др.; Под общ. науч. ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
9. **Тематический контроль по математике для 5 класса:** В 2 ч. / Е. В. Кравец и др.; Под общ. науч. ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
10. **Тематический контроль по математике. 6 класс:** В 2 ч. / Е. В. Кравец и др.; Под ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.
11. **Тематический контроль по математике. 5—6 класс:** Пособие для учителей / Е. В. Кравец и др.; Под ред. А. М. Радькова. — Мозырь: Издательский дом "Белый ветер", 2001.