ОБ ОЦЕНКЕ СВЕРХУ ДЛЯ СТАРШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ВОЗМУЩЕНИЯХ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ НЕМОНОТОННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

И.В. Марченко (ИМ НАН Беларуси, Минск)

Рассмотрим возмущенную линейную дифференциальную систему

$$\dot{y} = A(t)y + Q(t)y, \quad y \in R^n, \quad t \geq 0, \qquad (1)$$

с ограниченной кусочно-непрерывной матрицей коэффициентов A, кусочно-непрерывной матрицей возмущений Q и старшим показателем $\lambda_n(A+Q)$. Пусть кроме того, $X(t,\tau)$ — матрица Коши системы (1) без возмущений, т.е. при $Q(t) = 0$.

Будем считать, что каждая матрица Q удовлетворяет неравенству $\|Q(t)\| \leq N_Q r(t)$, где N_Q — некоторая постоянная, зависящая от Q, а r — положительная вещественная функция, определенная и ограниченная на промежутке $[0, +\infty[$. Класс всех таких возмущений обозначим через $\mathfrak{B}[r]$.

Линейные системы с возмущениями из классов $\mathfrak{B}[r]$, соответствующие монотонным функциям r, активно изучались в теории характеристических показателей Ляпунова. Оценка сверху для старшего показателя системы (2) с малыми возмущениями, так называемый центральный показатель $\Omega(A)$ системы (1), была построена в [1]. Достижимость этой оценки доказана В. М. Миллионщиковым в [2] с помощью его, ставшего уже классическим, метода поворотов. Старший сигма-показатель $\nabla_\sigma(A)$, соответствующий классу σ-возмущений, т.е. возмущений, экспоненциально убывающих на бесконечности с показателем убывания не меньшим, чем $\sigma > 0$, вычислен в [3]. Ссылки на другие результаты в этом направлении приведены в [4].

Теорема 1. *Пусть r — кусочно-непрерывная функция. Если для любого $\varepsilon > 0$ выполнено равенство $\overline{\lim\limits_{m\to\infty}}\, m^{-1} \sum\limits_{k=0}^{m-1} r_k^\varepsilon = 0$, где*

$r_k = \int\limits_k^{k+1} r(t)dt$, *и существует* $\rho > 0$ *такое, что для любого* $k \in N \cup \{0\}$ *при всех* $t \in [k-1, k]$ *за исключением конечного числа точек выполняется неравенство* $r_k \leq \rho r(t)$, *то справедлива формула* $\Lambda(\mathfrak{B}[r]) := \sup\{\lambda_n(A+Q) : Q \in B[r]\} = \overline{\lim\limits_{m\to\infty}}\, m^{-1}\ln\eta_m$, *где последовательность* η_m *при* $m > 1$ *определяется рекуррентным соотношением* $\eta_m = \max\limits_{k<m}(\|X(m,k)\| r_k \eta_k)$, $k, m \in N$, *с произвольным начальным условием* $\eta_1 > 0$.

Литература

[1] *Виноград Р.Э.* // Матем. сборник. – 1957. – Т.42. – №2. – С.207–222.

[2] *Миллионщиков В.М.* // Сиб. матем. журнал. – 1969. – Т.10. – №1. – С.99–104.

[3] *Изобов Н.А.* // Дифференц. уравнения. – 1969. – Т.5. – №7. – С.1186–1192.

[4] *Макаров Е.К., Марченко И.В., Семерикова Н.В.* Об оценке сверху для старшего показателя линейной дифференциальной системы с интегрируемыми на полуоси возмущениями // Дифференц. уравнения. (в печати)