Л.А. Романович

ИНВАРИАНТНЫЕ СВЯЗНОСТИ В ГРУППОИДАХ ЛИ

В 1950-х годах Ш. Эресман предложил метод исследования геометрических структур и их продолжений с помощью группоидов Ли. Этот метод можно применить при исследовании связностей высшего порядка на гладких многообразиях и в векторных расслоениях. Интерес представляет изучение связностей, которые согласованы с некоторыми дополнительными структурами, заданными на многообразиях.

Целью работы является изучение инвариантных связностей высшего порядка в группоидах Ли или, другими словами, регулярных сечений расслоения элементов связностей высшего порядка относительно действия продолженного группоида Ли.

Ngo van Que [1] установил соответствие между связностями высшего порядка в группоиде Ли и расщеплениями присоединенных векторных расслоений. В связи с этим возникла задача исследовать, какие условия накладывает инвариантность связности высшего порядка в группоиде Ли на соответствующее ей расщепление присоединенных векторных расслоений.

Пусть (Ω, B) – группоид Ли над B, (Ω^k, B) – продолжение группоида Ли (Ω, B) порядка k [1, с. 169], (E, p, B) – векторное расслоение, присоединенное к группоиду (Ω, B), $(J^k(E), p^k, B)$ – продолжение расслоения (E, p, B) порядка k [1, с. 171], $(Q^k(\Omega), \pi, B)$ – расслоение элементов связностей высшего порядка [1, с. 186].

Инвариантность связности $c: B \to Q^k(\Omega)$ относительно действия подгруппоида $((\Omega')^k, B)$ определяется условием $c(y) = Z \cdot c(x)$ для каждого элемента $Z = \sigma \in (\Omega')^k$. Следующее утверждение устанавливает соответствие между инвариантными связностями $c: B \to Q^k(\Omega)$ в группоиде Ли и расщеплениями $\lambda_k : E \to J^kE$ точной последовательности присоединенных векторных расслоений $0 \to j_x^k E \to J^kE \to 0$.

Теорема. Связность $c: B \to Q^k(\Omega)$ инвариантна относительно действия подгруппоида $(\Omega')^k$ тогда и только тогда, когда для каждого $X \in E_x$, $Z = j_x^k \sigma \in (\Omega')^k$ справедливо условие:

$$\lambda_k(\sigma(x) \cdot X) = Z \cdot \lambda_k(X).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ngo van Que. Du prolongement des espaces fibres et des struktures infinitesimales // Ann. Inst. Fourier. Grenoble. 1969. – № 17. – P. 159-223.