Д. А. ЛАВШУК

МЕТОД ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ВЫПОЛНЕНИЯ СПОРТИВНЫХ УПРАЖНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПЭВМ.

Главная цель атлетов, профессионально занимающихся спортом — достижение максимального спортивного результата. Один из факторов, который позволяет достичь спортсмену этой цели, — рациональная техника выполнения спортивных упражнений. Особенно большую роль техника играет в тех видах спорта, где она является предметом соревновательной оценки (например, гимнастика). В настоящее время не существует методов поиска оптимальной техники выполнения спортивных упражнений, кроме эмпирического метода проб и ошибок. При этом методе тренер через многократное исполнение спортсменом упражнения пытается найти лучшую технику, которая позволит атлету выполнить упражнение [illegible]альным результатом. Причем тренер не может быть до конца уверен, что выработанная техника исполнения упражнения является оптимальной, самой рациональной. Еще один минус данного подхода — огромные временные затраты. Ведь элементы оптимальной техники, выработанные одним спортсменом, нельзя чисто механически перенести на другого спортсмена в силу различных антропометрических показателей, индивидуальных для каждого исполнителя. Кроме того, различия заключаются и в уровне силовой подготовленности. Таким образом, с каждым спортсменом тренеру приходится проходить этот путь проб и ошибок заново.

Мы же предлагаем абсолютно другой способ поиска оптимальной техники выполнения спортивных упражнений — использование компьютерного моделирования. Под моделью понимается «такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте». Это определение модели, данное Штоффом, кажется нам наиболее актуальным, ибо оно подчеркивает основное, важное для нас свойство моделей, — способность давать новую информацию об объекте, изучать моделируемый объект, не прибегая к нему самому.

Виды моделей бывают различными. В компьютерном моделировании естественным является использование математических моделей. Спортсмен рассматривается как самоуправляемая динамическая система, которая в математике описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x,u),$$

где t - время функционирования системы;

$x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ – фазовые, или обобщенные, координаты системы, описывающие состояние системы;

n - число фазовых координат;

$u=(u_1,u_2\dots u_m)$ – управляющие функции, под воздействием которых система изменяет свое состояние во времени;

m - число управляющих функций.

Для динамических систем в математике разработан специальный аппарат, который позволяет находить для них оптимальное управление, то есть управление, которое доставляет максимум (минимум) некоему функционалу, значение которого определяется фазовыми переменными системы (1) и который определяет качество исполняемого процесса. Одним из основных методов в этой области математики является принцип максимума Понтрягина. Он определяет необходимые условия, которым должны удовлетворять управляющие функции для того, чтобы быть оптимальным управлением. Напомним формулировку этого принципа. Вводится в рассмотрение система сопряженных переменных

$$p=(p_1,p_2,\dots,p_n)$$

и функция Гамильтона, которая определяется как скалярное произведение сопряженных переменных и правых частей системы (1)

$$H(t,x,p,u)=(p,f(t,x,u)) \qquad (2)$$

Сопряженные переменные и функция Гамильтона связаны следующим соотношением

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{-\partial H}{\partial x_i}, i = 1,\dots,n \qquad (3)$$

Принцип максимума Понтрягина гласит, что если управление $u=(u_1,u_n\dots u_n)$оптимальное, то система функций $u=(u_1,u_2\dots u_m)$ доставляет максимум функции Гамильтона $H(t,x,p,u)$, причем x и p должны удовлетворять уравнениям (1) и (3).

Для нахождения оптимального управления в соответствии с принципом максимума Понтрягина можно воспользоваться методом последовательных приближений. Он состоит в следующем:

1. Задаемся первоначальным начальным значением управляющих фун-

кций, которые выбираем, исходя из условия задачи и физических соображений.
2. Интегрируем систему (1) слева-направо и находим значение функционала для текущих значений управляющих функций.
3. Из условий трансверсальности находим значения сопряженных переменных на правом конце траектории.
4. Интегрируем систему (3) справа-налево, находя значения сопряженных переменных.
5. Составляем функцию Гамильтона, определяем новое управление, исходя из принципа максимума Понтрягина.
6. Переходим на второй шаг схемы.

Этот процесс повторяем до тех пор, пока разность между двумя последовательно вычисленными значениями функционала не станет меньше наперед заданной точности. Такова суть этого метода.

Мы поставили перед собой следующие задачи:
1. Разработать компьютерную программу, решающую задачу оптимального управления в соответствии с предложенной схемой.
2. Разработать уравнения математической модели движения спортсмена и видоизменить алгоритм для работы с этими уравнениями.
3. Ввести в программу дополнительные сервисные функции для того, чтобы с ней мог работать любой тренер, даже не владеющий биомеханическими методами исследования движений спортсменов.

На данном этапе исследования полностью выполнена первая задача. Создана программа, которая позволяет находить оптимальное управление для систем, заданных в виде (1).

В настоящее время ведется работа по оптимизации этой программы для следующей математической модели спортсмена. Атлет рассматривается как неразветвленный N-звенник, т.е. спортсмен представляется как динамическая система, состоящая из N звеньев — абсолютно твердых тел, соединенных между собой идеальными шарнирами. Будем считать, что трение в шарнирах отсутствует. Например, очень часто спортсмена рассматривают в виде трехзвенника, где первое звено — руки, второе — туловище и третье — ноги. Первый шарнир — плечевой сустав, второй — тазобедренный.

В этом случае уравнения движения выглядят так:

$$\sum_{j=1}^{N} A_{ij}\ddot{q}_j \cos(q_i - q_j) - \sum_{j=1}^{N} A_{ij} q_j^2 \sin(q_j - q_i) + Y_i \cos q_i + M_{i+1} = Mi, \quad (4)$$

$$M_{i+1}=0 \ \text{если} \ i=1,$$

$$i=1,2,\dots,N,$$

где $q, \dot{q}, \ddot{q}$ — соответственно обобщенные координаты скорости и ускорения спортсмена, N — число звеньев, Y_j — обобщенные силы j-го звена, Mi — управляющие моменты мышечных сил в 1-м шарнире, A_{ij} — коэффициенты, зависящие от масс-инерционных характеристик звеньев модели.

В данном случае управляющими функциями служат моменты мышечных сил спортсмена. С помощью алгоритма построения оптимального управления мы можем найти числовые значения этих моментов, которые доставят максимум некоему функционалу. Функционалом может служить любой биомеханический параметр (скорость, углы в суставах, кинетическая энергия, кинетический момент) движения. Вот пример задачи, которую можно решить с помощью данной программы: найти закон изменения моментов мышечных сил спортсмена при выполнении большого оборота на перекладине для достижения им максимальной скорости при прохождении общим центром масс вертикали вверху.

Дальнейшие исследования планируется проводить в следующих направлениях:

1. Расширить круг решаемых программой задач, рассматривая движение спортсмена в условиях упругой опоры и безопорном движении.
2. Разработать уравнения движения разветвленных биомеханических систем (типичный пример — модель бегуна, где каждая нога спортсмена рассматривается как отдельное звено), оптимизировать программу для решения и такого класса задач.
3. Разработать единый интерфейс комплекса этих программ, который позволит за минимум времени освоить работу с данным пакетом программ.

Таким образом, созданный в результате нашего исследования программный комплекс можно будет с успехом применять как средство повышения эффективности тренерской работы, прогнозируя рациональную технику изучаемого упражнения для конкретного исполнителя.