УДК 372.8:53

С.М. Чернов (Могилев, Беларусь)

ИЗУЧЕНИЕ РАСИАДНЫХ СОСТОЯНИЙ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

The method for describing the properties of unstable quantum systems by establishing comprehensive energy values is presented. It is shown that energy of decaying state has no exact meanings. The imaginary addition to energy leads to broadening of the relevant spectral line and satisfies the Heisenberg uncertainty relation for energy and time.

Одной из центральных задач вузовского курса квантовой механики является обеспечение студентов методикой решения практических задач физики микромира. В большинстве стандартных учебных пособий [1] излагаются материалы, посвященные описанию динамики движения стабильных микрочастиц в различных силовых полях и возможности их квантовых переходов в другие возможные состояния. При этом описание распадных состояний носит либо эмпирический характер, либо не рассматривается вообще. В этом случае из поля зрения выпадает корректное описание процессов радиоактивного распада атомных ядер, резонансного рассеяния, распады нестабильных элементарных частиц и др.

Разумеется, эти явления описаны в специализированной литературе [2], как правило, не доступной студентам. Однако эволюцию распадных состояний можно достаточно просто описать в рамках нерелятивистской квантовой механики [3], рассмотрению которой и посвящена настоящая работа.

В соответствии с основным законом радиоактивного распада число нестабильных частиц меняется согласно соотношению

$$N(t)=N(0)\,e^{-\lambda t}.$$

Найдем связь постоянной распада λ со свойствами распадающихся частиц.

Для свободного движения волновая функция частицы равна

$$\psi(\mathbf{r},t)=\psi(0)\,e^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})}.$$

Для покоящейся частицы (p = 0) и действительных значений E вероятность ее нахождения в данном состоянии не будет зависеть от времени, т.к. $|\psi(t)|^2=|\psi(0)|^2=const.$

Чтобы распад частицы произошел, тогда энергия E должна быть комплексной

$$E=E_0-i\frac{\Gamma}{2}.$$

Следовательно, вероятность обнаружения частицы в таком состоянии равна

$$|\psi(t)|^2=|\psi(0)|^2\,e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}.$$

Последнее выражение согласуется с основным законом радиоактивного распада, если положить

$$\Gamma=\lambda\hbar.$$

Для нахождения распределения по энергиям воспользуемся преобразованием Фурье:

$$\psi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}d\omega\, g(\omega)\,e^{-i\omega t},$$

где

$$g(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(t)\,e^{i\omega t}dt.$$

Учитывая соотношение $\omega=\frac{E}{\hbar}$ и, если распад частицы начинается в момент $t=0$, то для $g(E)$ получаем

$$g(E)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty}dt\,e^{i\frac{E}{\hbar}t}\psi(0)\,e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t}e^{-\frac{\Gamma t}{2\hbar}}=\frac{\psi(0)}{\sqrt{2\pi}}\frac{\hbar}{\Gamma/2-i(E-E_0)}.$$

Плотность вероятности $P(E)$ обнаружения энергии E пропорционально $|g(E)|^2$

$$P(E)=c|g(E)|^2=c\frac{|\psi(0)|^2}{2\pi}\cdot\frac{\hbar^2}{\Gamma^2/4-(E-E_0)^2}.$$

Постоянную c найдем из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(E)\,dE = 1 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{\Gamma}{\hbar^2 |\psi(0)|^2}.$$

Отсюда окончательно получаем

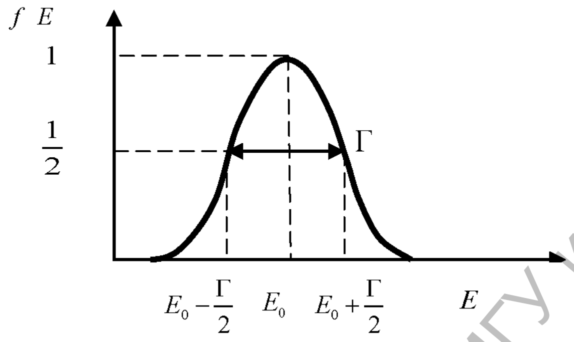
$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi}\frac{1}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4}.$$

Полученное соотношение называется формулой *Брейта – Вигнера*. Изобразим результат графически. Для удобства вместо $P(E)$ введем функцию $f(E)$:

$$f(E) = \frac{\pi\Gamma}{2}P(E) = \frac{\Gamma^2}{4}\cdot\frac{1}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Заметим, что при $E=E_0$. $f(E_0)=1$, а при $E = E^{\pm} = E_0 \pm \frac{\Gamma}{2}$, $f(E^{\pm}) = \frac{1}{2}$.

Графически функция $f(E)$ изображена на рисунке:



Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Энергия распадающегося состояния не имеет точного значения.

2. Мнимая добавка Γ приводит к уширению соответствующей линии спектра (естественная ширина).

3. Учитывая соотношение $\Gamma = \lambda\hbar$ и $\lambda = 1/\tau$, находим $\tau\cdot\Gamma \sim \hbar$, т.е. время жизни τ и ширина спектра Γ связаны соотношением неопределенности.

Для иллюстрации укажем параметры первого открытого $\Delta-$резонанса с массой 1232 МэВ (Ферми, 1951 г.): Г= 115 МэВ, $\tau = 6\cdot 10^{-24}\,c$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисоглебский, Л.А. Квантовая механика / Л.А. Борисоглебский. – Минск: БГУ, 1981. – 544 с.
2. Давыдов, А.С. Теория атомного ядра / А.С. Давыдов. – М.: ГИФМЛ, 1958. – 612 с.
3. Фрауэнфельдер, Г. Субатомная физика / Г. Фрауэнфельдер, Э. Хенли. – М.: Мир, 1979. – 736 с.