УДК 378.016

ТЕОРЕМА СТЮАРТА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

С. М. Столярова (МГУ имени А. А. Кулешова)
Науч. рук. ***Е. Н. Рогановская***,
канд. пед. наук, доцент

Задача. В равнобедренном треугольнике ABC к боковой стороне $BC = 4$ см проведена медиана $AM = 3$ см. Найдите основание AC.

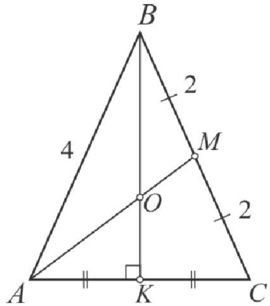

Рис. 1

1 способ. Применим теорему Стюарта.

$$AM^2 = \frac{MC\cdot AB^2 + BM\cdot AC^2 - BM\cdot MC\cdot BC}{BC}.$$

$$3^2 = \frac{2\cdot 4^2 + 2\cdot AC^2 - 2\cdot 2\cdot 4}{4}, \qquad AC = \sqrt{10}.$$

Ответ. $AC = \sqrt{10}$ см.

2 способ. Применим теорему косинусов (см. рис.1).

1) ΔABM:

$$\cos\angle B = \frac{AB^2 + BM^2 - AM^2}{2\cdot AB\cdot BM} = \frac{16+4-9}{2\cdot 4\cdot 2} = \frac{11}{16}.$$

2) ΔABC:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB\cdot BC\cdot \cos\angle B = 10.$$

Отсюда $AC = \sqrt{10}$.

Ответ. $AC = \sqrt{10}$ см.

3 способ. Применим свойство медиан треугольника (см. рис. 1).

$$AO : OM = BO : OK = 2 : 1.$$

ΔABK: $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{16 - BK^2}$.

ΔAOK: $AK = \sqrt{AO^2 - OK^2} = \sqrt{4 - OK^2}$.

1) Решая уравнение

$$\sqrt{16 - BK^2} = \sqrt{4 - OK^2},$$

где $BK = 3x$, $OK = x$, получим $OK = x = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

ΔAOK: $AK = \sqrt{\frac{5}{2}}$ (теорема Пифагора).

$AC = 2\cdot AK = \sqrt{10}$.

Ответ. $AC = \sqrt{10}$ см.

Вывод: сравнивая три способа решения задачи можно отметить, что 1-й способ решения с использованием теоремы Стюарта сразу приводит к нахождению основания треугольника. Существуют примеры применения теоремы Стюарта в школьном курсе геометрии [1].

Литература

1. **Рогановский, Н.М.** Методика преподавания математики. Учебное пособие для студентов физико-математического факультета. В двух частях: Ч.1. Общая методика / Н.М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Минск: Народная асвета, 2018. – 174 с.