УДК 005:338.46

СПОСОБЫ АГРЕГИРОВАНИЯ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА

Чегерова Татьяна Ивановна,
Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова,
(г. Могилев, Республика Беларусь)

В работе представлены варианты построения глобального критерия качества на основе количественных и качественных показателей с использованием теории нечетких множеств. Рассмотрены варианты сверток частных критериев с различными способами ранжирования.

Актуальной и часто решаемой задачей в различных сферах является многокритериальная оценка качества: на производстве при контроле качества продукции, в оценке качества процесса оказания услуг, для оценки качества среды обитания человека и во множестве других областей. Такие задачи осложняются неопределенностью исходных показателей и их неравнозначностью.

Один из предпочтительных подходов для решения задач многокритериальной оценки в условиях неопределенности основан на использовании элементов теории нечетких множеств и описан в различных работах [1, 2]. Суть этого подхода заключается в том, что оценка качества объекта проводится по множеству частных подкритериев, которые имеют как количественное выражение (стоимость, трудовые затраты, технические характеристики), так и качественные характеристики типа «хороший» – «плохой», «много» – «мало». Подкритерии имеют различную значимость в обобщенной оценке объекта, которая определяется коэффициентами относительной важности α. Каждый показатель описывается с помощью так называемой «функции желательности» (μ), которая возрастает от минимального нулевого значения (наихудшие значения подкритерия) до максимального значения, равного 1, в области наилучших значений.

Рассмотрим формирование некоторых наиболее часто встречающихся в решении подобных задач сверток:

$$D1 = \min(\mu_1^{\alpha_1}, \mu_2^{\alpha_2}, \ldots, \mu_n^{\alpha_n}) \text{ –} \tag{1}$$

вариант максимального пессимизма,

$$D2 = (\alpha_1 \cdot \mu_1 + \alpha_2 \cdot \mu_2 + \ldots + \alpha_n \cdot \mu_n)/n \text{ –} \tag{2}$$

аддитивная свертка.

По построению каждая из входящих в (1) и (2) функций желательности изменяет свои значения от 0 до 1, поэтому значения D1, D2 и могут изменяться от нуля (недопустимое качество, брак) до единицы (отличное качество объекта). Обобщенный критерий типа D1 оценивает качество объекта «с точки зрения максимального пессимизма», т.е. всегда равен значению функции желательности (возведенному в степень, равную коэффициенту относительной важности) частной характеристики исследуемой системы, для которой у оцениваемого объекта получены наихудшие показатели.

Это не всегда удовлетворяет потребностям исследования. Например, значение D1 для объекта оценки подкритериями, соответствующими функциям желательности μ_1=0.4, μ_2=1,..., μ_n= 1, будет равно значению D1 для объекта с показателями μ_1=0.4, μ_2=0.45, μ_3=1. Таким образом, обобщенный критерий D1 не учитывает в необходимой мере совокупного влияния частных показателей качества оцениваемого объекта. Этого недостатка лишен аддитивный критерий типа D2, значение которого уменьшается при уменьшении значений каждой из функций желательности.

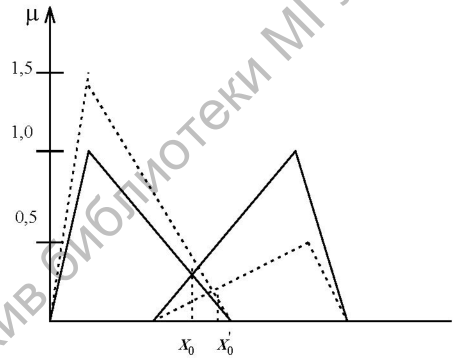
Важным вопросом являет адекватный способ ранжировки частных критериев. Проанализируем поведение максиминной свертки при неравнозначных входящих в него критериях. В работе [3] показано, что при применении свертки, в которой критерий умножается на ранг, можно получить качественно неверный результат, искажающий действительность. Пусть существуют два критерия А и В на множестве значений х. Задача состоит в нахождении оптимума, при котором будут максимально удовлетворяться оба критерия. Причем А важнее В, откуда следует предположение $\alpha_A > \alpha_B$. Пусть x_0 – точка оптимума для случая, когда А и В равнозначимы, т.е. точка оптимума максимизирует $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$, и пусть x_0' – точка оптимума для неравнозначимых А и В, максимизирующая $\mu_C'(x) = \min(\mu_A'(x), \mu_B'(x)) = \min(\alpha_A \mu_A(x), \alpha_B \mu_B(x))$. Тогда x_0' – одно из решений уравнения

$$\alpha_A \mu_A(x) = \alpha_B \mu_B(x), \qquad (3)$$

которое можно представить в виде

$$\beta \mu_A(x) = \mu_B(x), \quad \beta = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} > 1. \quad (4)$$

Положим $x_A > x_B$, где x_A, x_B – точки единственных максимумов $\mu_A(x)$ и $\mu_B(x)$. Тогда, учитывая монотонное убывание $\mu_A(x)$ и возрастание $\mu_B(x)$ на отрезке $[x_A, x_B]$, можно сделать вывод, что $x'_A > x_0$. Отсюда следует, что $\mu_A(x'_0) < \mu_B(x'_0)$, т.е. критерий А удовлетворяется в x_0' в меньшей степени, чем В, что противоречит исходной посылке о предпочтительности критерия А. Проведенное доказательство иллюстрируется на рисунке.



Свертка ранжированных критериев по формуле
$\mu_C(x) = \min(\mu'_A(x), \mu'_B(x))$, I – $\mu_A(x)$; II – $\mu_B(x)$,
1 – $\mu'_A(x) = 1{,}5\mu_A(x)$; 2 – $\mu'_B(x) = 0{,}5\mu_B(x)$.

Очевидно, что для получения качественно верного результата более значимый критерий следует не умножать на ранг, а возводить в степень ранга.

Рассмотрим теперь аддитивную свертку. Свертка вида (2) в задачах поиска оптимального решения не применяется, так как обладает существенным недостатком – компенсацией одних показателей другими. Однако существует целый ряд социально-экономических задач, в которых максиминный и мультипликативный критерии не применимы из-за того, что какой-то из показателей, характеризующий исследуемую систему, обращает значение функции желательности в ноль. Это задачи получения объективной многокритериальной оценки для сравнения нескольких объектов, для оценки динамики состояния объекта. Например, оценка качества продукции и его конкурентоспособности, оценка экологического состояния региона, оценка экономического положения региона и другие. Речь идет о системах, которые в целом находятся не в лучшем положении, планируется оценка их состояния и разработка мероприятий по снижению негативных воздействий, преодолению кризисных ситуаций, вывод предприятия из стадии банкротства и т.д. В таких системах из множества показателей хотя бы один будет принимать нежелательное значение и, следовательно, функция желательности будет принимать значение μ=0 и оценка, полученная с помощью максиминной свертки, также будет равна нулю.

Повысить информативность аддитивной свертки, уменьшив ее компенсаторное свойство, можно возведением значения функции желательности в степень ранга.

$$D3 = (\mu_1^{\alpha_1} + \mu_2^{\alpha_2} + \ldots + \mu_n^{\alpha_n})/n \qquad (5)$$

Использование рангов в качестве степени, в которую возводится полученное значение функции желательности μ, позволяет увеличить чувствительность полученного интегрального показателя. В работе Р. Егера показано, что возведение значения функции желательности μ в степень, большую единицы, ужесточает требования к выполнению критерия, т.е. делает его более важным [4]. Возведение значения функции желательности μ в степень, меньшую единицы, наоборот, снижает требования к удовлетворению критерия. При этом сохраняются нормировки функций принадлежности всех критериев и ограничений. Такой подход позволяет проводить ранжирование частных целей и ограничений в соответствии с интуитивными представлениями о задании той или иной степени жесткости требований к достижению целей. В вышеупомянутых задачах оценки динамики качества объекта, сравнения нескольких объектов целесообразно использовать и максиминный критерий, который будет служить индикатором того, что какой-то из оцениваемых показателей принимает нежелательное значение.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Дилигинский, Н. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика,

экология / Н. В. Дилигинский, Л. Г. Дымова, П. В. Севастьянов. – М. : Машиностроение – 1, 2004. – 336 с.
2. Чегерова, Т. И. Особенности использования нечеткой логики в многокритериальной оценке качества / Т. И. Чегерова // Проблемы устойчивого развития регионов Республики Беларусь и сопредельных стран : сб. материалов IX Междунар. науч.-практ. интернет-конф., 1 июня – 30 сентября 2020 г., г. Могилев / под ред. Н. В. Маковской. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2021. – С. 58–64.
3. Севастьянов, П. В. Многокритериальная идентификация и оптимизация технологических процессов / П. В. Севастьянов, Н. В. Туманов. – Минск. : Наука и техника, 1990. – 224 с.
4. Yager R. Multiple objective decision-making using fuzzy sets // Int. J. Man-Mach. Sfud. 1979. Vol. 9. № 4. P. 375-382.