

Е.Н. Рогановская
г. Могилев, Беларусь

РЕГУЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНОГО УЧЕБНИКА КАК ФАКТОР СНИЖЕНИЯ ЕГО ТРУДНОСТИ

Аннотация. Рассматривается один из актуальных вопросов теории и методики обучения, посвященный регулированию сложности содержания учебника математики.

Ключевые слова: сложность и трудность математического содержания, энтропия и информация учебника математики.

Интуитивно понятия сложности и трудности относятся к содержанию учебника в целом, ко всей его совокупности. Увеличение многообразия идейно разнородного содержания, учебных тем и различных их элементов (понятий, теорем, доказательств, математических методов, способов решения задач), чрезмерное кодирование учебного материала математической символикой, бессистемное применение цветовых выделений – все это не способствует усвоению математики. Проблема сложности и трудности учебника привлекала внимание многих исследователей.

дователей, начиная с основоположников дидактики (Коменского, Песталоцци, Ушинского и др.). Не ослабевает актуальность этой проблемы и по настоящее время (А.М. Матюшкин, А.Н. Захаров, В.С. Цетлин, Я.А. Микк, И.Я. Лернер и др.). Существуют исследования в методике преподавания математики (Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, А.А. Столяр). До 70-х годов XX века понятия «трудность» и «сложность» фактически не различались, считались синонимами. Отметим наиболее важные этапы в развитии этих понятий.

1	А.И. Уемов (1967 г.)	Предложил для определения сложности учебного материала подсчитывать число элементарных соотношений, на которые могут быть разбиты существующие в некоторой ситуации соотношения между вещами и их предикатами [9]. В настоящее время под сложностью обычно понимается количество признаков в определении понятия, количество шагов в доказательстве теоремы, решении задачи (операционный подход). Для системы задач такой подход затруднителен.
2	И.Я. Лернер (1974 г.)	Сложность отдельной задачи поставил в зависимость от следующих факторов: а) количества данных; б) числа промежуточных операций, которые необходимо выполнить, чтобы прийти к ответу; в) состава решения, то есть от числа выводов, которые нужно сделать для решения задачи. Предложил формулу сложности $S=A \cdot B \cdot B$, где A – количество данных в условии задачи; B – число логических звеньев, необходимых для решения; B – число рядоположенных выводов [3].
3	К.М. Ушаков (1980 г.)	Исследовал взаимосвязь сложности и трудности учебного материала. «Сложность» рассмотрена как совокупность двух компонентов: сложность состава и сложность организации. 1-й компонент зависит от числа элементов, входящих в систему, и от их качества, 2-й – от количества и характера связей между элементами. Сложность рассматривается как объективное свойство содержания учебного материала. Трудность – субъективная характеристика, связанная с уровнем подготовленности обучающегося. Подчеркнуто, что трудность имеет и объективную сторону, связанную со сложностью изучаемого объекта [10].
4	В.И. Крупич (1985 г.)	Использовал графы. Для их построения исходил из следующих условий: 1) выбирается основное отношение, управляющее поиском решения; 2) элементами графа являются только те вершины, на которых реализовано основное отношение; 3) ребра, соединяющие две вершины графа, являющиеся его элементами, указывают на явную связь; 4) связь будет неявной, если два элемента графа разделены вершиной, не являющейся его элементом. Сложность отдельной задачи определял по формуле: $S = m + n + i$, где m – число элементов, n – число явных связей, i – число типов связей.

5	А.А. Столяр (1986 г.).	В развитие идеи А.И. Умова использовал количество предикатов для оценки сложности и трудности решения отдельной учебной задачи. Использовал символику математической логики для записи предикатов, из которых состоит решение задачи.
6	А.Н. Захаров, А.М. Матюшкин (1990 г.)	Обосновали различие понятий сложности и трудности задачи [1, с. 39]: «Необходимо иметь в виду, что степень трудности учебного задания не совпадает со степенью его сложности. Степень сложности учебного материала характеризуется реальной сложностью учебного задания и нормой его задания. Степень трудности всегда предполагает соотношение подлежащего усвоению учебного материала с усвоенным материалом и интеллектуальными возможностями учащихся».
7	Энтропийная оценка сложности системы учебного материала. Доля аналогичных доказательств, задач, образцов решений	Д. Пойа отмечал, что трудность является неотъемлемым свойством задачи: там, где нет трудности, нет и задачи. Распределение задач по трем уровням сложности в зависимости от характера познавательной деятельности. Задания 1-го уровня сложности проверяют усвоение знаний в «готовом виде». Задания 2-го уровня требуют от учащихся применения знаний в сходной ситуации. Задания 3-го уровня – на использование знаний в новой ситуации. Энтропийная оценка сложности системы учебного материала.

Некоторые выводы. Проведенные исследования внесли существенный вклад в уточнение понятий сложности и трудности. Были предложены различные количественные их характеристики. Однако в обучении математике остается ряд нерешенных проблем. Существующие предложения чаще всего относятся к элементам содержания учебника, а не к их системам (и это несмотря на то, что системный подход является основной методологией современных исследований). К примеру, последовательность учебных тем чаще остается традиционной и не всегда способствует сокращению сложности и трудности учебника. То же самое касается выделения «узловых» теорем, определения их места в учебнике, области применения. Уточнение этих вопросов позволит упростить сложные доказательства, и сделать возможным изучение курса планиметрии, например, не за три, а за два года. К системе учебника геометрии относится также уточнение соотношения различных видов задач (на вычисление, доказательство, построение), выделение доли аналогичных задач, образцов решений. Более четкому разграничению базового и повышенного уровней в учебнике могло бы служить выделение в каждом параграфе отделов обязательных и дополнительных задач с соотношением 2:1. Эти вопросы требуют разработки системного подхода в

его новом качестве на уровне больших сложных систем. Необходима разработка адекватных методов оценки сложности и трудности больших сложных систем, построенных, в частности, на основе понятий энтропии и информации. Более подробно эти вопросы освещаются в монографии [4], а также в работах [5–8]. Снижение энтропии учебника – новый подход к совершенствованию учебника. Энтропия и информация вычисляются по формулам Шеннона и Хартли и связываются с частотой применения аналогичных и нестандартных задач, с частотой применения образцов решения задач. Измерение сложности системы учебного материала дает возможность ее регулирования на этапе создания учебника.

Список используемой литературы

1. Захаров, А. К. Проблемы адаптивных систем обучения / А. К. Захаров, А. М. Матюшкин // В кн.: Кибернетика и проблемы обучения. – Москва : Прогресс, 1990. – 180 с.
2. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математики / Ю. М. Колягин. – Москва : Просвещение, 1977. – 180 с.
3. Лернер, И. Я. Критерии сложности некоторых элементов учебника / И. Я. Лернер // В сб.: Проблемы школьного учебника. – Москва : Просвещение, 1974. – Вып. 1. – С. 47–48.
4. Рогановская, Е. Н. Теоретико-методические основы проектирования перспективно-инновационной среды геометрического образования: I и II ступени общего среднего образования: монография / Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2023. – 276 с.
5. Рогановская, Е. Н. Теоретико-методические основы проектирования информационно-образовательной среды геометрической подготовки учащихся: уровень общего среднего образования: монография / Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2016. – 196 с.
6. Рогановская, Е. Н. Концепция проектирования среды геометрического образования на основе законов большой сложной системы / Е. Н. Рогановская // Итоги научных исследований ученых МГУ имени А. А. Кулешова 2020 г. : материалы науч.-метод. конференции, Могилев, 28 января – 12 февраля 2021 г. / МГУ имени А. А. Кулешова; под ред. Н. В. Маковской, Е. К. Сычовой. – Могилев, 2021. – С. 100–101.
7. Рогановская, Е. Н. Инновационная образовательная среда: перспективные направления развития школьного образования / Е. Н. Рогановская // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Сер. С. (педагагіка, псіхалогія). – 2011. – № 1 (37). – С. 4–11.
8. Рогановская, Е. Н. Современные подходы к обучению математике в контексте проектирования и использования информационно-образовательной среды / Е. Н. Рогановская // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2012. – № 5. – С. 35–48.
9. Уемов, А. И. Проблемы построения общей теории упрощения научного знания / А. И. Уемов // Логика и методология науки. – Москва : 1967. – С. 80–93.
10. Ушаков, К. М. О критериях сложности учебного материала школьных предметов / К. М. Ушаков // Новые исследования в педагогических науках. – Москва : АПН СССР, 1980. – № 2. – С. 33–35.