УДК 004.02

В.В. Давыдовская, Д.Н. Абчинец, К.В. Козел, П.А. Кохан
г. Мозырь, Беларусь

РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ИЗ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕГРИРОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ

Аннотация. В работе рассмотрены возможности интегрированного пакета MathCAD при решении практико-ориентированных задач из школьного курса алгебры для повышения наглядности и глубины усвоения нового материала учащимися.

Ключевые слова: производная, экстремум, визуализация, MathCAD, возможности, практическая ориентированность.

В современной системе общего среднего образования одним из важнейших аспектов является практико-ориентированность при изучении целого ряда предметов. Не исключением является и школьный курс математики.

В настоящее время широкое использование получили так называемые системы компьютерной математики, которые могут стать настоящим помощником для учителя математики.

Существует большое количество специальных математических программ, таких как MATLAB, Mathematica, Maple и другие, однако, одним из самых популярных и признанных является пакет MathCAD (MATHematica Computer Aid Design). MathCAD способен в значительной мере справиться с задачами из всех областей применения математики. В пакет MathCAD интегрирован мощный математический аппарат, позволяющий решать возникающие проблемы без вызова внешних процедур [1].

Рассмотрим для примера задачу из курса алгебры 10 класса об изготовлении коробки [2]. Такого рода задачи можно отнести к условным задачам оптимизации и в школьном курсе решение такого рода задач осуществляется путем составления целевой функции и поиска ее максимума либо минимума в зависимости от постановки задачи.

Условие задачи: для упаковки подарка изготовили коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Коробку украсили, оклеив все ребра параллелепипеда цветной лентой всего потребовалось 3,6 м ленты. Найдите размеры коробки, если известно, что ее объем наибольший (рис. 1).

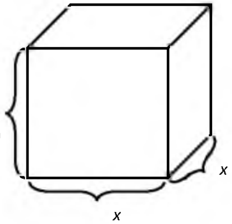

Рис. 1. Математическая модель задачи

В учебнике предлагается следующее решение. Обозначим сторону основания коробки через x (м) ($x > 0$), а высоту – через b (м) ($b > 0$). Тогда длина ленты равна сумме длин всех ребер коробки: $8x + 4b = 3{,}6$. Объем коробки равен $V(x) = x^2 b$. Из равенства $8x + 4b = 3{,}6$ выразим величину $b = 0{,}9 - 2x$, тогда $V(x) = x^2(0{,}9 - 2x)$, а из условия $b > 0$ следует неравенство $0{,}9 - 2x > 0$, т.е. $x < 0{,}45$.

Получили целевую функцию $V(x) = x^2(0{,}9 - 2x)$, для которой нужно найти наибольшее значение при $0 < x < 0{,}45$.

Для решения задач на отыскание наибольшего (наименьшего) значения функции применяется производная функции.

При таком способе решения может быть применен пакет MathCAD, во-первых, для повышения степени наглядности могут быть построены графики и самой целевой функции, и ее производной на заданном отрезке (рис. 2).

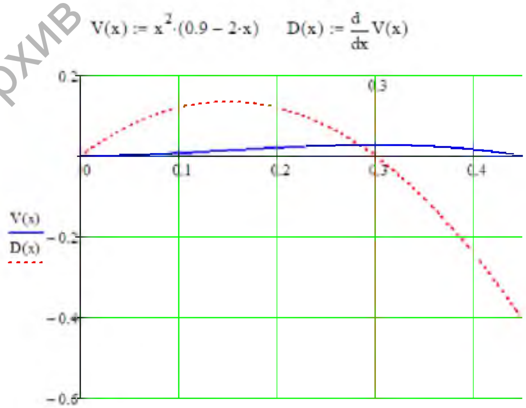

Рис. 2. График целевой функции и ее производной в MathCAD

Из графика уже можно приблизительно определить точки экстремума и значения целевой функции, которые она принимает в этих точках. Однако с использованием символьных возможностей MathCAD эти значения могут быть уточнены (рис. 3).

$$\frac{d}{dx}V(x) \rightarrow -2\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(2\cdot x - 0.9) \text{ solve}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

$$V(0) = 0$$

$$V(0.3) = 0.027$$

$$b := 0.9 - 2\cdot 0.3$$

Рис. 3. Листинг поиска точек экстремума в MathCAD

Помимо этого, для поиска локальных экстремумов имеются две встроенные функции, которые могут применяться как в пределах вычислительного блока, так и автономно: Minimize(f, x1, … ,xм) – вектор значений аргументов, при которых функция f достигает минимума; Maximize(f, x1, … ,xм) – вектор значений аргументов, при которых функция f достигает максимума, где f(x1, … , xм,…) – функция; x1, …, xм – аргументы, по которым производится минимизация (максимизация). Всем аргументам функции f предварительно следует присвоить некоторые значения, причем для тех переменных, по которым производится минимизация, они будут восприниматься как начальные приближения.

Рассматриваемая задача может быть решена следующим образом в пакете MathCAD (рис.4).

$$ORIGIN := 1$$

$$V(x) := (x_1)^2\cdot x_2 \qquad x_1 := 1 \qquad x_2 := 1$$

Given

$$x_1 > 0 \qquad x_2 > 0 \qquad 8\cdot x_1 + 4\cdot x_2 = 3.6$$

$$X := \text{Maximize}(V, x)$$

$$X = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.3 \end{pmatrix} \qquad V(X) = 0.027$$

Рис. 4. Листинг решения задачи оптимизации встроенными функциями в MathCAD

Все рассмотренные выше средства могут использоваться учителем при объяснении нового материала для более глубокого понимания учащимися практической стороны изучаемых задач, что в свою очередь будет повышать практико-ориентированность учебного предмета.

Список использованной литературы

1. Очков, В. Ф. Физико-математические этюды с Mathcad и Интернет / В. Ф. Очков, Е. П. Богомолова, Д. А. Иванов. – Санкт-Петербург : Лань, 2016. – 388 с.
2. Арефьева, И. Г. Алгебра : учебное пособие для 10-го класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. – Минск : Народная асвета, 2019. – 285 с.