СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 517.954

НЕРЕГУЛЯРИЗУЕМОСТЬ ЗАДАЧИ РИМАНА-ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ОДНОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В $\mathbf{R}^3$

Д. А. Басик (БрГУ имени А. С. Пушкина)
Науч. рук. ***А. И. Басик***,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Пусть в ограниченной, гомеоморфной шару, области $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$ задана система четырех уравнений первого порядка

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}+\begin{pmatrix}0 & -1 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix}\frac{\partial U}{\partial x_2}+\begin{pmatrix}0 & 0 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2 & 0\end{pmatrix}\frac{\partial U}{\partial x_3}=0 \qquad (1)$$

где $U=(u_1(x),\ldots,u_4(x))^T$ – искомая вектор-функция, T – означает транспонирование, $x=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3$. Отметим, что система (1) не принадлежит классу трехмерных аналогов системы Коши–Римана [1], является эллиптической и обладает тем свойством, что каждая компонента произвольного ее непрерывно дифференцируемого решения является бигармонической функцией (системы, обладающие таким свойством, относят к системам бигармонического типа [2]).

Рассмотрим задачу Римана–Гильберта нахождения решения системы (1) класса $C^{1,\alpha}(\Omega)\cap C^{0,\alpha}(\overline{\Omega})$ ($\alpha\in(0;1]$), удовлетворяющего граничным условиям

$$u_1|_{\partial\Omega}=f_1(y), \quad (u_2\nu_1+u_3\nu_2+u_4\nu_3)|_{\partial\Omega}=f_2(y). \qquad (2)$$

Здесь f_1, f_2 – заданные на поверхности $\partial\Omega$ непрерывные по Гельдеру с показателем α действительнозначные функции.

Теорема. *Задача* (1), (2) *не является регуляризуемой.*

Для доказательства показывается, что ранг матрицы Лопатинского задачи (1), (2) не является максимальным в той точке границы, в которой нормаль параллельна оси Ox_1.

Литература

1. **Усс, А. Т.** Гомотопическая классификация трехмерных аналогов системы Коши–Римана / А. Т. Усс // Докл. НАН Беларуси. – 2002. – Т. 46, № 5. – С. 30–34.
2. **Басик, А. И.** Нерегуляризуемость задачи Дирихле для одной бигармонической системы в $\mathbf{R}^4$ / А. И. Басик, Е. В. Грицук, Д. В. Галуц // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 4 (61). – С. 40–44.