УДК 517.538

ЕДИНСТВЕННОСТЬ АППРОКСИМАЦИЙ ЭРМИТА-ЧЕБЫШЕВА

И. В. Кругликов (ГГУ имени Ф. Скорины)
Науч. рук. ***А. П. Старовойтов***,
д-р физ.-мат. наук, профессор

Пусть система $\mathbf{f}^{\mathbf{ch}} = (f_1^{ch}, \ldots, f_k^{ch})$ состоит из функций, представимых рядами Фурье по многочленам Чебышева

$$f_j^{ch}(x) = \frac{a_0^j}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} a_l^j T_l(x), \quad j = 1, \ldots, k,$$

с действительными коэффициентами. Рассмотрим следующий аналог задачи Эрмита–Паде для $\mathbf{f}^{\mathbf{ch}}$ [1, гл. 4, §1]:

Задача $\mathbf{A}^{\mathbf{ch}}$. Для системы $\mathbf{f}^{\mathbf{ch}}$ найти тождественно не равный нулю многочлен $Q_m^{ch}(x)$, $\deg Q_m^{ch} \le m$

и многочлены $n_j = n + m - m_j$, $n_j = n + m - m_j$, чтобы для $j = 1,\dots,k$

$$Q_m^{ch}(x) f_j^{ch}(x) - P_j^{ch}(x) = \sum_{l=n+m+1}^{\infty} \tilde{a}_l^j T_l(x).$$

Справедлива следующая теорема [2]:

Теорема. Пусть для $(n, \overrightarrow{m}) \in \mathbb{Z}_+^{k+1}$, $m \neq 0$, матрица $H_{n,\vec{m}}^t(\mathbf{f^t})$ имеет полный ранг. Тогда решение задачи $\mathbf{A^{ch}}$ существует и единственно, аппроксимации Эрмита–Чебышева определяются однозначно, и для $j = 1,\dots,k$ справедливы представления:

$$Q_m^{ch}(x\,;\mathbf{f^{ch}}) = Q_m^t(\arccos x\,;\mathbf{f^t}), \quad P_j^{ch}(x\,;\mathbf{f^{ch}}) = P_j^t(\arccos x\,;\mathbf{f^t}).$$

Литература

1. **Никишин, Е.М.** Рациональные аппроксимации и ортогональность / Е.М. Никишин, В.Н. Сорокин. – Москва: Наука, 1988. – 255 с.

2. **Старовойтов, А.П.** Единственность и явный вид линейных аппроксимаций Эрмита – Чебышева / А.П. Старовойтов, И.В. Кругликов // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 1 (62). – С. 102–107.