

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

А. А. Терешонок (МГУ имени А. А. Кулешова)

Науч. рук. Л. А. Романович,

ст. преподаватель

В математике существуют нестандартные методы решения задач, связанные с доказательством алгебраических неравенств и выводом формул в геометрии. Они позволяют подойти к поиску решения с неочевидной стороны, установить связь между данными, сделать правильные выводы. Применение векторов при решении некоторых задач делают их нагляднее и интереснее. [1, с. 28]

Целью исследования является изучение возможностей применения векторов для решения геометрических и алгебраических задач. В соответствии с целью необходимо изучить основные понятия и факты векторного метода, подобрать и систематизировать нестандартные задачи, при решении которых этот метод применяется.

В процессе работы было выделено несколько направлений.

Во-первых, это доказательство алгебраических и геометрических неравенств при помощи скалярного произведения векторов. При решении таких задач часто используется неравенство Коши, однако векторный подход позволяет в некоторых из них быстро перейти к нужным неравенствам и получить ответ. Пример: Доказать, что для всякого треугольника ABC верно неравенство: $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$.

Во-вторых, использование координат, что позволяет применить к решению задач свойства суммы и разности координат, скалярное умножение в координатах. Пример: Доказать, что если $x_1 + x_2 + \dots + x_n = n$,

$$\text{то } \sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} + \dots + \sqrt{x_n^2 + 1} \geq n\sqrt{2}.$$

В-третьих, использование единичного вектора, что упрощает доказательство перпендикулярности прямых, поиск соотношений между сторонами и углами фигур. Пример: Даны четыре вектора \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} и \vec{OD} равной длины, сумма которых есть нуль-вектор. Доказать, что угол между двумя любыми векторами равен углу между двумя остальными.

Приведенные примеры показывают, что знание векторов и их свойств важно и полезно, так как эти знания можно применять при решении различных геометрических и алгебраических задач.

Литература

1. Скопец, З. А. Геометрические миниатюры / З. А. Скопец. – Москва.: Просвещение, 1990. – 214с.