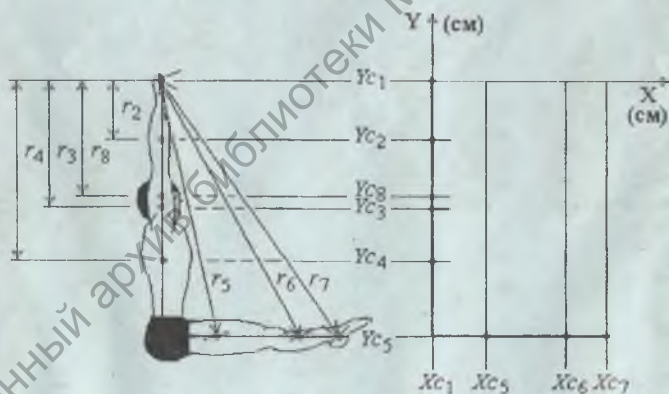


В.И. Загrevский
Д.А. Лавшук

ПРАКТИКУМ ПО БИОМЕХАНИКЕ ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ



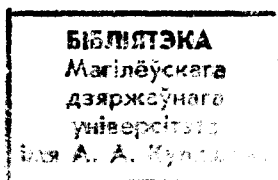
Электронный архив библиотеки МГУ имени А.А. Кулешова

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А. А. КУЛЕШОВА”

В.И. Загrevский,
Д.А. Лавшук

ПРАКТИКУМ
ПО БИОМЕХАНИКЕ
ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ

Расчетно-графические работы



Могилев 2004



УДК 796.012
ББК 75.0(я73)
3-14

Рецензент:
кандидат педагогических наук, доцент
МГУ им. А.А. Кулешова
Ю.Н. Бойко

*Печатается по решению редакционно-издательского
и экспертного совета МГУ им. А. А. Кулешова*

Загrevский В.И., Лавшук Д.А.

3-14 Практикум по биомеханике физических упражнений: Расчетно-графические работы. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2004. – 68 с.: ил.

Методическая разработка содержит указания по выполнению лабораторных работ по биомеханике физических упражнений, предусмотренных учебным планом для студентов факультета физического воспитания.

Цель методической разработки – освоить методы биомеханики, позволяющие получить численные данные о кинематической и динамической структуре спортивных упражнений.

УДК 796.012
ББК 75.0(я73)

© В.И. Загrevский, Д.А. Лавшук, 2004
© МГУ им. А. А. Кулешова, 2004

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Тема: Вес сегментов тела человека и положение их центра тяжести по среднестатистическим данным

Цель: освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: научиться определять вес звеньев тела человека и положение их центра тяжести на основе среднестатистических данных.

Оборудование: сантиметровая лента, микрокалькуляторы.

Литература:

1. Донской Д.Д. Биомеханика. Учебное пособие для студентов факультета физического воспитания педагогических институтов. – М.: Просвещение, 1975.
2. Донской Д.Д., Зациорский В.М. Биомеханика. Учебник для институтов физической культуры. – М.: ФиС, 1979.
3. Петров В., Ганин Ю. Механика спортивных движений. – М.: ФиС, 1974.



Голова 6,94%
Верхний отдел туловища 15,598%
Плечо 2,707%
Средний отдел туловища 16,327%
Предплечье 1,615%
Нижний отдел туловища 11,174%
Кисть 0,614%

Бедро 14,165%

Голень 4,330%

Стопа 1,371%

Пояснение

Тело человека можно представить в виде биомеханической системы, состоящей из отдельных сегментов: кисть, предплечье, плечо, голова, туловище, бедро, голень, стопа (рис. 1).

Для определения динамических характеристик, определяющих биодинамическую структуру спортивных упражнений, необходимо знать масс-инерционные характеристики биомеханической системы: вес звеньев тела, положение их центра тяжести, моменты инерции отдельных звеньев. До недавнего времени экспериментальное определение геометрии масс тела человека выполнялось на трупах (Harless, 1860;

Рис.1. Сегменты тела человека

Braune, Ficher, 1869; Glauser et al, 1969). Трупы замораживались, рассекались по осям вращения в суставах, определялся вес сегментов и положение центра масс сегмента. Исследования, выполненные на большом объеме экспериментальных данных, позволили получить среднестатистические результаты о геометрии масс тела человека. Среднестатистические показатели характеризуют усредненное значение исследуемых характеристик, которые выражаются через относительные веса сегментов и через относительные коэффициенты, определяющие положение центра тяжести сегментов.

Сегменты тела человека

Указателями границ сегментов – местами прохождения плоскостей, отделяющих один сегмент от другого являются антропометрические точки (рис.2).

Выбор способов сегментирования обусловлен требованиями биомеханики: начало и конец сегмента должны касаться оси вращения в суставе, а масса сегментов при выполнении упражнений должна оставаться постоянной.

Вес сегментов тела

Зная вес тела и относительный вес звена в процентах (весовой коэффициент), можно определить вес отдельных сегментов по формуле:

$$P_i = \frac{P \cdot K_i}{100}, \quad (1)$$

где P – вес тела испытуемого; P_i – вес определяемого сегмента; K_i – весовой коэффициент сегмента; i – номер сегмента.

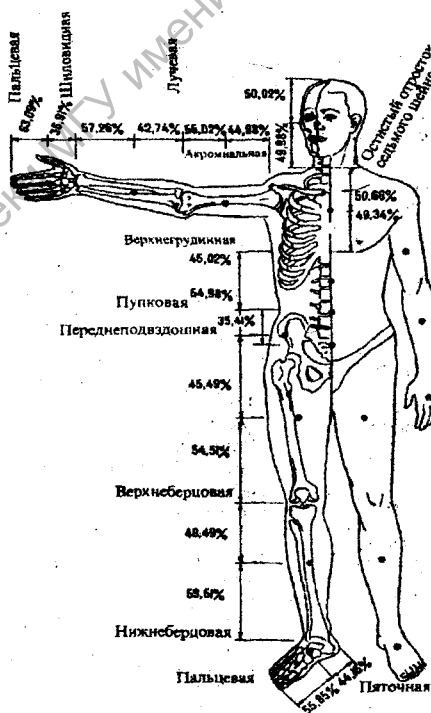


Рис.2. Антропометрические точки, определяющие границы сегментов

Значения весовых коэффициентов звеньев тела представлены в таблице 1.

Таблица 1

	Название частей тела	Весовой коэффициент (%)
1.	Кисть	1
2.	Предплечье	2
3.	Плечо	3
4.	Голова	7
5.	Туловище	43
6.	Бедро	12
7.	Голень	5
8.	Стопа	2

Пример

Допустим, вес испытуемого равен 69 кг. Тогда:

1. Вес кисти равен 0,69 кг $(69 \cdot 1) / 100 = 0,69$ (кг)

2. Вес предплечья равен 1,38 кг $(69 \cdot 2) / 100 = 1,38$ (кг)

3. Вес плеча равен 2,07 кг $(69 \cdot 3) / 100 = 2,07$ (кг)

Аналогично определяется вес остальных сегментов тела человека.

Положение центра масс сегментов

Положение центра масс сегментов на их продольных осях определяется длиной сегмента и относительным коэффициентом в соответствии с формульной зависимостью:

$$X_c = \frac{L_i \cdot A_i}{100}, \quad (2)$$

где X_c – координата положения центра тяжести сегмента на его продольной оси;

L_i – длина i -го сегмента;

A_i – относительный коэффициент i -го сегмента;

i – номер сегмента.

Относительный коэффициент выражает положение центра тяжести звена тела в %, по отношению к длине сегмента. Значения относительных коэффициентов для отдельных звеньев тела представлены в таблице 2.

Таблица 2

	Название частей тела	Относительный коэффициент (%)
1.	Кисть	37
2.	Предплечье	43
3.	Плечо	45
4.	Голова	50
5.	Туловище	44
6.	Бедро	45
7.	Голень	41
8.	Стопа	44

Антропометрические точки, от которых отсчитывается расстояние до центра тяжести сегмента для определяемых звеньев тела:

1. Кисть – шиловидная (лучезапястный сустав).
2. Предплечье – плече-локтевая (локтевой сустав).
3. Плечо – акромиальная (плечевой сустав).
4. Голова – остистый отросток 7-го шейного позвонка.
5. Туловище – акромиальная (плечевой сустав).
6. Бедро – переднеподвздошная (тазобедренный сустав).
7. Голень – верхнеберцовая (коленный сустав).
8. Стопа – пяточная.

Пример

1. Длина бедра испытуемого – 50 см. В соответствии с формулой (2) и данными таблицы 2 определяем, что центр тяжести бедра расположен на расстоянии 22 см от тазобедренного сустава (антропометрическая точка – переднеподвздошная)

$$(50 - 44) / 100 = 22 \text{ (см).}$$

2. Длина предплечья – 25 см. Следовательно, центр тяжести предплечья находится на расстоянии 11,75 см от локтевого сустава (антропометрическая точка – плече-локтевая)

$$(25,47) / 100 = 11,75 \text{ (см).}$$

Задания

1. Подготовить рабочую таблицу для определения веса сегментов тела и положения их центра тяжести с записью весовых (3-я колонка) и относительных (5-я колонка) коэффициентов (см. табл. 3).

2. Зная собственный вес, рассчитать по формуле (1) вес отдельных звеньев тела и записать вычисленные показатели в 4-ю колонку рабочей таблицы.

3. Измерить сантиметровой лентой длины звеньев тела и вписать результаты измерения в 6-ю колонку рабочей таблицы.

4. Вычислить по формуле (2) положение центра тяжести сегментов тела и записать результаты вычислений в 7-ю колонку рабочей таблицы.

5. Показать на рисунке положение центров масс отдельных звеньев тела с указанием:

- длины звена;
- антропометрической точки (сустава), относительно которой определяется положение центра масс звена;
- расстояния от антропометрической точки в сантиметрах.

Пояснения для выполнения п. 5 задания

1. Для решения задачи введем обозначения:

1. ————— — сегмент.

2. ○ — сустав.

3. ● — центр масс сегмента.

2. Кружками обозначить суставы, провести от границ суставов вверх вертикальные линии, одинаковой длины а над сегментом написать его название (рис. 3).

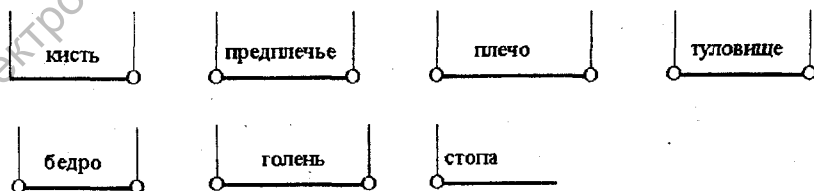


Рис. 3. Кинематическая схема сегментов

3: Над каждой вертикальной линией от сустава сегмента написать название сустава. Если для данного сегмента этот сустав является антропометрической точкой, надпись сделать цветной (рис. 4). На рисунке 4 это показано италиком.



Рис. 4. Названия суставов и антропометрические точки сегментов

Обозначения суставов:

- Луч.с. – лучезапястные суставы.
- Локт.с. – локтевые суставы.
- Плеч.с. – плечевые суставы.
- Таз.с. – тазобедренные суставы.
- Кол.с. – коленные суставы.
- Гол.с. – голеностопные суставы.

4. Горизонтальными линиями со стрелками отметить над названием сегментов длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначение L_i , где L – длина сегмента в сантиметрах, i – номер сегмента (рис. 5).

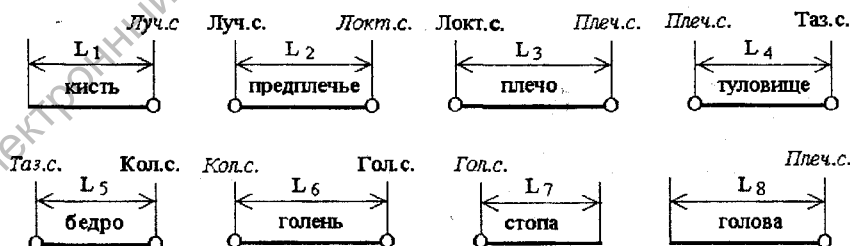


Рис. 5. Обозначение длины сегмента через символическую запись L_i

Под рисунком написать обозначения длины сегмента, а справа записать численное значение длины сегмента (после знака “=” вместо знака “?”).

Численное значение длины сегмента:

- L_1 – длина кисти = ? см.
- L_2 – длина предплечья = ? см.
- L_3 – длина плеча = ? см.
- L_4 – длина туловища = ? см.
- L_5 – длина бедра = ? см.
- L_6 – длина голени = ? см.
- L_7 – длина стопы = ? см.
- L_8 – длина головы = ? см.

5. Отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 6). Провести вниз от центра масс сегментов вертикальные линии. Определить для сегмента антропометрическую точку (сустав на рисунке 5, название которого написано италикком) и провести от нее вертикальную линию вниз.

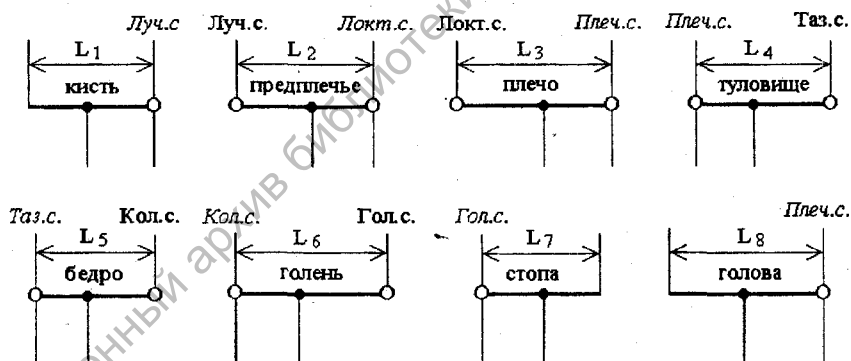


Рис. 6. Положение центра масс сегментов

6. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названием сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис.7). Ввести для каждого расстояния обозначение S_i , где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.

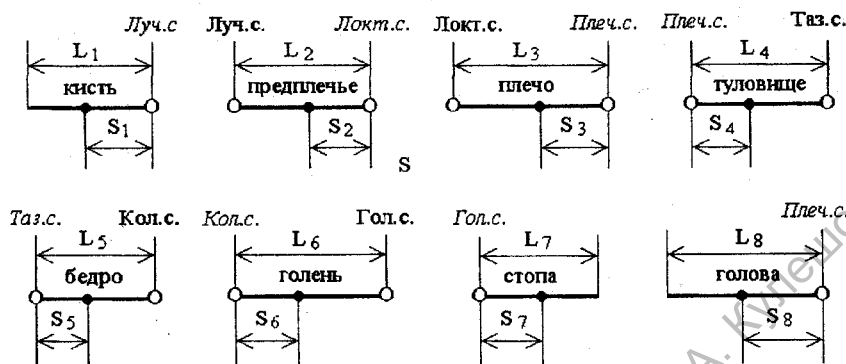


Рис. 7. Обозначение расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс через символическую запись S_i

Под рисунком написать обозначения *расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента* (S_i), а ниже записать их численное значение (после знака “=” вместо знака “?”).

Обозначение расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента:

- S_1 – расстояние от антропометрической точки до центра масс кисти по оси Ox .
- S_2 – расстояние от антропометрической точки до центра масс предплечья по оси Ox .
- S_3 – расстояние от антропометрической точки до центра масс плеча по оси Ox .
- S_4 – расстояние от антропометрической точки до центра масс туловища по оси Ox .
- S_5 – расстояние от антропометрической точки до центра масс бедра по оси Ox .
- S_6 – расстояние от антропометрической точки до центра масс голени по оси Ox .
- S_7 – расстояние от антропометрической точки до центра масс стопы по оси Ox .
- S_8 – расстояние от антропометрической точки до центра масс головы по оси Ox .

Численное значение расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента:

- $S_1 = ?$ см.
- $S_2 = ?$ см.
- $S_3 = ?$ см.
- $S_4 = ?$ см.
- $S_5 = ?$ см.
- $S_6 = ?$ см.
- $S_7 = ?$ см.
- $S_8 = ?$ см.

Таблица 3. Рабочая таблица для определения веса сегментов тела и положения центра тяжести звеньев тела.

	Название частей тела	Весовой коэффициент (%)	Вес сегмента (кг)	Относительный коэффициент (%)	Длина сегмента (см)	Положение центра тяжести сегмента
1	2	3	4	5	6	7
1	Кисть	1		37		
2	Предплечье	2		43		
3	Плечо	3		45		
4	Голова	7		50		
5	Туловище	43		44		
6	Бедро	12		45		
7	Голень	5		41		
8	Стопа	2		44		

Примечание: Необходимо помнить, что в таблице даны весовые коэффициенты отдельных звеньев тела: одной кисти, одного предплечья и т. д. Поэтому при определении веса парных конечностей (рук, ног), получаемый результат умножается на два.

В качестве примера по определению веса сегментов тела и получению их центра тяжести в таблице 4 приведены вычисленные показатели для испытуемого весом 80 кг и размерами длины звеньев тела, указанными в колонке 6.

Таблица 4. Рабочая таблица для определения веса сегментов тела и положения центра тяжести звеньев тела.

	Название частей тела	Весовой коэффициент (%)	Вес сегмента (кг)	Относительный коэффициент (%)	Длина сегмента (см)	Положение центра тяжести сегмента
1	2	3	4	5	6	7
1	Кисть	1	0,80	37	20,0	10,00
2	Предплечье	2	1,60	43	26,0	10,92
3	Плечо	3	2,40	45	24,5	11,52
4	Голова	7	5,60	50	23,0	11,50
5	Туловище	43	34,40	44	48,0	21,12
6	Бедро	12	9,60	45	43,0	18,92
7	Голень	5	4,00	41	38,0	15,96
8	Стопа	2	1,60	44	25,5	11,92

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой сегменты тела человека и какие антропометрические точки являются указателями границ сегментов?
2. Как определяется вес звеньев тела человека по среднестатистическим показателям?
3. Каким образом можно определить положение центра тяжести сегментов тела человека?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Тема: **Определение веса сегментов тела человека и положения их центра тяжести с применением уравнений множественной регрессии**

Цель: освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: научиться определять вес звеньев тела человека и положение их центра тяжести с использованием регрессионных уравнений.

Оборудование: антропометр, медицинские весы, микрокалькуляторы.

Литература:

1. *Донской Д.Д., Зацюрский В.М.* Биомеханика: Учебник для институтов физической культуры. – М.: ФиС, 1979.
2. *Зацюрский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н.* Биомеханика двигательного аппарата человека. – М.: ФиС, 1974.

Пояснение

Несмотря на популярность использования весовых и относительных коэффициентов, в биомеханических расчетах геометрии масс тела человека эти показатели нельзя считать достаточно точными. Они не отражают в полной мере индивидуальные конституционные особенности строения опорно-двигательного аппарата тела человека. Это обстоятельство является следствием того, что взаимосвязь между весом сегмента и весом тела, между относительным расстоянием от проксимального конца звена до его центра тяжести и длиной звена не может быть выражена регрессионным уравнением вида $Y = A \cdot X$, где Y – вес сегмента или положение его центра тяжести, A – весовой или относительный коэффициент, X – вес тела или длина звеньев тела.

Результаты определения геометрии масс тела человека с помощью радиоизотопной методики (В.М. Зацюрский и др., 1981) свидетельствуют о том, что даже в простейшем случае искомая связь имеет вид: $Y = A_0 + A_1 X$. Для более точного определения значений веса сегментов можно воспользоваться уравнениями регрессии, в которых аргументом служит не

только вес, но и длина тела (табл. 1). С помощью этой таблицы можно оценить и положение центра масс сегментов тела.

Положение центра масс и вес сегментов определяется по формуле:

$$Y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2, \quad (1)$$

где X_1 – вес тела;

X_2 – длина тела (рост);

B_i – коэффициенты уравнений множественной регрессии.

Таблица 1. Коэффициенты уравнений множественной регрессии для вычисления масс-инерционных характеристик сегментов тела человека по весу (X_1) и длине (X_2) тела.

Сегмент	B_0	B_1	B_2
Масса сегмента (кг)			
Кисть	-0,1165	0,0036	0,00175
Предплечье	0,3185	0,01445	-0,00114
Плечо	0,250	0,03012	-0,0027
Голова	1,296	0,0171	0,0143
Бедро	-2,649	0,1463	0,0137
Голень	-1,592	0,0362	0,0121
Стопа	-0,829	0,0077	0,0073
Положение центра масс на продольной оси сегмента (см)			
Кисть	4,11	0,026	0,033
Предплечье	0,192	-0,028	0,093
Плечо	1,67	0,03	0,054
Голова	8,357	-0,0025	0,023
Бедро	-2,42	0,038	0,135
Голень	-6,05	-0,039	0,142
Стопа	3,767	0,065	0,033

Примечание. Центр тяжести туловища определяется по относительному коэффициенту, равному 44,5%.

Пример

Вес испытуемого (X_1) – 70,0 кг, длина тела (X_2) – 165 см.

Вес голени равен 2,93 кг, $Y = -1,592 + 0,0362 \cdot 70 + 0,1121 \cdot 165$.

Центр масс голени находится на расстоянии 14,65 см от коленного сустава, $Y = -6,05 - 0,039 \cdot 70 + 0,142 \cdot 165$.

Для определения высоты вершущечной точки или длины тела исследователь устанавливает антропометр строго вертикально, накладывает линейку на вершущечную точку и фиксирует ее рукой. Ввиду возможного смещения головы рекомендуется производить измерение 2-3 раза и брать среднее число. Определение веса производится на медицинских весах с точностью до 50 г.

Задания

1. Определить свой рост и вес.
2. Подготовить рабочую таблицу для ее заполнения расчетными показателями (табл. 2).
3. Пользуясь формульным выражением (1) и данными таблицы 1, вычислить вес сегментов тела и записать вычисленные показатели в таблицу 2.

Таблица 2. Рабочая таблица для вычисления масс-инерционных характеристик сегментов тела человека по весу (X_1) и длине (X_2) тела.

Сегмент	B_0	B_1	B_2	Расчетные данные
Масса сегмента (кг)				
Кисть	-0,1165	0,0036	0,00175	
Предплечье	0,3185	0,01445	-0,00114	
Плечо	0,250	0,03012	-0,0027	
Голова	1,296	0,0171	0,0143	
Бедро	-2,649	0,1463	0,0137	
Голень	-1,592	0,0362	0,0121	
Стопа	-0,829	0,0077	0,0073	

Сегмент	V_0	V_1	V_2	Расчетные данные
Положение центра масс на продольной оси сегмента (см)				
Кисть	4,11	0,026	0,033	
Предплечье	0,192	- 0,028	0,093	
Плечо	1,67	0,03	0,054	
Голова	8,357	-0,0025	0,023	
Бедро	-2,42	0,038	0,135	
Голень	-6,05	-0,039	0,142	
Стопа	3,767	0,065	0,033	

Контрольные вопросы

1. Почему метод весовых и относительных коэффициентов не находит широкого применения в практике при определении геометрии масс тела человека?
2. В чем заключается сущность использования регрессионных уравнений?
3. Каким образом определяются динамические характеристики звеньев тела человека с использованием уравнений множественной регрессии?

определяется по гимнастической терминологии по отношению к туловищу. Кружками обозначить суставы, провести от границ суставов вверх и вниз одинаковой длины вертикальные линии и ввести обозначения.

Обозначения суставов:

- Луч.с. — лучезапястные суставы.
- Локт.с. — локтевые суставы.
- Плеч.с. — плечевые суставы.
- Таз.с. — тазобедренные суставы.
- Колен.с. — коленные суставы.
- Голен.с. — голеностопные суставы.

3. Прорисовать сегменты тела человека жирной линией и отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 3). Записать над сегментами их название и провести по вертикали вниз от центра масс сегментов укороченные, по сравнению с суставными линиями, вертикальные линии.

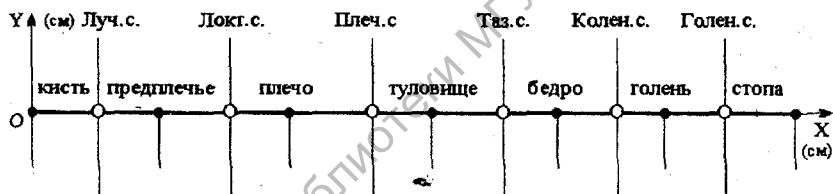


Рис. 3. Положение центра масс сегментов

4. Горизонтальными линиями со стрелками отметить над названиями сегментов длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначение длины сегмента L_i , где L — длина сегмента в сантиметрах, i — номер сегмента (рис. 4).

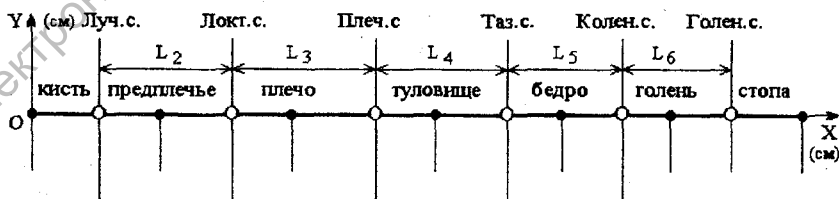


Рис. 4. Обозначение длины сегмента через символическую запись L_i

Обозначения длины сегмента:

- L_1 – длина кисти.
- L_2 – длина предплечья.
- L_3 – длина плеча.
- L_4 – длина туловища.
- L_5 – длина бедра.
- L_6 – длина голени.
- L_7 – длина стопы.

5. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названием сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис.5). Ввести для каждого расстояния обозначение S_i , где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.



Рис. 5. Обозначение расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс через символическую запись S_i

6. Обозначить на рисунке координаты центра масс сегментов через символическую запись X_{c_i} , Y_{c_i} . Здесь X_c , Y_c обозначают координаты центра масс сегмента по осям Ox , Oy декартовой системы координат, i – номер сегмента (рис. 6).

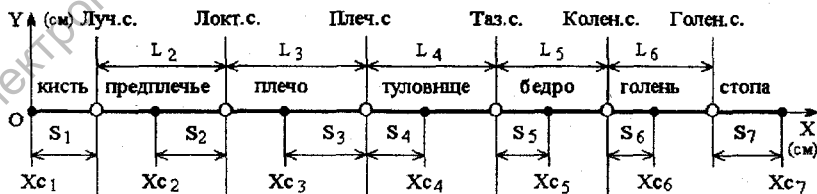


Рис. 6. Обозначения координат центра масс сегментов через символическую запись X_{c_i} , Y_{c_i}

Обозначения координат центра масс сегмента:

- X_{c1}, Y_{c1} – координата центра масс кисти по осям Ox, Oy .
- X_{c2}, Y_{c2} – координата центра масс предплечья по осям Ox, Oy .
- X_{c3}, Y_{c3} – координата центра масс плеча по осям Ox, Oy .
- X_{c4}, Y_{c4} – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .
- X_{c5}, Y_{c5} – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .
- X_{c6}, Y_{c6} – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .
- X_{c7}, Y_{c7} – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

Так как продольная ось сегментов расположена на оси Ox , то координата центра масс всех сегментов по оси Oy равна нулю, или $Y_{ci} = 0; i = 1, 2, \dots, 7$.

7. Обозначить на рисунке координаты суставов сегментов через символическую запись X_i, Y_i . Здесь X, Y обозначает координату центра масс сегмента, i – номер сегмента (рис. 7). Так как продольная ось сегментов расположена на оси Ox , то координата суставов всех сегментов по оси Oy равна нулю или $Y_i = 0; i = 1, 2, \dots, 7$.

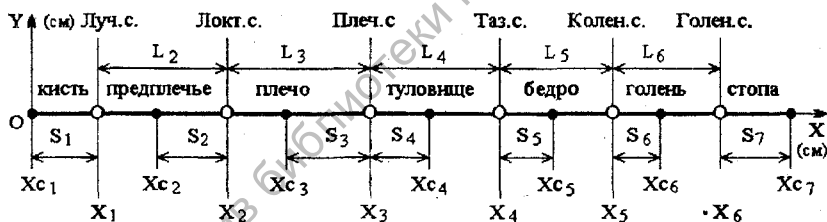


Рис. 7. Обозначения координат суставов через символическую запись X_i, Y_i

Обозначения координаты суставов:

- X_1, Y_1 – координата центра масс кисти по осям Ox, Oy .
- X_2, Y_2 – координата центра масс предплечья по осям Ox, Oy .
- X_3, Y_2 – координата центра масс плеча по осям Ox, Oy .
- X_4, Y_4 – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .
- X_5, Y_5 – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .
- X_6, Y_6 – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .
- X_7, Y_7 – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

8. Определить координату центра масс головы по оси Ox . Для этого от плечевых суставов в сторону кистей рук отложим расстояние S_8 ,

равное расстоянию от антропометрической точки головы до его центра масс. Отметим положение центра масс головы на оси Ox жирной точкой (рис. 8), а координату центра масс головы по оси Ox запишем в виде X_{c8} .

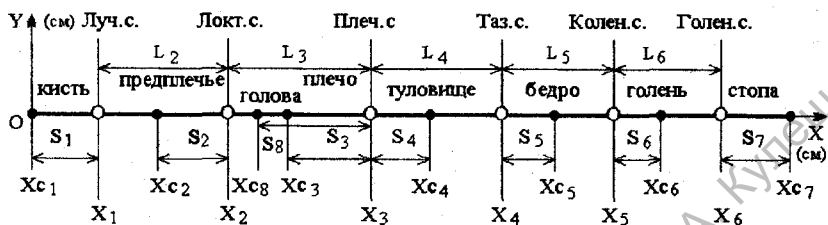


Рис. 8. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении лежа на спине – руки вверх

9. Подготовить таблицу данных длин сегментов и расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (табл. 1). Обозначения в таблице уже известны, поэтому они не требуют специальных пояснений. Для известных значений координат суставов и центра масс сегментов по оси Oy можно сразу записать в таблицу их нулевые значения.

Таблица 1. Длины сегментов (L_i), расстояние (S_i) от антропометрической точки сегмента до его центра масс, координаты суставов (X_i, Y_i) и центра масс сегментов (X_{c_i}, Y_{c_i}) по осям Ox, Oy декартовой системы координат.

	Сегмент	L_i	S_i	X_i	X_{c_i}	Y_i	Y_{c_i}
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Задания

1. Изучить ход лабораторной работы и последовательно выполнить все ее этапы (с 1-го по 8-й пункты).

2. Измеренные при выполнении 1-й лабораторной работы данные о длинах сегментов (L_i) и вычисленные значения расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i) вписать в таблицу 1.

3. Пользуясь таблицей 1 (колонки 3, 4) и рисунком 8, определить координаты суставов (X_i) и вписать их в таблицу 1 (колонка 5).

4. Пользуясь таблицей 1 (колонки 4, 5) и рисунком 8, определить координаты центра масс сегментов по оси Ox (X_{c_i}) и вписать их в таблицу 1 (колонка 6).

5. Пользуясь рисунком 8, определить координаты суставов по оси Oy (Y_i) и вписать их в таблицу 1 (колонка 7).

6. Пользуясь рисунком 8, определить координаты центра масс сегментов по оси Oy (Y_{c_i}) и вписать их в таблицу 1 (колонка 8).

Решение задачи 2

1. Нарисовать в тетради прямоугольную систему координат Oxy (рис.9).

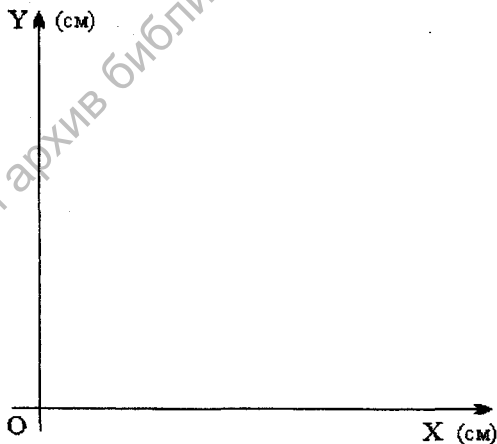


Рис. 9. Прямоугольная система координат

2. Для решения задачи 2 разместить в декартовой (прямоугольной) системе координат тело человека. Ось тазобедренных суставов расположить в начале системы координат. Кружками обозначить суставы, провести от границ суставов (коленных и голеностопных) вверх и вниз одинаковой длины вертикальные линии и ввести обозначения для суставов (рис. 10). Провести от границ суставов (тазобедренных, плечевых, локтевых, лучезапястных) горизонтальные линии и ввести обозначения для суставов (рис. 10).

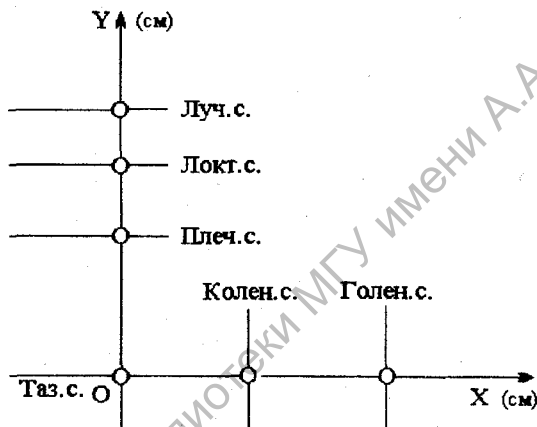


Рис. 10. Обозначения суставов

Обозначения суставов:

- **Луч.с.** – лучезапястные суставы.
- **Локт.с.** – локтевые суставы.
- **Плеч.с.** – плечевые суставы.
- **Таз.с.** – тазобедренные суставы.
- **Колен.с.** – коленные суставы.
- **Голен.с.** – голеностопные суставы.

3. Прорисовать сегменты тела человека жирной линией и отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 11). Записать над сегментами (на рисунке справа показано италик) их названия и провести по вертикали вниз от центра масс сегментов укороченные, по сравнению с суставными линиями, вертикальные линии (для

бедра, голени, стопы) и горизонтальные линии (для кисти, предплечья, плеча, туловища).



Рис. 11. Положение центра масс сегментов

4. Горизонтальными линиями (бедро, голень, стопа) и вертикальными (предплечье, плечо, туловище) со стрелками отметить длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначения (L_i), где L – длина сегмента в сантиметрах, i – номер сегмента (рис. 12).

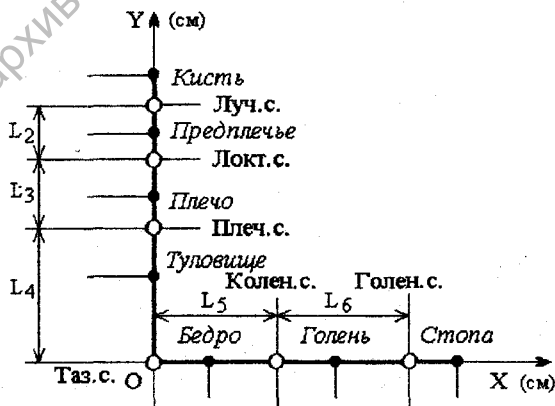


Рис. 12. Обозначение длины сегмента через символическую запись L_i

Обозначения длины сегмента:

- L_1 – длина кисти.
- L_2 – длина предплечья.
- L_3 – длина плеча.
- L_4 – длина туловища.
- L_5 – длина бедра.
- L_6 – длина голени.
- L_7 – длина стопы.

5. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названиями сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис.13). Ввести для каждого расстояния обозначение S_i , где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.

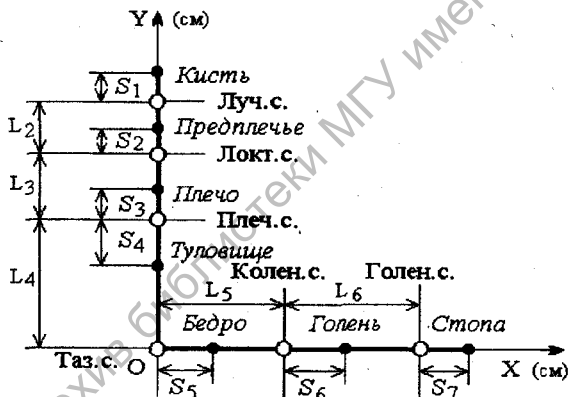


Рис. 13. Обозначение расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс через символическую запись S_i

6. Обозначить на рисунке координаты центра масс сегментов через символическую запись X_{c_i} , Y_{c_i} (рис. 14).

Здесь X_c , Y_c обозначает координату центра масс сегмента по осям Ox , Oy декартовой системы координат, i – номер сегмента.

Обозначения координат центра масс сегмента:

- X_{c_1} , Y_{c_1} – координата центра масс кисти по осям Ox , Oy .
- X_{c_2} , Y_{c_2} – координата центра масс предплечья по осям Ox , Oy .
- X_{c_3} , Y_{c_3} – координата центра масс плеча по осям Ox , Oy .

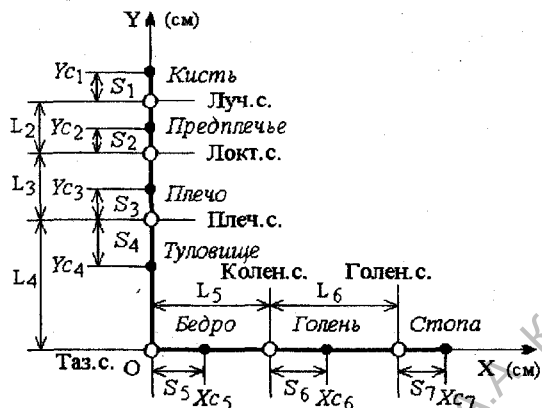


Рис. 14. Обозначения координат центра масс сегментов через символическую запись X_c, Y_c

- X_{c4}, Y_{c4} – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .
- X_{c5}, Y_{c5} – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .
- X_{c6}, Y_{c6} – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .
- X_{c7}, Y_{c7} – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

7. Обозначить на рисунке координаты суставов сегментов через символическую запись X_i, Y_i . Здесь X, Y обозначают координаты центра масс сегмента, i – номер сегмента (рис. 15).

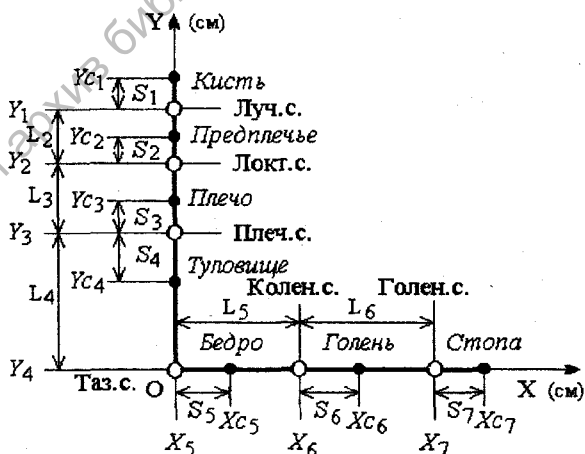


Рис. 15. Обозначения координаты суставов через символическую запись X_i, Y_i

Обозначения координаты суставов:

- X_1, Y_1 – координата центра масс кисти по осям Ox, Oy .
- X_2, Y_2 – координата центра масс предплечья по осям Ox, Oy .
- X_3, Y_3 – координата центра масс плеча по осям Ox, Oy .
- X_4, Y_4 – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .
- X_5, Y_5 – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .
- X_6, Y_6 – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .
- X_7, Y_7 – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

8. Определить координату центра масс головы по оси Ox . Для этого от плечевых суставов в сторону кистей рук отложим расстояние S_8 , равное расстоянию от антропометрической точки головы до его центра масс. Отметим положение центра масс головы на оси Oy жирной точкой (рис. 16), а координаты центра масс головы по осям Ox, Oy запишем в виде X_{c8}, Y_{c8} .

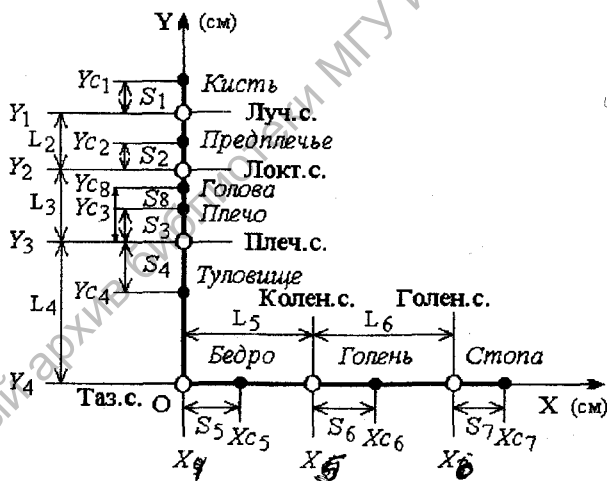


Рис. 16. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении вис углом на гимнастической стенке

9. Подготовить таблицу данных длин сегментов и расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (табл. 2). Обозначения в таблице уже известны, поэтому они не требуют специальных пояснений.

Таблица 2. Длины сегментов (L_i), расстояние (S_i) от антропометрической точки сегмента до его центра масс, координаты суставов (X_i, Y_i) и центра масс сегментов (X_{c_i}, Y_{c_i}) по осям Ox, Oy декартовой системы координат.

	Сегмент	L_i	S_i	X_i	X_{c_i}	Y_i	Y_{c_i}
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Задания

1. Изучить ход лабораторной работы и последовательно выполнить все ее этапы (с 1-го по 8-й пункты).

2. Измеренные при выполнении 1-й лабораторной работы данные о длинах сегментов (L_i) и вычисленные значения расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i), вписать в таблицу 2.

3. Пользуясь таблицей 2 (колонки 3, 4) и рисунком 16, определить координаты суставов (X_i) и вписать их в таблицу 2 (колонка 5).

4. Пользуясь таблицей 2 (колонки 4, 5) и рисунком 16, определить координаты центра масс сегментов по оси Ox (X_{c_i}) и вписать их в таблицу 2 (колонка 6).

5. Пользуясь рисунком 16, определить координаты суставов по оси Oy (Y_i) и вписать их в таблицу 2 (колонка 7).

6. Пользуясь рисунком 16, определить координаты центра масс сегментов по оси Oy (Y_{c_i}) и вписать их в таблицу 2 (колонка 8).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Тема: Определение координат общего центра масс (ОЦМ) тела человека в различных положениях

Цель: Научиться определять координаты общего центра масс тела человека в различных положениях.

Задачи: Определить координаты общего центра масс тела человека в положениях:

1. Лежа на спине, руки вверх.
2. Вис углом на гимнастической стенке.

Инструменты и оборудование: тетрадь для лабораторных работ, карандаш, ластик, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека в положении, соответствующем решению задачи 1 (рис.1). Ввести в схему принятые в лабораторной работе 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

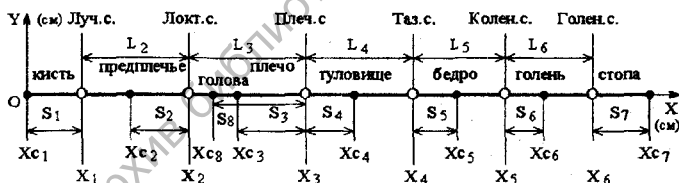


Рис. 1. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении лежа на спине, руки вверх

2. Упростим рисунок для лучшего восприятия, оставив только обозначения координат центра масс сегментов и суставов (рис. 2).

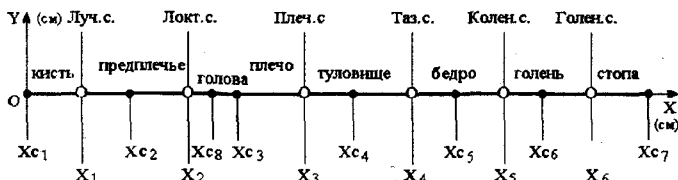


Рис. 2. Обозначения координат центра масс суставов на оси Ox

3. Выписать, как показано ниже в таблице 1, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа № 1) и координату его центра масс по оси Ox (лабораторная работа № 3).

Таблица 1. Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (X_{c_i}) по оси Ox декартовой системы координат.

	Сегмент	P_i	X_{c_i}	$P_i \cdot X_{c_i}$
1	2	3	4	5
1	Кисть			
2	Предплечье			
3	Плечо			
4	Туловище			
5	Бедро			
6	Голень			
7	Стопа			
8	Голова			
$\sum_{i=1}^8 P_i X_{c_i}$				

Записать в колонку 3 таблицы 1 значения веса сегмента, а в колонку 4 – координату центра масс сегмента по оси Ox .

4. Формульное выражение координаты ОЦМ системы тел в декартовой системе координат имеет вид:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^N X_{c_i} P_i}{\sum_{i=1}^N P_i}; \quad Y_c = \frac{\sum_{i=1}^N Y_{c_i} P_i}{\sum_{i=1}^N P_i}, \quad (1)$$

где X_c – координата ОЦМ системы тел по оси Ox ;

Y_c – координата ОЦМ системы тел по оси Oy ;

X_{c_i} – координата центра масс i -го тела по оси Ox ;

Y_{c_i} – координата центра масс i -го тела по оси Oy ;

P_i – вес i -го тела;

N – количество тел.

Для биомеханической системы вместо тел имеем сегменты тела человека, остальные обозначения остаются без изменений. В таблице 1 не приведены колонки для координаты сегментов по оси Oy . Из рисунков 1, 2 видно, что их значения равны нулю и поэтому координата ОЦМ тела человека по оси Oy также равняется нулю. И здесь же следует учесть, что сумма веса отдельных сегментов (знаменатель в формульных выражениях) равняется весу тела человека, а отдельные сегменты имеют парное строение, и их вес необходимо удваивать (кость, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

5. Для каждого сегмента найти произведение его веса на координату центра масс данного сегмента по оси Ox и записать результат в колонку 5 таблицы 1. В развернутой записи для каждого из сегментов это имеет вид:

	Сегмент	$P_i \cdot X_{c_i}$
1	2	5
1	Кисть	$P_1 \cdot X_{c_1} =$
2	Предплечье	$P_2 \cdot X_{c_2} =$
3	Плечо	$P_3 \cdot X_{c_3} =$
4	Туловище	$P_4 \cdot X_{c_4} =$
5	Бедро	$P_5 \cdot X_{c_5} =$
6	Голень	$P_6 \cdot X_{c_6} =$
7	Стопа	$P_7 \cdot X_{c_7} =$
8	Голова	$P_8 \cdot X_{c_8} =$

6. В развернутой записи уравнение координаты ОЦМ биомеханической системы по оси Ox для рассматриваемого случая имеет вид:

$$X_c = \frac{P_1 X_{c_1} + P_2 X_{c_2} + P_3 X_{c_3} + P_4 X_{c_4} + P_5 X_{c_5} + P_6 X_{c_6} + P_7 X_{c_7} + P_8 X_{c_8}}{P} \quad (2)$$

Здесь P – вес тела человека. Поэтому одним из заключительных этапов определения положения ОЦМ тела человека для настоящей задачи является операция сложения всех чисел колонки 5 таблицы 1 и запись результата в эту же колонку в строке с формулой. Далее полученный результат поделить на вес тела, и окончательно получим координату ОЦМ тела человека по оси Ox в декартовой системе координат в положении лежа на спине, руки вверх.

Решение задачи 2

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека в положении, соответствующим решению задачи 2 (рис. 3). Ввести в схему принятые в лабораторной работе № 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

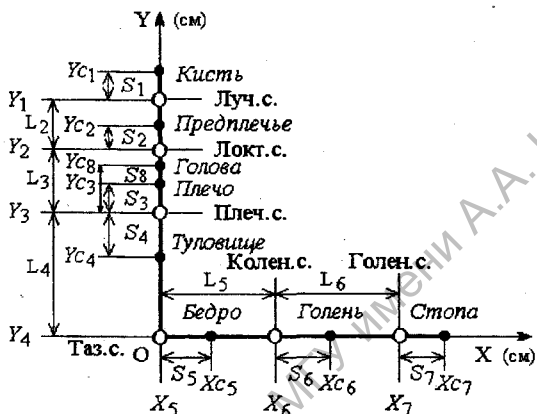


Рис. 3. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении вис углом на гимнастической стенке

2. Упростим рисунок для лучшего восприятия, оставив только обозначения координат центра масс сегментов и суставов (рис. 4).

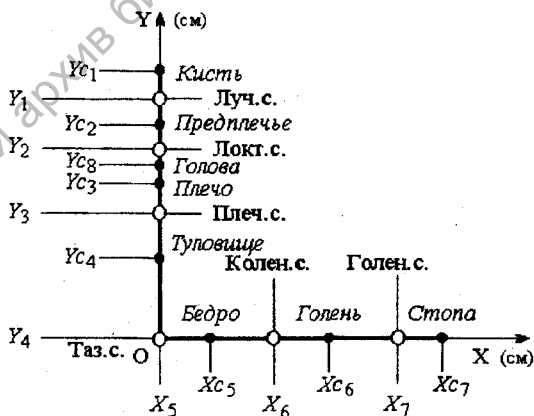


Рис. 4. Обозначения координат центра масс суставов на оси Ox , Oy

3. Выписать, как показано ниже в таблице 2, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа 1) и координаты его центра масс по оси Ox и Oy декартовой системы координат (лабораторная работа № 3).

Таблица 2. Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (X_{c_i}) по оси Ox и (Y_{c_i}) по оси Oy декартовой системы координат.

	Сегмент	P_i	X_{c_i}	$P_i \cdot X_{c_i}$	Y_{c_i}	$P_i \cdot Y_{c_i}$
1	2	3	4	5	6	7
1	Кисть		0			
2	Предплечье		0			
3	Плечо		0			
4	Туловище		0			
5	Бедро				0	
6	Голень				0	
7	Стопа				0	
8	Голова		0			
$\sum_{i=1}^8 P_i X_{c_i}$					$\sum_{i=1}^8 P_i Y_{c_i}$	

Записать в колонку 3 таблицы 2 значения веса сегмента, в колонку 4 – координату центра масс сегмента по оси Ox , а в колонку 6 – координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось некоторых сегментов расположена на оси Ox или Oy , то их соответствующие координаты имеют нулевые значения, их сразу можно вписать в таблицу 2.

4. Формульное выражение координаты ОЦМ системы тел в декартовой системе координат имеет вид (1).

5. Найти для каждого сегмента произведение его веса на координату центра масс данного сегмента по оси Ox и записать результат в колонку 5 таблицы 2. Это же выполнить и для оси Oy с записью результатов вычислений в колонку 7. Учитывая, что координаты центра масс некоторых сегментов по оси Ox или Oy имеют нулевые значения, то естественно, что и их произведение на вес соответствующего сегмента также равно нулю. В развернутой записи для каждого из сегментов это имеет вид:

	Сегмент	$P_i \cdot Xc_i$	$P_i \cdot Yc_i$
1	2	5	7
1	Кисть	$P_1 \cdot Xc_1 = 0$	$P_1 \cdot Yc_1 =$
2	Предплечье	$P_2 \cdot Xc_2 = 0$	$P_2 \cdot Yc_2 =$
3	Плечо	$P_3 \cdot Xc_3 = 0$	$P_3 \cdot Yc_3 =$
4	Туловище	$P_4 \cdot Xc_4 = 0$	$P_4 \cdot Yc_4 =$
5	Бедро	$P_5 \cdot Xc_5 =$	$P_5 \cdot Yc_5 = 0$
6	Голень	$P_6 \cdot Xc_6 =$	$P_6 \cdot Yc_6 = 0$
7	Стопа	$P_7 \cdot Xc_7 =$	$P_7 \cdot Yc_7 = 0$
8	Голова	$P_8 \cdot Xc_8 = 0$	$P_8 \cdot Yc_8 =$

6. В развернутой записи уравнение координаты ОЦМ биомеханической системы по оси Oy и оси Ox для рассматриваемого случая имеет вид:

$$Yc = \frac{P_1 Yc_1 + P_2 Yc_2 + P_3 Yc_3 + P_4 Yc_4 + P_5 Yc_5 + P_6 Yc_6 + P_7 Yc_7 + P_8 Yc_8}{P}, \quad (3)$$

$$Xc = \frac{P_1 Xc_1 + P_2 Xc_2 + P_3 Xc_3 + P_4 Xc_4 + P_5 Xc_5 + P_6 Xc_6 + P_7 Xc_7 + P_8 Xc_8}{P}$$

Здесь P – вес тела человека. Поэтому одним из заключительных этапов определения положения ОЦМ тела человека для настоящей задачи является операция сложения всех чисел колонки 5 и колонки 7 таблицы 2 и запись результата в эту же колонку в строке с формулой. Далее полученный результат поделить на вес тела, и окончательно получим координаты ОЦМ тела человека по оси Ox и Oy в декартовой системе координат в положении вис углом на гимнастической стенке.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Тема: **Центральный момент инерции сегментов тела человека**

Цель: освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: научиться определять центральный момент инерции сегментов тела человека.

Оборудование: микрокалькулятор.

Литература:

1. *Донской Д.Д.* Биомеханика: Учебное пособие для студентов факультета физического воспитания педагогических институтов. – М.: Просвещение, 1975.

2. *Донской Д.Д., Зацюрский В.М.* Биомеханика: Учебник для институтов физической культуры. – М.: ФИС, 1979.

Пояснение

Одним из фундаментальных понятий в теории вращения тел является момент инерции. Мерой инертности тела в поступательных движениях является его масса, а во вращательных – момент инерции. Момент инерции дает представление о распределении массы звена относительно заданной оси и равен сумме произведений масс всех материальных точек на квадраты их расстояний от оси вращения

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2, \quad (1)$$

где J – момент инерции;

m_i – масса i -го сегмента;

r_i – расстояние от центра масс i -го сегмента до оси вращения;

N – количество сегментов.

Если разделить стержень на n частей (рис. 1), то его момент инерции относительно оси, проходящей через один из его концов перпендикулярно плоскости чертежа, равен:

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 + m_5 r_5^2 + m_6 r_6^2. \quad (2)$$



Рис. 1. Определение момента инерции стержня при разделении его на n частей

Момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс тела, называется центральным.

Звенья человека можно лишь с большим приближением представить в виде стержней, и определение центрального момента инерции сегментов тела по формуле (2) приводит к значительным количественным погрешностям.

Исследования, выполненные в лаборатории биомеханики ГЦОЛИФК (В.М. Зацюрский и др., 1975; В.Н. Селуянов, 1978), позволили разработать радиоизотопный метод прижизненного определения масс-инерционных характеристик сегментов тела человека. Погрешность используемого метода не превышает 3%. В результате исследования с участием 100 испытуемых были определены коэффициенты (B_i) в уравнениях множественной регрессии вида:

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2, \quad (3)$$

позволяющие вычислять центральные моменты инерции сегментов тела по весу (X_1) и длине (X_2) тела. Значения искоемых коэффициентов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты уравнений множественной регрессии для вычисления главного центрального момента инерции сегментов тела относительно фронтальной оси, кг-см².

Сегмент	B_0	B_1	B_2
Стопа	-97,09	0,414	0,614
Голень	-1152,00	4,594	6,815
Бедро	-3960,00	32,02	19,24

Сегмент	V_0	V_1	V_2
Кисть	-13,68	0,088	0,092
Предплечье	-67,90	0,855	0,376
Плечо	-232,00	1,525	1,343
Голова	-112,00	1,430	1,730
Верхняя часть туловища	367,00	18,300	-5,730
Средняя часть туловища	263,00	26,700	-8,000
Нижняя часть туловища	-934,00	11,800	3,440

Пример

Вес испытуемого – 80 кг, рост – 170 см. В этом случае момент инерции бедра относительно оси, проходящей через его центр масс, равен 2142,4 кг · см² (центральный момент инерции):

$$J_C = -3690,00 + 32,02 \cdot 80 + 19,24 \cdot 170.$$

Задания

1. Определить рост и вес испытуемого.
2. Подготовить рабочую таблицу для записи результатов вычислений (табл.2).
3. Пользуясь таблицей 1 и формулой (4), вычислить центральные моменты инерции звеньев тела.
4. Записать полученные результаты в колонку 2 таблицы 2.

Таблица 2. Рабочая таблица для определения центрального момента инерции (J_C) сегментов тела человека.

Сегмент	J_C
1	2
Стопа	
Голень	
Бедро	
Кисть	
Предплечье	
Плечо	
Голова	

Контрольные вопросы

1. Что является мерой инертности тела во вращательных движениях?
2. От каких количественных показателей зависит величина момента инерции тела?
3. Что понимается под центральным моментом инерции?
4. Каким образом можно определить центральный момент инерции звеньев тела человека?
5. Как определить момент инерции тела относительно оси, расположенной на произвольном расстоянии от его центра масс, если известен центральный момент инерции звеньев тела, а заданная ось перпендикулярна продольной оси тела?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Тема: Момент инерции тела человека относительно оси вращения в различных положениях

Цель: Научиться определять момент инерции тела человека относительно оси вращения в различных положениях.

Задачи: Определить момент инерции тела человека относительно грифа перекладины в положениях:

1. Вис на перекладине.
2. Вис углом на перекладине.

Инструменты и оборудование: тетрадь для лабораторных работ, карандаш, ластик, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека в положении виса на перекладине (рис. 1). Поместить центр масс кистей рук и гриф перекладины в начало системы координат. Ввести в схему принятые в лабораторной работе № 3, соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

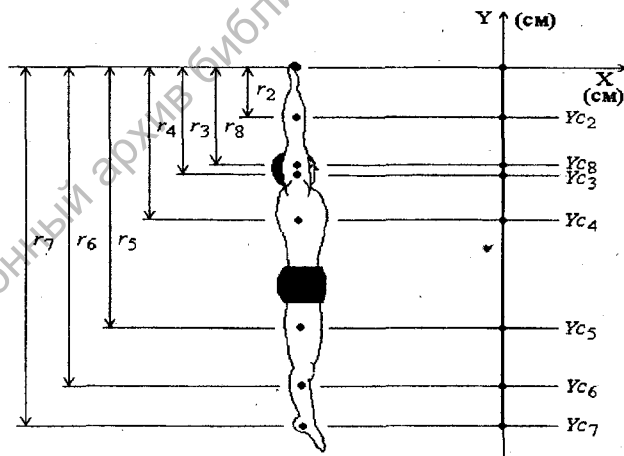


Рис. 1. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении виса на перекладине

2. Уравнения для определения момента инерции системы тел имеют вид:

$$J_0 = \sum_{i=1}^N J_{c_i} + \sum_{i=1}^N m_i r_i^2, \quad (1)$$

где J_0 – момент инерции системы тел относительно оси вращения O .

J_{c_i} – центральный момент инерции i -го тела.

m_i – масса i -го тела.

r_i – расстояние от центра масс i -го тела до оси вращения O .

i – порядковый номер тела.

N – количество тел в системе.

В развернутой записи для рассматриваемой 8-звенной биомеханической системы уравнения, определяющие момент инерции системы тел относительно оси вращения O , находятся из выражения:

$$J_0 = J_{c_1} + J_{c_2} + J_{c_3} + J_{c_4} + J_{c_5} + J_{c_6} + J_{c_7} + J_{c_8} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 + m_5 r_5^2 + m_6 r_6^2 + m_7 r_7^2 + m_8 r_8^2. \quad (2)$$

Здесь следует учесть, что r_i^2 находится из выражения:

$$r_i^2 = X_{c_i}^2 + Y_{c_i}^2,$$

где r_i^2 – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения O ;

$X_{c_i}^2$ – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения по оси Ox ;

$Y_{c_i}^2$ – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения по оси Oy .

Так как X_{c_i} , Y_{c_i} определены в ранее выполненной лабораторной работе, то достаточно их подсчитать последовательно $X_{c_i}^2$, $Y_{c_i}^2$, а затем и r_i^2 .

3. Выписать, как показано ниже в таблице 1, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа 1) и координату его центра масс по оси Ox и оси Oy (лабораторная работа 3).

В данном случае, тело спортсмена расположено в минусовой области числовой оси Oy , поэтому все значения координат центра масс сегментов (по оси Ox , лабораторная работа № 3) берутся для оси Oy со знаком “-”. А по оси Ox все значения координаты центра масс сегментов равны нулю.

Таблица 1. Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (X_{c_i}) по оси Ox и (Y_{c_i}) по оси Oy декартовой системы координат.

	Сегмент	P_i	m_i	X_{c_i}	$X_{c_i}^2$	Y_{c_i}	$Y_{c_i}^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Записать в колонку 3 таблицы 1 значения веса сегмента, в колонку 5 – координату центра масс сегмента по оси Ox , в колонку 7 – координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось сегментов совпадает с осью Oy декартовой системы координат, то все координаты центра масс сегментов по оси Ox равны нулю, что и вписать в колонку 7 таблицы 1.

4. Вычислить массу отдельных сегментов, а результаты вычислений вписать в колонку 4 таблицы 1. Формульное выражение массы i -го сегмента (m_i) в технической системе мер и весов имеет вид:

$$m_i = \frac{P_i}{g}, \quad (3)$$

где g – ускорение свободно падающего тела, равное 9,806 м/с².

Следует учесть, что отдельные сегменты имеют парное строение и их массу необходимо удваивать (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

5. Подготовить таблицу 2.

Таблица 2. Биомеханические характеристики сегментов тела человека.

	Сегмент	J_{c_i}	r_i^2	$m_i r_i^2$	$J_{c_i} + m_i r_i^2$
1	2	3	4	5	6
1	Кисть				
2	Предплечье				
3	Плечо				

	Сегмент	Jc_i	r_i^2	$m_i r_i^2$	$Jc_i + m_i r_i^2$
1	2	3	4	5	6
4	Туловище				
5	Бедро				
6	Голень				
7	Стопа				
8	Голова				

В колонку 3 таблицы 2 вписать карандашом значения центрального момента инерции сегментов, вычисленных в предыдущей лабораторной работе. Далее, каждое из значений центрального момента инерции разделить на 9,806 (для перевода в техническую систему мер и весов), а затем, учитывая, что отдельные сегменты имеют парное строение, их центральный момент инерции необходимо умножить на два (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа). После выполнения всех этих операций стереть карандашную запись и вписать ручкой величину центрального момента инерции сегмента в колонку 3 таблицы 2.

6. Вычислить для каждого из сегментов квадрат расстояния от его центра масс до оси вращения (гриф перекладины) по формуле:

$$r_i^2 = Xc_i^2 + Yc_i^2.$$

Данные для квадрата расстояния проекции центра масс сегмента на ось Ox (Xc_i^2) и ось Oy (Yc_i^2) взять из таблицы 1, колонок 6 и 8 соответственно.

7. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его массы на квадрат расстояния до оси вращения. Для этого надо перемножить массу сегмента (колонка 4 таблицы 1) на данные колонки 4 таблицы 2 (для каждой из строк таблицы) и вписать полученные значения в колонку 5 таблицы 2.

8. В колонке 6 таблицы 2 содержатся результаты сложения данных строковых элементов колонок 3 и 5.

На заключительном этапе выполнения лабораторной работы в соответствии с уравнениями 1,2 необходимо результаты колонки 6 таблицы 2 сложить построчно. Полученная сумма и будет являться значением момента инерции биомеханической системы относительно оси вращения (гриф перекладины) для положения гимнаста вис на перекладине.

Решение задачи 2

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека в положении, соответствующем решению задачи 2 (рис.2).

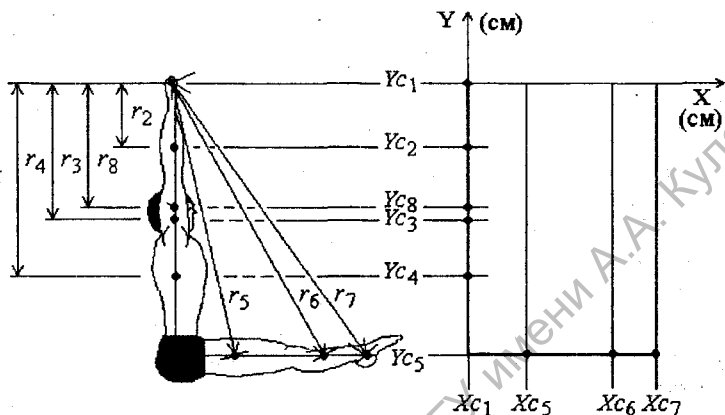


Рис. 2. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении вис углом на гимнастической стенке

Ввести в схему принятые в лабораторной работе 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

2. Этот этап работы полностью соответствует такому же этапу работы решения первой задачи, так как уравнения, по которым определяется момент инерции системы тел относительно заданной оси вращения, не меняются в зависимости от изменения конфигурации биомеханической системы.

3. Выписать, как показано ниже в таблице 3, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа № 1) и координату его центра масс по оси Ox и оси Oy (таблица 1 лабораторной работы № 6).

Таблица 3. Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (X_{c_i}) по оси Ox и (Y_{c_i}) по оси Oy декартовой системы координат.

	Сегмент	P_i	m_i	X_{c_i}	$X_{c_i}^2$	Y_{c_i}	$Y_{c_i}^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						

1	Сегмент	P_i	m_i	Xc_i	Xc_i^2	Yc_i	Yc_i^2
1	2	3	4	5	6	7	8
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Записать в колонку 3 таблицы 3 значения веса сегмента, в колонку 5 – координату центра масс сегмента по оси Ox , в колонку 7 – координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось сегментов 1-4, 8 совпадает с осью Oy декартовой системы координат, то все координаты центра масс сегментов 1-4, 8 по оси Ox равны нулю, что и вписать в колонку 7 таблицы 3. Здесь следует учитывать, что координаты центра масс сегментов под номерами 1-4, 8 по оси Oy совпадают с соответствующими координатами из таблицы 1 лабораторной работы 6. Для сегментов же 5, 6, 7 координата центра масс по оси Oy равна координате тазобедренного сустава. Координаты этих сегментов (5,6,7) по оси Ox совпадают с аналогичными координатами из второй части лабораторной работы № 3.

4. Вычислить массу отдельных сегментов, а результаты вычислений вписать в колонку 4 таблицы 3. Напомним, что формульное выражение массы i -го сегмента (m_i) в технической системе мер и весов имеет вид:

$$m_i = \frac{P_i}{g},$$

где g – ускорение свободно падающего тела, равное $9,806 \text{ м/с}^2$.

Следует учесть, что отдельные сегменты имеют парное строение, поэтому их массу необходимо удваивать (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

5. Подготовить таблицу 4.

Таблица 4. Биомеханические характеристики сегментов тела человека.

1	Сегмент	Jc_i	r_i^2	$m_i r_i^2$	$Jc_i + m_i r_i^2$
1	2	3	4	5	6
1	Кисть				
2	Предплечье				
3	Плечо				

	Сегмент	Jc_i	r_i^2	$m_i r_i^2$	$Jc_i + m_i r_i^2$
1	2	3	4	5	6
4	Туловище				
5	Бедро				
6	Голень				
7	Стопа				
8	Голова				

В колонку 3 таблицы 4 вписать карандашом значения центрального момента инерции сегментов, вычисленных в предыдущей лабораторной работе. Далее, каждое из значений центрального момента инерции разделить на 9,806 (для перевода в техническую систему мер и весов), а затем, учитывая, что отдельные сегменты имеют парное строение, их центральный момент инерции необходимо умножить на два (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа). После выполнения всех этих операций стереть карандашную запись и вписать ручкой величину центрального момента инерции сегмента в колонку 3 таблицы 4.

6. Вычислить для каждого из сегментов квадрат расстояния от его центра масс до оси вращения (гриф перекладины) по формуле:

$$r_i^2 = Xc_i^2 + Yc_i^2.$$

Данные для квадрата расстояния проекции центра масс сегмента на ось Ox (Xc_i^2) и ось Oy (Yc_i^2) взять из таблицы 3, колонок 6 и 8 соответственно.

7. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его массы на квадрат расстояния до оси вращения. Для этого надо перемножить массу сегмента (колонка 4 таблицы 2) на данные колонки 4 таблицы 4 (для каждой из строк таблицы) и вписать полученные значения в колонку 5 таблицы 4.

8. В колонке 6 таблицы 6 содержатся результаты сложения данных строковых элементов колонок 3 и 5.

На заключительном этапе выполнения лабораторной работы, в соответствии с уравнениями 1, 2 необходимо результаты колонки 6 таблицы 4 сложить построчно. Полученная сумма и будет являться значением момента инерции биомеханической системы относительно оси вращения (гриф перекладины) для положения гимнаста вис углом на гимнастической стенке.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Тема: Определение угловой скорости звеньев тела человека

Цель: Научиться определять угловую скорость звеньев тела человека при выполнении спортивных упражнений.

Задачи: Определить угловую скорость звеньев тела человека при выполнении гимнастических упражнений:

1. Большой оборот назад на перекладине.
2. Большой оборот вперед на перекладине.

Инструменты и оборудование: тетрадь для лабораторных работ, карандаш, ластик, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1

Угловая скорость и ускорение звеньев тела

Первая и вторая производные от обобщенных координат (углы наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox) по времени, заданных в табличном виде, определяются из симметричных конечно-разностных отношений:

$$\dot{\varphi}_i = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2h}, \quad \ddot{\varphi}_i = \frac{\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1}}{h^2}, \quad (1)$$

где $\dot{\varphi}_i$, $\ddot{\varphi}_i$ – приближенные значения первой и второй производных от обобщенных координат φ_i по времени в момент времени $t = t_i$; i – номер кинокадра; h – интервал времени между двумя ближайшими кинокадрами, определяемый в соответствии с уравнением:

$$h = \frac{1}{k}, \quad (2)$$

где k – частота киносъемки.

Учитывая, что в механике угловая скорость измеряется в рад/с, формулы для определения угловой скорости и ускорения звеньев тела на основании равенств (1) примут вид:

$$\dot{\varphi}_i = \frac{\pi(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{360h}, \quad \ddot{\varphi}_i = \frac{\pi(\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1})}{180h^2}, \quad (3)$$

где π – символ числа “пи”.

Для первой и конечной точек траектории угловая скорость и угловое ускорение звеньев тела спортсмена вычисляются по формулам Милна.

Кинетограмма большого оборота назад на перекладине показана на рисунке 1.

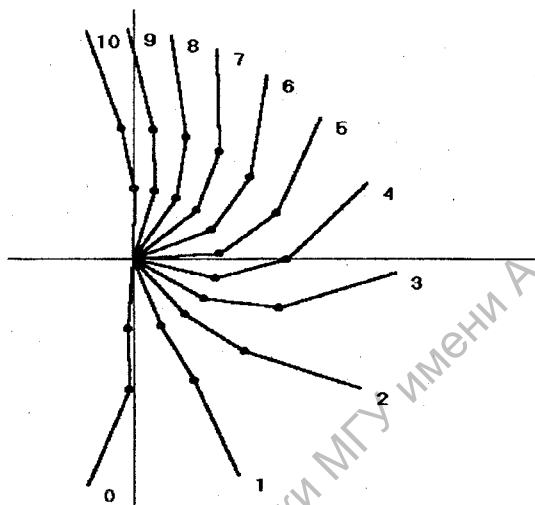


Рис. 1. Кинетограмма второй половины большого оборота назад на перекладине

1. Для вычисления угловой скорости звеньев тела при выполнении любого спортивного упражнения необходимо знать значения обобщенных координат биомеханической системы на всей траектории движения. Для этого по выполненному промеру транспортиром определяют угол наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox для каждого кинокадра упражнения, и измеренные значения обобщенных координат заносят в таблицу. Определение обобщенных координат биосистемы для исследуемого упражнения выполняется следующим образом. Допустим, для первого кинокадра выполняемого упражнения (рис. 2, Б) построена кинетограмма (рис. 2, А). Для определения угла наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox необходимо от каждого сустава провести влево и вправо линии, параллельные оси Ox . Направление угла отсчитывается от положительной области числовой оси Ox против хода часовой стрелки. Величина угла изменяется от 0° до 360° , а также может изменяться в диапазоне $360^{\circ} - 720^{\circ}$ и т.д. Величина угла наклона звена к

оси Ох измеряется транспортиром и записывается в таблицу обобщенных координат, в которой колонки обозначают номер звена, а строки – номер кинокадра.

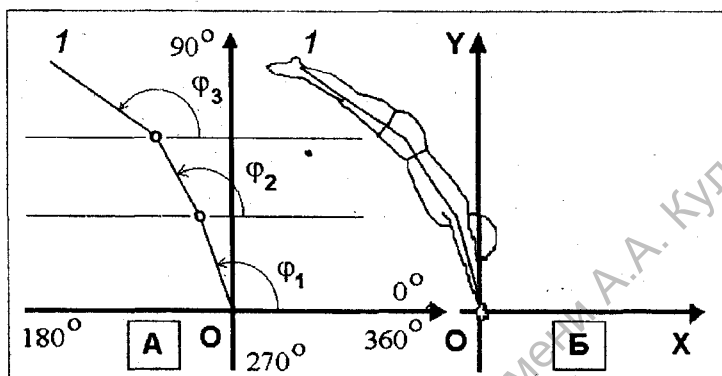


Рис. 2. Считывание обобщенных координат (φ_i) в первом кинокадре (1) кинетограммы (А) по материалам киносъемки (Б)

2. Подготовить таблицу обобщенных координат для трехзвенной биомеханической системы (табл. 1).

Таблица 1. Таблица обобщенных координат (φ_i) трехзвенной биомеханической системы на всей траектории движения.

№ кинокадра	φ_1	φ_2	φ_3
1	2	3	4
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Для каждого номера кинокадра вписать в таблицу значения обобщенных координат: для первого звена – φ_1 , для второго звена – φ_2 и для третьего звена – φ_3 .

3. Дополнить таблицу 1 тремя колонками справа (табл. 2).

Таблица 2. Промежуточная таблица для расчета угловой скорости.

№ кинокадра	φ_1	φ_2	φ_3	φ_1 $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}$	φ_2 $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}$	φ_3 $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}$
1	2	3	4	5	6	7
1	365					
2	378			29		
3	394			41		
4	419			36		
5	428			16		
6	435					

4. В колонке 5 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат первого звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

В колонке 6 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат второго звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

В колонке 7 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат третьего звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

К примеру, для первого звена имеется таблица чисел изменения обобщенных координат биосистемы на всей траектории движения (табл. 2, колонка 2). Допустим, $i = 2$, тогда $i + 1 = 3$, а $i - 1 = 1$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 394$ (табл. 2, колонка 2, строка 3); $\varphi_{i-1} = 365$ (табл. 2, колонка 2, строка 1). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 394 - 365 = 29$ записывается в строку 2 (так как $i = 2$) колонки 6 (табл. 2).

Увеличим i на 1. Тогда i станет равным 3, $i + 1 = 4$, а $i - 1 = 2$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 419$ (табл. 2, колонка 2, строка 3); $\varphi_{i-1} = 378$ (табл. 2, колонка 2, строка 2). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 419 - 378 = 41$ записывается в строку 3 (так как $i = 3$) колонки 6 (табл. 2).

Снова увеличим i на 1. На это раз i станет равным 4, $i + 1 = 5$, а $i - 1 = 3$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 428$ (табл. 2, колонка 2, строка 5); $\varphi_{i-1} = 378$ (табл. 2, колонка 2, строка 3). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 428 - 394 = 36$ записывается в строку 4 (так как $i = 4$) колонки 6 (табл. 2).

И этот цикл повторяется до тех пор, пока $i + 1$ не станет больше, чем количество кинокадров упражнения. Затем переходят к расчету второго звена и т.д.

5. Подготовить таблицу 3, в которую будут занесены вычисленные значения угловой скорости звеньев тела.

Таблица 3. Угловая скорость звеньев тела ($\dot{\varphi}_i$).

№ кинокадра	$\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3$
1	2	3	4
1			
2			
3			
4			
5			
6			

В соответствии с уравнениями (3) каждую строчку колонок 5, 6, 7 (табл. 2) необходимо умножить на число π и разделить на $360h$, где h определяется из уравнения 2. Полученный результат вписать в соответствующую строчку колонки 2, 3, 4 таблицы 3. Это и есть угловая скорость звеньев тела.

Задания

1. В таблицу 1 вписать обобщенные координаты одного из вариантов большого оборота назад на перекладине (номер варианта предлагается преподавателем).

2. Следуя вышеизложенному ходу выполнения работы, вычислить угловые скорости звеньев тела и занести результаты вычислений в результирующую таблицу 3.

Решение задачи 2

Логика выполнения 2-й части работы аналогична решению задачи 1. Единственное отличие – другие траектории движения.

Траектории движения спортсмена при выполнении им большого оборота назад и вперед на перекладине в виде обобщенных координат звеньев тела приведены ниже. Следует учесть, что интервал времени между двумя ближайшими видеокадрами упражнений (h) равен 0,08с.

Таблица 4. Большой оборот вперед на перекладине.

Вариант 1

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	469,7	457,0	455,0
2	478,6	468,2	466,4
3	489,5	479,5	477,6
4	502,5	491,7	488,9
5	517,5	505,0	500,7
6	534,1	519,6	514,1
7	551,5	536,4	530,6
8	569,1	555,5	552,3
9	586,7	576,5	580,8
10	604,6	598,9	613,7
11	623,9	622,6	643,3
12	645,8	646,6	662,1
13	670,6	669,1	670,0
14	696,4	688,3	672,8
15	721,6	703,5	677,6
16	745,3	715,4	688,3
17	766,3	726,2	704,6
18	783,1	738,0	723,5
19	795,8	751,4	742,1
20	805,2	765,9	759,2
21	812,1	780,4	774,7
22	817,6	794,1	789,1

Вариант 2

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	449,8	399,8	388,2
2	462,1	417,0	410,8
3	471,1	436,0	431,7
4	478,6	454,5	450,8
5	485,8	471,5	468,4
6	494,5	487,4	484,8
7	506,5	503,0	500,1
8	522,5	518,5	514,4
9	540,9	534,3	529,5
10	559,7	551,4	548,1
11	578,4	570,9	573,0
12	597,8	593,0	604,0
13	618,4	617,0	635,9
14	640,4	641,9	660,6
15	664,7	666,0	672,6
16	691,3	688,0	674,3
17	719,0	707,2	675,0
18	746,7	723,6	682,9
19	773,1	737,7	700,3
20	795,2	751,7	724,5
21	811,2	768,4	752,0
22	821,7	788,3	780,0

Вариант 3

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	456,4	408,1	399,7
2	466,9	426,4	421,5
3	475,0	445,4	441,5
4	482,1	463,2	459,8
5	489,9	479,5	476,8
6	500,0	495,2	492,6
7	514,0	510,7	507,3
8	531,5	526,3	521,7
9	550,3	542,6	538,1
10	569,0	560,8	559,7
11	588,0	581,7	588,0
12	608,0	604,8	620,3
13	629,1	629,4	649,7
14	652,2	654,2	668,3
15	677,8	677,3	674,2
16	705,1	698,0	674,2
17	732,9	715,8	677,8
18	760,3	730,8	690,5
19	784,9	744,6	711,8
20	804,0	759,6	738,1
21	817,0	778,0	766,0
22	825,7	798,8	793,7

Вариант 4

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,9	457,5	452,5
2	467,5	463,7	460,9
3	474,7	470,8	470,2
4	483,6	478,9	480,4
5	494,4	488,1	491,1
6	507,0	498,8	501,5
7	521,2	511,2	512,0
8	537,2	525,2	523,5
9	555,5	540,1	537,7
10	576,0	555,3	556,5
11	597,2	571,4	581,2
12	617,0	589,8	608,9
13	635,1	611,9	633,9
14	653,0	636,9	652,1
15	672,7	661,1	664,1
16	694,8	681,4	673,0
17	717,9	697,4	681,8
18	739,7	710,6	692,5
19	758,3	722,5	705,8
20	773,1	734,1	721,4
21	784,5	745,7	737,8
22	793,1	757,1	753,5
23	799,4	768,0	767,4
24	804,2	778,2	779,5
25	808,0	787,6	789,9
26	811,2	796,5	799,1

Вариант 5

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	91,4	59,4	53,0
2	96,0	72,1	67,0
3	100,8	83,8	80,5
4	106,7	94,7	93,4
5	114,3	105,1	105,7
6	123,9	115,8	117,3
7	135,4	127,5	128,6
8	148,8	140,5	140,0
9	164,1	154,6	152,1
10	180,9	170,1	166,0
11	198,7	187,3	183,6
12	216,8	206,5	207,2
13	235,5	227,4	237,6
14	255,4	250,1	269,3
15	277,0	274,3	293,8
16	300,3	298,6	307,0
17	324,8	320,3	312,2
18	349,8	337,2	315,9
19	374,6	349,6	323,9
20	397,4	359,9	338,0
21	416,0	370,9	356,1
22	430,0	383,8	375,2
23	440,2	398,3	393,2
24	447,8	412,9	409,6
25	453,9	426,6	424,1
26	459,6	439,4	437,1

Вариант 6

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	89,1	52,9	45,8
2	93,7	65,8	60,1
3	98,3	78,1	73,9
4	103,6	89,4	87,0
5	110,3	99,9	99,6
6	118,8	110,4	111,6
7	129,4	121,5	123,0
8	141,9	133,9	134,2
9	156,2	147,4	145,9
10	172,3	162,2	158,7
11	189,7	178,4	174,2
12	207,7	196,6	194,5
13	226,1	216,7	221,8
14	245,2	238,5	253,8
15	265,9	262,1	282,9
16	288,5	286,6	301,8
17	312,5	310,0	310,2
18	337,3	329,4	313,8
19	362,3	343,8	319,2
20	386,4	354,8	330,3
21	407,3	365,2	346,7
22	423,6	377,1	365,7
23	435,5	390,9	384,4
24	444,3	405,6	401,6
25	451,0	419,9	417,0
26	456,7	433,1	430,7

Вариант 7

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	100,4	87,3	81,5
2	107,4	97,9	94,1
3	115,7	108,6	106,0
4	125,9	119,5	117,6
5	138,1	130,9	129,5
6	152,1	143,8	142,1
7	167,5	158,6	155,9
8	184,2	175,2	171,9
9	202,1	193,5	192,3
10	220,8	213,4	217,9
11	240,1	235,1	246,8
12	260,2	258,4	274,2
13	281,8	282,6	294,4
14	305,5	306,2	304,8
15	331,4	327,3	307,8
16	357,9	344,2	310,2
17	382,4	357,6	317,6
18	403,5	369,8	331,2
19	420,4	382,3	349,0
20	432,7	396,1	368,4
21	441,6	410,4	388,0
22	448,6	423,7	407,4
23	455,0	435,5	425,8
24	461,0	446,4	442,3

Вариант 8

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	97,2	82,0	75,1
2	103,8	92,6	87,8
3	111,3	103,3	100,1
4	120,6	114,0	111,8
5	131,8	125,1	123,5
6	144,9	137,2	135,7
7	159,6	150,9	148,8
8	175,7	166,7	163,5
9	193,0	184,1	181,5
10	211,4	203,3	204,5
11	230,4	224,0	232,2
12	250,1	246,6	261,0
13	270,8	270,4	285,4
14	293,3	294,6	300,8
15	318,3	317,2	306,9
16	344,8	336,2	308,7
17	370,5	351,2	313,1
18	393,5	363,7	323,7
19	412,5	375,9	339,8
20	427,1	389,1	358,6
21	437,5	403,2	378,2
22	445,2	417,3	397,8
23	451,9	429,8	416,8
24	458,1	441,0	434,3

Вариант 9

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,2	58,2	44,5
2	95,2	71,0	60,9
3	100,8	83,6	76,9
4	107,8	95,9	91,9
5	116,3	107,7	105,5
6	126,3	119,4	118,3
7	138,1	131,7	131,0
8	152,0	145,4	143,8
9	167,8	160,7	157,7
10	185,3	177,5	174,0
11	204,4	195,7	194,7
12	224,9	215,8	221,5
13	246,3	238,1	251,4
14	268,3	262,7	277,0
15	291,4	287,8	293,1
16	316,7	311,1	301,3
17	344,1	331,0	306,8
18	371,5	347,8	314,2
19	395,8	362,5	325,9
20	414,8	376,1	341,4
21	428,7	389,7	359,5
22	438,5	403,5	378,8
23	445,4	417,5	398,5
24	450,5	431,1	417,5

Вариант 10

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,5	82,9	84,6
2	96,4	88,7	91,9
3	100,9	94,7	98,9
4	106,5	101,0	105,3
5	113,2	107,8	111,8
6	121,4	115,5	118,8
7	131,4	124,1	126,7
8	143,4	134,0	135,6
9	157,3	145,4	145,5
10	172,6	158,4	156,7
11	188,6	173,6	170,0
12	204,8	190,8	187,0
13	221,6	209,9	209,4
14	239,1	230,7	236,4
15	258,1	252,7	263,0
16	278,6	275,1	283,8
17	300,7	296,4	297,8
18	324,1	315,4	307,4
19	348,0	331,4	315,9
20	371,1	345,0	325,8
21	391,8	357,1	338,3
22	408,9	369,0	353,4
23	422,2	381,8	369,3
24	432,2	396,2	384,0
25	439,4	411,4	396,7
26	444,7	425,5	407,9
27	448,8	436,4	418,6
28	452,2	444,0	429,1
29	455,6	449,5	439,2

Вариант 11

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	459,6	454,7	448,2
2	464,6	460,5	456,7
3	470,9	467,1	465,4
4	478,9	474,7	475,2
5	488,8	483,3	485,7
6	500,5	493,3	496,3
7	513,9	504,8	506,7
8	529,0	518,1	517,5
9	546,0	532,5	530,2
10	565,5	547,7	546,4
11	586,7	563,2	568,2
12	607,4	580,2	595,0
13	626,2	600,4	622,1
14	644,0	624,2	643,9
15	662,6	649,3	658,7
16	683,5	671,8	668,7
17	706,4	689,9	677,3
18	729,1	704,2	686,8
19	749,4	716,6	698,8
20	766,2	728,3	713,4
21	779,2	739,9	729,6
22	789,1	751,5	745,8
23	796,5	762,7	760,7
24	802,0	773,2	773,7
25	806,2	783,0	784,8
26	809,6	792,1	794,6
27	812,6	800,7	803,4
28	815,4	808,8	811,6
29	818,1	816,7	819,6

Вариант 12

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,6	80,0	80,8
2	94,4	85,8	88,3
3	98,6	91,7	95,5
4	103,6	97,8	102,1
5	109,7	104,3	108,5
6	117,1	111,5	115,2
7	126,2	119,7	122,7
8	137,2	128,9	131,1
9	150,2	139,5	140,4
10	164,8	151,7	150,9
11	180,5	165,7	163,0
12	196,7	181,9	178,0
13	213,1	200,1	197,5
14	230,2	220,2	222,6
15	248,4	241,6	250,2
16	268,1	263,9	274,3
17	289,4	286,0	291,5
18	312,2	306,3	302,9
19	336,0	323,8	311,6
20	359,8	338,5	320,5
21	381,9	351,2	331,7
22	400,8	363,0	345,6
23	416,0	375,3	361,4
24	427,6	388,8	376,9
25	436,1	403,8	390,6
26	442,3	418,7	402,4
27	446,9	431,4	413,2
28	450,5	440,6	423,9
29	453,9	446,9	434,3

Вариант 13

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	466,0	451,3	449,1
2	473,9	462,6	460,7
3	483,8	473,8	472,0
4	495,7	485,5	483,2
5	509,7	498,2	494,6
6	525,6	512,1	507,1
7	542,7	527,7	521,9
8	560,3	545,7	540,7
9	577,9	565,8	565,7
10	595,5	587,5	597,1
11	614,0	610,6	629,5
12	634,4	634,7	654,3
13	658,0	658,2	667,1
14	683,5	679,2	671,5
15	709,1	696,4	674,6
16	733,7	709,7	682,1
17	756,2	720,8	695,9
18	775,2	731,9	714,0
19	789,9	744,5	733,0
20	800,8	758,6	750,9
21	808,9	773,2	767,1
22	814,9	787,4	782,0
23	820,1	800,6	795,9
24	825,1	812,8	809,2
25	830,2	824,3	822,3

Вариант 14

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,0	72,1	67,0
2	100,8	83,8	80,5
3	106,7	94,7	93,4
4	114,3	105,1	105,7
5	123,9	115,8	117,3
6	135,4	127,5	128,6
7	148,8	140,5	140,0
8	164,1	154,6	152,1
9	180,9	170,1	166,0
10	198,7	187,3	183,6
11	216,8	206,5	207,2
12	235,5	227,4	237,6
13	255,4	250,1	269,3
14	277,0	274,3	293,8
15	300,3	298,6	307,0
16	324,8	320,3	312,2
17	349,8	337,2	315,9
18	374,6	349,6	323,9
19	397,4	359,9	338,0
20	416,0	370,9	356,1
21	430,0	383,8	375,2
22	440,2	398,3	393,2
23	447,8	412,9	409,6
24	453,9	426,6	424,1
25	459,6	439,4	437,1

Вариант 15

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,7	65,8	60,1
2	98,3	78,1	73,9
3	103,6	89,4	87,0
4	110,3	99,9	99,6
5	118,8	110,4	111,6
6	129,4	121,5	123,0
7	141,9	133,9	134,2
8	156,2	147,4	145,9
9	172,3	162,2	158,7
10	189,7	178,4	174,2
11	207,7	196,6	194,5
12	226,1	216,7	221,8
13	245,2	238,5	253,8
14	265,9	262,1	282,9
15	288,5	286,6	301,8
16	312,5	310,0	310,2
17	337,3	329,4	313,8
18	362,3	343,8	319,2
19	386,4	354,8	330,3
20	407,3	365,2	346,7
21	423,6	377,1	365,7
22	435,5	390,9	384,4
23	444,3	405,6	401,6
24	451,0	419,9	417,0
25	456,7	433,1	430,7

Вариант 16

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,7	82,9	79,0
2	98,7	90,3	88,8
3	104,0	98,0	98,4
4	110,1	106,1	107,9
5	117,4	114,9	117,4
6	126,4	124,6	127,1
7	137,2	135,4	137,3
8	150,2	147,6	148,5
9	165,0	161,3	161,2
10	181,5	176,9	176,2
11	199,0	194,2	193,8
12	216,6	213,4	214,4
13	234,7	234,4	237,7
14	255,4	257,0	261,5
15	280,2	280,4	282,3
16	306,7	303,2	297,6
17	331,9	323,4	307,7
18	356,7	339,3	315,4
19	381,2	351,4	324,1
20	402,0	361,9	335,8
21	416,5	373,0	350,6
22	426,2	385,4	367,1
23	433,4	398,3	383,5
24	439,0	410,6	398,9
25	443,2	421,5	413,2
26	446,5	431,0	426,3
27	449,4	439,3	438,1
28	452,4	446,6	448,8

Вариант 17

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,2	63,6	61,6
2	97,2	75,0	72,5
3	101,6	86,0	83,5
4	106,9	96,4	94,6
5	113,5	106,2	105,7
6	121,7	116,5	116,7
7	131,6	128,1	127,6
8	143,7	141,1	139,1
9	158,2	155,6	151,7
10	175,0	171,2	166,3
11	194,0	188,4	183,9
12	214,3	207,4	205,7
13	235,1	228,7	231,8
14	256,4	251,8	258,4
15	278,8	275,6	279,4
16	302,8	298,6	292,6
17	328,4	319,4	301,0
18	354,5	337,5	309,0
19	379,2	352,9	319,2
20	400,4	365,8	332,2
21	417,2	377,0	347,1
22	429,8	387,2	362,8
23	439,2	397,2	378,7
24	446,4	407,5	394,3
25	452,0	418,0	408,6
26	456,5	428,6	421,2
27	460,8	439,0	432,3
28	465,3	449,1	442,9

Вариант 18

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	95,2	69,3	67,1
2	99,3	80,6	78,0
3	104,1	91,3	89,0
4	110,0	101,3	100,1
5	117,4	111,3	111,2
6	126,4	122,1	122,2
7	137,3	134,4	133,2
8	150,6	148,2	145,2
9	166,3	163,2	158,7
10	184,3	179,6	174,6
11	204,0	197,6	194,2
12	224,7	217,8	218,3
13	245,7	240,1	245,4
14	267,4	263,7	269,9
15	290,6	287,3	286,9
16	315,5	309,3	297,2
17	341,5	328,9	304,8
18	367,1	345,5	313,7
19	390,3	359,6	325,4
20	409,4	371,6	339,5
21	423,9	382,2	354,9
22	434,8	392,2	370,8
23	443,1	402,3	386,6
24	449,4	412,7	401,7
25	454,3	423,3	415,1
26	458,7	433,8	426,8
27	463,0	444,1	437,6
28	467,6	453,9	448,2

Вариант 19

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,7	64,6	52,7
2	97,8	77,3	68,9
3	104,1	89,8	84,6
4	111,9	101,9	98,8
5	121,1	113,5	112,0
6	131,9	125,4	124,6
7	144,7	138,3	137,3
8	159,7	152,8	150,6
9	176,3	168,9	165,4
10	194,6	186,4	183,6
11	214,5	205,5	207,4
12	235,5	226,6	236,5
13	257,2	250,2	265,2
14	279,6	275,4	286,3
15	303,8	299,8	297,9
16	330,3	321,5	304,0
17	358,0	339,8	310,0
18	384,2	355,4	319,5
19	406,0	369,4	333,3
20	422,4	382,9	350,2
21	434,1	396,5	369,0
22	442,2	410,5	388,7
23	448,1	424,4	408,1
24	452,7	437,7	426,5
25	457,1	450,3	443,1

Вариант 20

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,2	61,7	48,0
2	93,8	77,1	64,6
3	98,2	91,8	80,5
4	105,0	104,9	94,5
5	115,1	116,4	106,5
6	128,3	127,2	117,5
7	143,8	138,4	128,8
8	160,3	151,2	141,3
9	177,3	166,1	156,9
10	194,7	183,4	177,1
11	212,5	202,8	203,8
12	230,5	224,2	236,7
13	248,7	247,1	270,3
14	268,4	271,1	294,8
15	291,6	295,1	303,8
16	318,2	316,8	301,5
17	346,0	334,7	298,3
18	372,4	348,9	303,4
19	396,3	360,9	318,7
20	416,1	372,8	340,6
21	430,4	386,9	364,3
22	439,5	403,4	386,5
23	445,2	420,6	406,9
24	449,5	436,7	425,4
25	453,7	451,5	441,8

Вариант 21

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,0	69,4	56,3
2	95,8	84,6	72,7
3	101,2	98,6	87,8
4	109,6	110,8	100,7
5	121,4	121,8	112,1
6	135,9	132,7	123,1
7	151,9	144,5	134,8
8	168,8	158,4	148,6
9	186,0	174,5	166,3
10	203,6	192,9	189,6
11	221,5	213,3	219,6
12	239,5	235,5	254,1
13	258,3	259,0	284,3
14	279,5	283,2	301,2
15	304,5	306,4	303,5
16	332,1	326,3	299,3
17	359,4	342,2	299,5
18	384,7	355,1	309,9
19	406,8	366,7	329,2
20	423,9	379,4	352,5
21	435,5	394,9	375,7
22	442,6	412,1	396,9
23	447,4	428,8	416,4
24	451,5	444,3	433,9
25	456,1	458,5	449,2

Вариант 22

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,2	86,6	83,9
2	101,3	94,1	93,6
3	107,0	102,0	103,2
4	113,6	110,4	112,6
5	121,7	119,6	122,2
6	131,5	129,9	132,1
7	143,4	141,3	142,8
8	157,4	154,2	154,7
9	173,1	168,9	168,4
10	190,2	185,3	184,6
11	207,8	203,6	203,7
12	225,5	223,7	225,8
13	244,5	245,6	249,7
14	267,4	268,7	272,5
15	293,5	292,0	290,7
16	319,5	313,8	303,1
17	344,2	331,9	311,6
18	369,1	345,7	319,4
19	392,3	356,7	329,5
20	410,0	367,3	342,9
21	421,8	379,0	358,8
22	430,1	391,8	375,4
23	436,4	404,6	391,3
24	441,2	416,2	406,2
25	444,9	426,5	419,9
26	448,0	435,3	432,3
27	450,9	443,1	443,6

Вариант 23

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,8	89,3	82,3
2	95,8	97,6	91,9
3	102,1	105,3	100,5
4	109,9	112,9	108,6
5	119,4	121,1	116,6
6	131,1	130,0	124,8
7	144,9	139,8	133,6
8	160,3	151,1	143,6
9	176,5	164,6	155,9
10	193,2	180,5	172,2
11	210,0	198,5	194,0
12	226,8	218,1	221,6
13	244,3	239,0	252,0
14	263,4	261,1	278,5
15	284,6	284,0	295,6
16	307,5	306,5	302,9
17	331,4	326,8	304,8
18	355,7	343,4	306,9
19	379,4	356,4	313,6
20	400,7	367,0	326,5
21	417,4	377,3	344,4
22	429,2	388,8	364,5
23	436,7	401,7	384,2
24	441,4	415,0	402,2
25	444,6	427,4	417,9
26	447,4	438,4	431,4
27	450,7	447,9	443,5

Вариант 24

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,2	93,5	87,3
2	98,8	101,5	96,3
3	105,8	109,1	104,6
4	114,4	116,9	112,6
5	125,0	125,5	120,6
6	137,7	134,7	129,1
7	152,4	145,2	138,4
8	168,3	157,6	149,3
9	184,8	172,3	163,5
10	201,6	189,3	182,3
11	218,4	208,1	207,1
12	235,5	228,4	236,8
13	253,6	249,9	266,2
14	273,7	272,5	288,4
15	295,8	295,5	300,2
16	319,3	317,0	304,1
17	343,5	335,6	305,5
18	367,7	350,3	309,5
19	390,5	361,8	319,3
20	409,7	372,1	335,0
21	423,9	382,8	354,3
22	433,4	395,1	374,5
23	439,3	408,4	393,5
24	443,1	421,3	410,3
25	446,0	433,1	424,9
26	449,0	443,3	437,5
27	452,6	452,2	449,3

Таблица 5. Большой оборот назад на перекладине.

Вариант 1

Вариант 2

Вариант 3

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,2	465,0	473,4
2	473,7	477,8	486,2
3	487,0	492,5	501,2
4	500,9	508,0	518,1
5	516,2	523,9	535,0
6	533,9	540,1	549,4
7	554,1	557,9	560,0
8	576,3	578,0	568,9
9	599,7	600,6	580,1
10	623,6	624,9	597,7
11	646,3	650,1	625,3
12	665,7	675,7	664,1
13	681,5	702,3	706,3
14	696,4	729,3	740,2
15	713,7	754,5	762,2
16	735,0	774,5	776,9
17	757,9	788,1	788,5
18	778,6	797,2	798,6
19	795,0	804,6	808,1

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	462,8	466,1	471,7
2	476,7	477,7	482,3
3	491,5	492,3	495,4
4	508,2	510,5	511,2
5	528,0	532,4	528,6
6	551,4	556,7	545,9
7	577,4	581,5	562,4
8	603,8	605,8	579,5
9	628,1	629,6	601,5
10	649,3	653,4	636,2
11	667,8	677,5	683,4
12	684,8	702,5	728,8
13	702,3	728,1	759,8
14	721,7	752,5	779,1
15	742,8	773,2	792,6
16	763,9	788,6	802,7
17	783,3	799,5	810,8
18	800,2	807,3	817,7
19	815,7	813,9	824,4

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	455,9	461,2	467,2
2	469,7	471,6	476,7
3	483,9	484,5	488,5
4	499,5	500,9	503,0
5	517,6	521,1	519,8
6	539,2	544,4	537,3
7	564,2	569,1	554,2
8	590,7	593,7	570,7
9	616,3	617,8	589,5
10	639,1	641,5	616,8
11	658,8	665,4	659,0
12	676,4	689,9	707,3
13	693,4	715,3	746,2
14	711,7	740,7	770,5
15	732,1	763,4	786,4
16	753,5	781,5	798,0
17	773,9	794,6	806,9
18	792,1	803,7	814,3
19	807,9	810,6	821,0

Вариант 4

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	443,5	450,4	453,7
2	452,6	458,4	460,9
3	461,8	467,4	468,7
4	471,5	477,2	477,4
5	482,1	488,0	487,1
6	493,8	500,0	497,8
7	507,2	513,1	509,1
8	522,6	527,5	520,6
9	540,2	543,2	532,2
10	559,7	560,1	544,1
11	580,1	578,6	557,0
12	600,5	598,7	572,5
13	619,9	620,4	593,7
14	638,3	643,2	626,5
15	655,7	666,7	669,8
16	673,0	690,5	710,7
17	690,7	713,7	738,3
18	709,2	735,1	754,8
19	728,2	753,2	765,9
20	746,4	767,7	774,1
21	762,7	778,8	780,8
22	776,6	787,4	786,8
23	788,3	794,6	792,8
24	798,5	801,1	798,9
25	807,8	807,5	804,9

Вариант 5

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	86,6	92,0	94,9
2	95,3	100,8	102,3
3	104,4	110,2	110,5
4	114,2	120,2	119,9
5	124,8	130,8	130,6
6	136,3	142,1	142,4
7	148,5	153,7	155,2
8	161,3	165,7	168,6
9	175,3	178,7	182,3
10	191,7	194,1	196,1
11	211,7	213,9	210,2
12	235,3	238,3	226,0
13	259,6	264,9	246,3
14	281,7	290,3	276,4
15	300,8	313,7	315,9
16	318,0	336,3	354,4
17	335,0	358,5	382,3
18	352,6	379,2	400,2
19	370,7	397,1	412,8
20	388,2	411,4	422,4
21	404,0	422,6	430,2
22	417,4	431,5	437,1
23	428,8	439,2	443,7
24	438,8	446,6	450,3
25	448,1	454,3	457,2

Вариант 6

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,1	90,2	94,8
2	100,4	97,7	103,2
3	107,8	105,7	113,0
4	116,1	114,8	124,0
5	125,5	125,6	136,1
6	136,2	138,1	149,1
7	148,7	152,0	162,9
8	163,6	167,1	177,2
9	180,8	183,6	190,8
10	199,9	202,0	203,0
11	220,3	222,5	215,0
12	242,0	244,5	230,0
13	264,1	267,2	253,3
14	284,8	290,8	288,7
15	303,2	316,1	331,3
16	320,3	342,6	370,0
17	337,9	368,2	397,8
18	356,5	390,2	415,6
19	375,5	406,6	426,4
20	393,7	417,6	432,9
21	409,8	425,0	437,5
22	423,2	431,0	441,8
23	434,1	437,0	446,5
24	443,3	443,6	451,7
25	451,2	450,6	457,0

Вариант 7

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	86,3	93,5	99,8
2	98,1	103,1	110,2
3	110,1	114,7	122,3
4	122,6	128,2	136,5
5	135,7	143,0	152,7
6	149,8	158,4	169,3
7	166,4	174,4	184,3
8	186,0	191,6	196,3
9	208,1	210,8	205,9
10	231,7	232,7	216,3
11	255,9	256,7	231,6
12	279,2	281,9	255,3
13	299,6	307,4	289,5
14	316,2	333,2	330,4
15	331,3	359,8	367,4
16	347,8	386,1	393,3
17	367,4	408,7	410,4
18	389,2	425,1	423,8
19	410,2	435,8	435,6
20	427,9	443,3	446,6
21	442,4	450,6	457,1

Вариант 8

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,2	98,0	104,9
2	104,0	108,6	116,0
3	116,3	121,2	129,1
4	129,1	135,4	144,4
5	142,5	150,6	161,0
6	157,7	166,3	177,1
7	175,8	182,8	190,7
8	196,8	200,9	201,2
9	219,7	221,4	210,7
10	243,8	244,5	223,1
11	267,8	269,3	242,2
12	289,9	294,7	271,1
13	308,3	320,2	309,8
14	323,8	346,4	350,0
15	339,2	373,1	381,7
16	357,2	398,0	402,6
17	378,2	417,7	417,4
18	400,0	431,0	429,8
19	419,5	439,7	441,2
20	435,5	446,8	451,9
21	448,8	454,8	462,3

Вариант 9

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	83,4	91,5	99,4
2	96,7	100,3	106,5
3	109,6	111,4	115,3
4	122,6	124,6	126,6
5	136,1	139,4	140,5
6	150,6	155,4	156,5
7	166,8	172,5	173,0
8	185,0	191,0	188,5
9	205,2	211,0	202,5
10	227,3	232,5	216,5
11	250,9	254,9	233,3
12	274,1	277,9	257,6
13	295,1	301,8	294,1
14	313,2	326,6	337,5
15	329,8	352,2	376,0
16	347,0	377,3	402,8
17	366,2	400,0	421,2
18	387,0	418,7	434,3
19	407,3	432,9	444,0
20	425,6	443,5	451,9
21	441,5	452,3	459,2

Вариант 10

Вариант 11

Вариант 12

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,3	466,8	468,3
2	470,2	476,5	478,4
3	480,4	486,6	489,4
4	492,3	497,7	501,0
5	506,6	510,1	512,2
6	522,8	524,4	522,6
7	540,5	540,8	532,2
8	559,2	559,5	542,2
9	579,2	580,2	555,1
10	600,6	602,5	574,0
11	622,2	625,9	600,5
12	642,4	650,3	633,8
13	660,3	675,2	670,3
14	676,4	700,5	704,3
15	692,3	725,4	731,3
16	709,7	748,4	750,3
17	729,4	766,9	763,4
18	749,5	779,7	773,6
19	767,0	788,2	782,7
20	780,4	794,6	791,2
21	790,7	800,8	799,2
22	799,3	807,7	807,1
23	807,1	815,7	815,1
24	814,9	824,5	823,2

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	457,2	462,1	463,7
2	465,6	471,6	473,2
3	475,1	481,5	483,8
4	486,1	492,0	495,2
5	499,2	503,7	506,7
6	514,5	517,0	517,5
7	531,5	532,4	527,4
8	549,7	549,9	537,0
9	569,0	569,7	548,1
10	589,8	591,2	563,7
11	611,5	614,1	586,3
12	632,6	638,0	616,4
13	651,6	662,7	652,0
14	668,5	687,8	687,9
15	684,2	713,0	718,9
16	700,7	737,3	741,7
17	719,4	758,3	757,4
18	739,6	773,9	768,8
19	758,7	784,3	778,2
20	774,2	791,5	787,0
21	785,9	797,7	795,2
22	795,1	804,1	803,2
23	803,2	811,6	811,1
24	811,0	820,1	819,1

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	82,4	87,9	91,6
2	90,9	96,3	98,5
3	99,8	105,4	106,2
4	109,2	115,1	115,1
5	119,4	125,4	125,1
6	130,5	136,4	136,3
7	142,3	147,8	148,7
8	154,8	159,6	161,8
9	168,1	172,0	175,4
10	183,1	186,0	189,2
11	201,2	203,4	203,1
12	223,2	225,6	217,8
13	247,6	251,5	235,2
14	271,1	277,8	259,8
15	291,6	302,2	295,5
16	309,5	325,0	336,0
17	326,5	347,4	369,9
18	343,7	369,1	392,2
19	361,6	388,6	407,0
20	379,6	404,7	417,8
21	396,4	417,4	426,4
22	411,0	427,3	433,8
23	423,3	435,4	440,4
24	433,9	442,8	447,0

Вариант 13

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	112,2	118,8	117,6
2	123,6	129,4	130,8
3	135,9	141,0	142,9
4	149,9	154,2	152,8
5	165,6	169,2	159,3
6	183,0	186,0	163,9
7	201,9	204,6	171,3
8	222,2	224,9	187,1
9	243,8	247,1	212,2
10	265,7	270,6	243,5
11	286,3	294,9	278,1
12	304,1	319,9	314,3
13	319,7	345,6	348,0
14	335,3	370,6	374,3
15	353,0	392,2	392,2
16	373,2	408,5	404,3
17	393,2	419,6	413,8
18	410,2	427,0	422,5
19	423,3	432,6	430,9
20	433,5	438,2	439,0
21	441,9	444,9	447,0
22	449,5	453,0	455,1

Вариант 14

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	455,0	459,6	467,7
2	467,4	471,1	479,5
3	480,3	485,0	493,4
4	493,8	500,2	509,5
5	508,3	515,9	526,7
6	524,7	531,9	542,6
7	543,7	548,8	555,1
8	565,0	567,6	564,5
9	587,9	589,0	574,0
10	611,7	612,6	587,9
11	635,2	637,4	610,1
12	656,5	662,8	643,6
13	673,9	688,9	685,6
14	688,9	715,8	724,8
15	704,6	742,4	752,5
16	723,9	765,3	770,2
17	746,5	782,0	783,0
18	768,8	793,0	793,7
19	787,3	800,9	803,4
20	801,7	808,4	812,7
21	813,5	817,0	822,1
22	824,5	826,4	831,5

Вариант 15

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	76,6	87,7	96,3
2	90,1	95,6	102,8
3	103,2	105,6	110,7
4	116,1	117,7	120,6
5	129,2	131,8	133,2
6	143,2	147,2	148,3
7	158,5	163,8	164,8
8	175,6	181,5	180,9
9	194,8	200,8	195,6
10	216,0	221,6	209,4
11	239,0	243,6	224,3
12	262,6	266,3	244,1
13	284,9	289,7	274,3
14	304,4	314,1	315,7
15	321,5	339,4	358,1
16	338,2	365,0	390,8
17	356,3	389,1	412,8
18	376,5	409,9	428,2
19	397,3	426,3	439,5
20	416,8	438,5	448,1
21	433,8	448,0	455,5
22	448,8	456,6	463,0

Вариант 16

Вариант 17

Вариант 18

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	457,2	462,8	464,7
2	466,6	472,2	473,0
3	476,7	482,5	482,2
4	487,8	493,9	492,4
5	500,3	506,4	503,4
6	514,7	520,2	514,8
7	531,2	535,2	526,4
8	549,8	551,4	538,0
9	569,9	569,1	550,3
10	590,4	588,4	564,3
11	610,3	609,4	582,1
12	629,2	631,7	608,3
13	647,1	654,9	647,6
14	664,4	678,6	691,5
15	681,7	702,2	726,3
16	699,8	724,7	747,5
17	718,7	744,6	760,9
18	737,5	760,9	770,3
19	754,9	773,6	777,6
20	769,9	783,3	783,8
21	782,6	791,1	789,8
22	793,5	797,9	795,8
23	803,2	804,3	801,9
24	812,4	810,6	807,9

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	85,1	90,9	92,9
2	95,8	98,5	101,2
3	106,8	107,2	110,6
4	117,9	117,5	121,2
5	129,3	129,1	133,2
6	141,7	141,9	146,9
7	155,6	155,7	162,3
8	170,8	170,6	178,7
9	187,4	187,5	194,5
10	205,6	206,8	208,9
11	225,6	227,9	222,5
12	247,3	249,7	237,8
13	269,1	271,3	257,8
14	289,1	293,0	286,8
15	306,2	315,6	324,9
16	321,2	339,2	364,2
17	336,3	363,2	395,1
18	353,0	386,1	415,3
19	370,9	406,0	427,9
20	388,9	421,4	435,8
21	405,7	432,3	441,2
22	420,8	440,0	446,1
23	434,5	446,2	451,5
24	447,1	451,9	457,8

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,3	94,6	96,9
2	101,3	102,7	105,8
3	112,3	112,1	115,7
4	123,5	123,1	127,0
5	135,4	135,4	139,8
6	148,5	148,7	154,4
7	163,0	163,0	170,5
8	178,9	178,8	186,8
9	196,3	196,9	201,9
10	215,4	217,2	215,7
11	236,3	238,8	229,8
12	258,3	260,5	246,9
13	279,5	282,1	271,0
14	298,0	304,2	305,1
15	313,8	327,3	345,1
16	328,7	351,2	381,0
17	344,4	374,9	406,4
18	361,8	396,5	422,4
19	380,0	414,3	432,3
20	397,5	427,3	438,7
21	413,5	436,4	443,6
22	427,8	443,2	448,7
23	440,9	449,1	454,6
24	453,2	454,8	461,1

Вариант 19

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	82,0	90,2	89,5
2	93,6	100,1	102,2
3	105,5	110,8	114,6
4	117,7	122,6	127,5
5	130,5	135,4	142,0
6	144,7	149,4	158,1
7	160,9	165,0	174,6
8	179,0	182,7	189,2
9	198,6	202,7	200,4
10	219,7	224,6	210,3
11	242,8	247,6	224,7
12	266,7	271,2	250,5
13	288,6	296,0	291,2
14	307,5	322,9	338,7
15	325,3	350,9	380,1
16	344,2	377,8	409,6
17	364,3	401,2	429,5
18	384,5	419,5	442,6
19	403,3	432,8	451,0
20	420,2	442,7	456,8
21	435,3	451,3	461,8
22	449,1	459,7	466,8

Вариант 20

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	87,7	95,1	95,9
2	99,5	105,3	108,4
3	111,5	116,5	120,9
4	124,0	128,8	134,5
5	137,4	142,2	149,9
6	152,6	156,9	166,5
7	169,8	173,6	182,3
8	188,6	192,5	195,2
9	208,9	213,5	205,2
10	231,0	236,0	216,5
11	254,8	259,3	235,7
12	278,0	283,4	269,3
13	298,3	309,2	314,9
14	316,4	336,9	360,8
15	334,5	364,6	396,2
16	354,2	390,1	420,5
17	374,5	411,0	436,8
18	394,1	426,7	447,2
19	412,0	438,0	454,1
20	428,0	447,1	459,4
21	442,3	455,5	464,3
22	455,9	463,9	469,3

Вариант 21

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	64,9	94,3	102,7
2	79,7	102,0	111,1
3	94,4	110,4	121,1
4	108,6	120,2	133,0
5	122,9	131,7	147,3
6	137,6	144,9	163,8
7	153,7	159,5	181,3
8	171,9	175,7	196,9
9	192,6	193,9	208,1
10	215,1	214,6	215,2
11	238,4	237,5	222,3
12	261,2	261,0	236,3
13	282,2	284,1	264,5
14	300,2	307,7	309,1
15	315,5	332,3	359,0
16	330,6	357,7	399,0
17	348,2	383,0	424,1
18	368,1	406,2	438,8
19	388,7	424,9	447,5
20	408,7	438,1	453,8
21	427,3	447,9	459,7
22	444,3	456,5	465,9

Вариант 22

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	106,6	113,6	110,9
2	117,8	124,1	124,3
3	129,6	135,1	137,1
4	142,7	147,4	148,2
5	157,5	161,5	156,5
6	174,1	177,4	161,6
7	192,3	195,1	166,9
8	211,9	214,5	178,0
9	232,9	235,8	198,6
10	254,8	258,7	227,3
11	276,3	282,7	260,4
12	295,5	307,3	296,2
13	312,1	332,7	331,9
14	327,3	358,3	362,3
15	343,8	382,0	384,2
16	362,9	401,0	398,8
17	383,4	414,7	409,3
18	402,2	423,7	418,2
19	417,2	429,9	426,7
20	428,7	435,3	435,0
21	437,8	441,4	443,0
22	445,8	448,8	451,0
23	453,3	457,4	459,3

Вариант 23

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,8	93,9	98,8
2	104,0	101,6	108,0
3	111,8	110,1	118,4
4	120,6	120,0	129,9
5	130,6	131,7	142,5
6	142,2	144,9	155,9
7	155,8	159,4	170,0
8	171,9	175,1	184,1
9	190,1	192,5	197,1
10	209,9	212,0	208,9
11	231,0	233,4	221,8
12	253,1	255,7	240,3
13	274,7	278,8	269,5
14	294,3	303,3	309,8
15	311,8	329,3	351,8
16	329,0	355,7	385,3
17	347,1	379,8	407,7
18	366,0	399,1	421,7
19	384,8	412,7	430,0
20	402,1	421,6	435,3
21	416,8	428,1	439,6
22	428,9	434,0	444,1
23	438,9	440,2	449,1

Вариант 24

№ кад-ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	57,5	90,5	98,6
2	72,3	98,1	106,8
3	87,1	106,1	115,9
4	101,5	115,1	126,8
5	115,7	125,7	139,8
6	130,1	138,1	155,3
7	145,4	152,0	172,6
8	162,5	167,4	189,5
9	181,9	184,5	203,1
10	203,7	203,9	212,0
11	226,7	225,8	218,4
12	249,9	249,2	228,0
13	272,0	272,6	248,2
14	291,6	295,8	285,2
15	308,0	319,9	334,4
16	322,9	345,0	380,9
17	339,1	370,5	413,2
18	358,0	395,0	432,4
19	378,5	416,2	443,6
20	398,8	432,1	450,9
21	418,1	443,3	456,7
22	436,0	452,3	462,7
23	452,4	460,8	469,1

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	13
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	17
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	29
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5	35
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6	39
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7	46

Учебное издание

**Загревский Валерий Иннокентьевич,
Лавшук Дмитрий Алексеевич**

**ПРАКТИКУМ ПО БИОМЕХАНИКЕ
ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ**

Расчетно-графические работы



000000 900645

Редактор *Л.И. Будкова*
Технический редактор *А.Н. Гладун*
Компьютерная верстка *В.С. Малявко*
Корректор *Н.С. Осмоловская*

ЛВ № 384 от 26.04.2003

Сдано в набор 23.03.2004. Подписано в печать **27.04.04**. Формат 60x84^{1/16}.
Бумага офсетная № 1. Гарнитура Times New Roman Cyr.
Усл.-печ. л. 3,9. Уч.-изд. л. 4,3. Тираж 80 экз. Заказ № **142**.

Учреждение образования "Могилевский государственный университет
им. А. А. Кулешова", 212022, Могилев, Космонавтов, 1

Напечатано на ризографе отдела оперативной полиграфии
МГУ им. А. А. Кулешова.
212022, Могилев, Космонавтов, 1