

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
**«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.А. КУЛЕШОВА»**

Н.В. САКОВИЧ

**СБОРНИК
ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ
ПО МЕТОДАМ ОПТИМИЗАЦИИ И
ИССЛЕДОВАНИЮ ОПЕРАЦИЙ**

Для студентов физико-математического факультета



Могилёв, 2011

УДК 519.8(075)
ББК 22.18
Б30

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
УО «МГУ им. А.А. Кулешова»*

Р е ц е н з е н т
доктор физико-математических наук
профессор кафедры математического анализа и дифференциальных
уравнений Жестков С.В.

Сакович Н.В.

Сборник индивидуальных заданий по методам оптимизации и исследованию операций: / Н.В. Сакович. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. – 43 с.

Сборник индивидуальных заданий предназначен для организации индивидуальной домашней работы студентов физико-математического факультета по курсам «Методы оптимизации», «Исследование операций». Сборник содержит задания по основным разделам «Линейное программирование», «Теория двойственности», «Нелинейное программирование», «Сетевое планирование и управление», «Транспортные сети», «Дискретная оптимизация», «Динамическое программирование», «Теория игр». Выполнение студентами предлагаемых заданий позволяет усвоить методы решения основных оптимизационных задач.

Индивидуальные задания

Задание № 1.

Найти все угловые точки области допустимых решений, заданной системой линейных неравенств. Выразить точку M через угловые точки области допустимых решений.

- | | |
|---|--|
| <p>1.1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 7, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 24, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 12; \end{cases} \quad M(3;4).$</p> | <p>1.2. $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6; \end{cases} \quad M(4;4).$</p> |
| <p>1.3. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ 4x_1 + x_2 \leq 22; \end{cases} \quad M(2;4).$</p> | <p>1.4. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4; \end{cases} \quad M(1;3).$</p> |
| <p>1.5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 4x_2 \leq 22, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 10; \end{cases} \quad M(3;4).$</p> | <p>1.6. $\begin{cases} x_2 \geq 1, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15; \end{cases} \quad I(6;2).$</p> |
| <p>1.7. $\begin{cases} x_1 \leq 8, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 10, \\ x_1 + 3x_2 \geq 14; \end{cases} \quad M(6;5).$</p> | <p>1.8. $\begin{cases} x_1 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 8; \end{cases} \quad M(3;4).$</p> |
| <p>1.9. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 17, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 2; \end{cases} \quad M(4;4).$</p> | <p>1.10. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20; \end{cases} \quad M(6;6).$</p> |
| <p>1.11. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 3; \end{cases} \quad M(5;5).$</p> | <p>1.12. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 4; \end{cases} \quad M(4;4).$</p> |
| <p>1.13. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 + 3x_2 \leq 22, \\ x_1 - x_2 \leq 2; \end{cases} \quad M(3;5).$</p> | <p>1.14. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 14, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 28; \end{cases} \quad M(4;4).$</p> |
| <p>1.15. $\begin{cases} x_2 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 \geq 0, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 2; \end{cases} \quad M(6;5).$</p> | <p>1.16. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 16, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 \geq 16; \end{cases} \quad M(4;5).$</p> |
| <p>1.17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 9, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 10, \\ x_1 \leq 7; \end{cases} \quad M(3;4).$</p> | <p>1.18. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 1, \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 21, \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -7; \end{cases} \quad M(2;4).$</p> |
| <p>1.19. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 22, \\ x_1 + 5x_2 \geq 16; \end{cases} \quad M(4;3).$</p> | <p>1.20. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 31, \\ x_1 + 3x_2 \geq 12; \end{cases} \quad M(4;5).$</p> |

$$1.21. \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 12; \end{cases} \quad M(6;5).$$

$$1.22. \begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + 3x_2 \leq 20, \\ -3x_1 + 7x_2 \geq 4; \end{cases} \quad M(6;4).$$

$$1.23. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 26, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8; \end{cases} \quad M(5;5).$$

$$1.24. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 \geq 39, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 60, \\ x_1 - x_2 \leq 4; \end{cases} \quad M(5;3).$$

$$1.25. \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 14, \\ 3x_1 - x_2 \leq 14; \end{cases} \quad M(6;6).$$

Задание № 2.

Привести задачи к стандартной задаче линейного программирования и решить графически. Проверить выполнимость основных свойств решений задачи линейного программирования.

$$2.1. f = -3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min) \quad 2.2. f = 3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - x_5 = 6, \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 18; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 8, \\ 4x_2 + x_4 + x_5 = 16, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 12; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.3. f = -3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min) \quad 2.4. f = x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 32, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 24, \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 22; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 14, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 + x_5 = 42, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 42; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.5. f = x_1 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$2.6. f = -2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 12, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 8, \\ 2x_1 + x_3 - x_4 - x_5 = 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_3 - x_4 = 4, \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 - x_5 = 32, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.7. f = -x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min) \quad 2.8. f = -4x_1 + 6x_2 - x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 19, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 16, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_4 = 10; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 = 22, \\ -4x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.9. f = 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$2.10. f = 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 24, \\ 6x_1 + 4x_2 - x_3 - x_5 = 18, \\ 10x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 4; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 40, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 - x_5 = 21, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 - x_5 = 30; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.11. $f = 5x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.12. $f = -4x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} -3x_1 + 7x_2 + x_3 - x_4 = 8, \\ 5x_1 - 5x_2 - x_3 + x_5 = 10, \\ -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -4; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 24, \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 - x_5 = 8, \\ 7x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_5 = 12; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.13. $f = 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.14. $f = 5x_1 + 6x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + x_3 - x_4 = 26, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 24, \\ 2x_1 + 9x_2 + 2x_3 - x_4 = 42; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -21, \\ 6x_1 + 5x_2 - x_3 - x_5 = 35, \\ 10x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 18; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.15. $f = 7x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.16. $f = 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -8, \\ 4x_1 - x_3 + x_5 = 20, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 34; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -8, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_5 = 8, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 34; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.17. $f = 7x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.18. $f = x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 = 31, \\ 7x_1 - 2x_2 - x_3 + x_5 = 19, \\ -4x_1 + 9x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 19; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 18, \\ 3x_1 - x_3 + x_5 = 12, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 18; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.19. $f = 3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.20. $f = -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 + x_3 - x_4 = 28, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 = 30, \\ 5x_1 + 8x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 50; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_4 + x_5 = 16; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2.21. $f = x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$ 2.22. $f = 4x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min)$

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 = 18, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 10, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 22; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 31, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 19, \\ 6x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 41; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.23. f = 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max(\min) \quad 2.24. f = -2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 14, \\ 2x_1 + x_3 + x_5 = 12, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 21; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 26, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_5 = 22, \\ x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 32; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

$$2.25. f = 5x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 18, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 20, \\ 7x_1 - 7x_2 - 2x_3 + x_5 = 0; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

Задание № 3.

Привести к каноническому виду задачи линейного программирования.

$$3.1. f = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_3 \geq 4, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 10; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

$$3.2. f = -x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 = 9, \\ 4x_2 + x_3 \geq 16, \\ x_1 + x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$3.3. f = x_1 + 5x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 8, \\ x_1 - 4x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 2; \\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$3.4. f = -2x_1 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 14, \\ 2x_2 - x_3 \geq 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 12; \\ x_j \geq 0, j = 2, 3. \end{cases}$$

$$3.5. f = x_2 - 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 12, \\ 3x_1 + x_3 \geq 8, \\ 2x_1 + x_3 \leq 10; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

$$3.6. f = 5x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 20; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases}$$

$$3.7. f = -x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - x_3 = 15, \\ x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ 3x_2 + x_3 \geq 10; \\ x_j \geq 0, j = 2, 3. \end{cases}$$

$$3.8. f = x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 \leq 22, \\ 2x_2 + x_3 = 18, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 4; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

$$3.9. f = -x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$3.10. f = x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 20, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \leq 18, \\ x_1 - 5x_2 \geq 4; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

3.11. $f = x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \geq 8, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 10, \\ -x_1 - x_2 + x_3 \leq -4; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

3.13. $f = x_1 - 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 4, \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 12; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.15. $f = x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = 18, \\ 2x_1 - x_3 \leq 16, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 8; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

3.17. $f = 2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 11, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 16, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 9; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.19. $f = 3x_1 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 \geq 28, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 20, \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 15; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

3.21. $f = x_1 - 4x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 8, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 12; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.23. $f = -x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 14, \\ 4x_2 - x_3 = 20, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \geq 12; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.12. $f = x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 18, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 - 2x_3 \leq 12; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.14. $f = -x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - x_3 = 24, \\ x_1 + 2x_3 \geq 5, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 18; \\ x_j \geq 0, j = 1, 3. \end{cases}$$

3.16. $f = x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 8, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 18, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 10; \\ x_j \geq 0, j = 2, 3. \end{cases}$$

3.18. $f = 2x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 \leq 12, \\ 2x_1 - x_3 \geq 28, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 18; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.20. $f = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 16, \\ -x_1 + x_3 \geq 10, \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 22; \\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

3.22. $f = -x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 16, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \geq 9, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 14; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.24. $f = x_1 + 5x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 14, \\ 2x_1 + x_3 + x_5 = 12, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 21; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \geq 6, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 14; \\ x_j \geq 0, j = 1, 2. \end{cases}$$

3.25. $f = x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 18, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 2; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание № 4.

Решить задачи линейного программирования в зависимости от параметра.

4.1. $f = ax_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.2. $f = 3x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.3. $f = ax_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.4. $f = -2x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 10, \\ 4x_1 + x_2 \geq 16; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.5. $f = 3x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 - 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.6. $f = 4x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.7. $f = ax_1 + 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.8. $f = ax_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -5x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.9. $f = 4x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 10x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.10. $f = ax_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.11. $f = -3x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

4.12. $f = ax_1 + 6x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + 7x_2 \leq 14, \\ x_1 - 8x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.13. $f = -3x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.15. $f = -x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.17. $f = ax_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -8x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 2x_1 - 7x_2 \leq 14; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.19. $f = 5x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.21. $f = -x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.23. $f = ax_1 + 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 5, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.25. $f = -5x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ 2x_1 - 7x_2 \leq 14; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.14. $f = ax_1 + 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 30; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.16. $f = ax_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.18. $f = ax_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.20. $f = -2x_1 + ax_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.22. $f = ax_1 - 3x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.24. $f = 3x_1 + ax_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ 4x_1 - 6x_2 \leq 24; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание № 5.

Решить задачи линейного программирования симплекс-методом. Дать геометрическую интерпретацию процесса решения.

5.1. a) $f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \geq 4; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -3x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 - 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.2. a) $f = -2x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 3; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.3. a) $f = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 10, \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 16; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.4. a) $f = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 14, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 28, \\ x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.5. a) $f = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 2,; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.6. a) $f = -6x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_2 \leq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 4; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -4x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.7. a) $f = 2x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + x_2 \geq 16, \\ x_1 + 3x_2 \geq 16; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -5x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.8. a) $f = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \geq 1, \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 21, \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -7; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.9. a) $f = 3x_1 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 2, \\ 4x_1 + 10x_2 \geq 20; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ -5x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.10. a) $f = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 22, \\ x_1 + 5x_2 \geq 16; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ -2x_1 + 7x_2 \leq 28; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.11. a) $f = -2x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 31, \\ x_1 + 3x_2 \geq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.12. a) $f = -4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 \geq 6, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.13. a) $f = -3x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + 3x_2 \leq 20, \\ -3x_1 + 7x_2 \geq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.14. a) $f = -4x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 26, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 \geq 3, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 30; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.15. a) $f = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \geq 4; \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.16. a) $f = -2x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 14, \\ 3x_1 - x_2 \leq 14; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 - 6x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 3x_1 - 6x_2 \leq 18; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.17. a) $f = -2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -6x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 5, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.18. a) $f = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 7, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 24, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.19. a) $f = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ 4x_1 + x_2 \leq 22, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 6x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.20. a) $f = 4x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.21. a) $f = 2x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 4x_2 \leq 22, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 \geq -20, \\ x_1 - 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.22. а) $f = 4x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 7; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.23. а) $f = -2x_1 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 10, \\ x_1 + 3x_2 \geq 14; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 \leq 14, \\ -6x_1 + 2x_2 \leq 18; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.24. а) $f = -4x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 6x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \geq -12, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.25. а) $f = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 17, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -3x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -3x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание № 6.

Для задач линейного программирования построить двойственные.

6.1. $f = 2x_1 - 5x_3 + 10x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_3 - 6x_4 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 5, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 \leq 12; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

6.2. $f = 5x_1 + x_2 - 3x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 \geq 5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

6.3. $f = 12x_1 - x_2 + 2x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_3 - x_4 \leq 14, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 8, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 \geq 9; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3,4}. \end{cases}$$

6.4. $f = -6x_1 + 12x_2 + 7x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 7, \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_4 \leq 16, \\ -x_2 - 2x_3 + 2x_4 \geq 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

6.5. $f = -2x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$

6.6. $f = -x_1 - 8x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 6x_4 \geq 7, \\ -x_1 + 5x_2 - 4x_4 = 15, \\ x_1 - 2x_2 - 9x_3 + x_4 \leq 19; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

6.7. $f = -2x_1 - x_2 + 3x_3 - 8x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 - 7x_3 + 2x_4 \leq 21, \\ -x_1 - 3x_3 + 3x_5 \geq 8, \\ -x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 14; \\ x_j \geq 0, j = \overline{3,5}. \end{cases}$$

6.9. $f = -3x_2 - 4x_3 + 7x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 \geq 4, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 = 15, \\ -x_1 + x_2 - x_4 \leq -8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

6.11. $f = x_1 + 7x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 5x_4 \leq 18, \\ -x_1 - x_3 + 4x_5 \leq 15, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 27; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

6.13. $f = -x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 15, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_5 \geq 9, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 27; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases}$$

6.15. $f = 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \leq 14, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 18, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \geq 11; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3,4}. \end{cases}$$

6.17. $f = 5x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \geq 14, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 25, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 12, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 20, \\ -x_1 - x_3 + 2x_4 \geq 13; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,3}. \end{cases}$$

6.8. $f = 7x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - x_3 - 5x_4 \geq 7, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 22; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

6.10. $f = -4x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_5 \geq -12, \\ x_1 - x_2 + 3x_4 + x_5 = 15, \\ -x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 8x_4 \leq 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{3,5}. \end{cases}$$

6.12. $f = 11x_1 - x_2 - 14x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 25, \\ 5x_1 - 2x_2 - 4x_4 = 17, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 12; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

6.14. $f = 2x_2 + 5x_3 - 16x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 16, \\ 5x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 20, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

6.16. $f = -2x_1 + 7x_2 + x_3 - 5x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 17, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \geq 16, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

6.18. $f = x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 \geq 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 15, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_5 \leq 21; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$6.19. f = 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 15x_4 - 2x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 17, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_5 \leq 6, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 \leq -27; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,5}. \end{cases}$$

$$6.21. f = x_1 - 3x_2 + 17x_3 - 9x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 18, \\ x_1 - 6x_2 + 5x_3 - x_4 \leq 24, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 5; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2}. \end{cases}$$

$$6.23. f = 14x_1 + 9x_2 - 5x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 20, \\ -x_1 + 3x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 21; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$6.25. f = -x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 + 12x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 24, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_5 \leq 16, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_5 \geq 27; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$6.20. f = x_1 - 2x_2 - 8x_3 - 20x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 16, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 22, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 1; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$6.22. f = 11x_1 + 12x_2 + x_3 - 9x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 17, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \geq 16, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 20; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$6.24. f = 20x_1 - 5x_2 - 4x_3 + 16x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - 4x_4 \leq 20, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 = 26, \\ x_1 + 5x_2 - 7x_3 + x_4 \geq 12; \\ x_j \geq 0, j = \overline{2,4}. \end{cases}$$

Задание № 7.

Решить задачи линейного программирования двойственным симплекс-методом.

$$7.1. \text{ а) } f = 6x_1 + 14x_2 - 14x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 1, \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 \geq 3; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$\text{б) } f = -x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 \leq 14, \\ 5x_1 - 8x_2 \geq -40; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$7.2. \text{ а) } f = -39x_1 + 60x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -7x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 3, \\ -4x_1 + 73x_2 + x_3 \geq 2; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$\text{б) } f = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 24, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$7.3. \text{ а) } f = 16x_1 - 26x_2 + 8x_3 \rightarrow \min$$

$$\text{б) } f = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 2, \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 \geq 4; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.4. а) $f = 4x_1 - 20x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 3, \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 \geq 5; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.5. а) $f = 4x_1 - 20x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 \geq 4; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.6. а) $f = 9x_1 - 31x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 3, \\ -x_1 + 4x_2 - 3x_3 \geq 4; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.7. а) $f = 2x_1 - 22x_2 + 16x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 6, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 \geq 3; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.8. а) $f = x_1 + 21x_2 + 7x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 \geq 5; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.9. а) $f = -9x_1 + 10x_2 + 7x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 6; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.10. а) $f = 16x_1 - 12x_2 + 16x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - x_3 \geq 5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 2; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.11. а) $f = -6x_1 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 5, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 10x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 5x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 \leq 14, \\ -8x_1 + 3x_2 \leq 24; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.12. а) $f = -14x_1 + 28x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 5, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 2; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.13. а) $f = -4x_1 + 12x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

7.14. а) $f = -10x_1 + 22x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 \geq 10, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 6; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.15. а) $f = 3x_1 - 12x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 6; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.16. а) $f = 2x_1 + 4x_2 - 20x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.17. а) $f = x_1 - 17x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 9; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.18. а) $f = -2x_1 + 9x_2 + 8x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

7.19. а) $f = 8x_1 + 10x_2 - 14x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 \leq 30, \\ x_1 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 \geq 20, \\ x_1 + 2x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 \geq -14, \\ x_1 - 8x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = -x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - 5x_2 \geq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -5x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

б) $f = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \leq 7, \\ 3x_1 - 3x_2 \geq 8; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.20. а) $f = -x_1 + 15x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 \geq 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 9; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_2 \geq 2, \\ -5x_1 + 4x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.21. а) $f = -9x_1 + 22x_2 + 10x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 10; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = 7x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \geq 10, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.22. а) $f = 6x_1 - 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 9; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 - 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.23. а) $f = 8x_1 - 20x_2 + 22x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 5, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 6; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = 8x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ x_1 + 2x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.24. а) $f = -6x_1 + 6x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 10, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 5; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.25. а) $f = -7x_1 + 24x_2 + 12x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 \leq 4, \\ -x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 5; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

б) $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 4x_2 \geq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание № 8.

Найти направление наискорейшего возрастания функции $f = f(x, y)$ в точке M_0 и вычислить наибольшую скорость возрастания функции f в этой точке.

8.1. $f = -2x^2y + 3y^2 - 5, \quad M_0(3; 2).$

8.2. $f = x^2 + 2xy + 5xy^2 - 1, \quad M_0(-2; 1).$

- 8.3. $f = 3 - y^2 + 2xy + x^2$, $M_0(0; -5)$.
 8.4. $f = 5x^2 + y^2 - 2xy$, $M_0(3; -1)$.
 8.5. $f = 12 + 5x^2 - 3xy + 4y^2$, $M_0(-2; -1)$.
 8.6. $f = -x^2 + 4x + 5y^3 - 12$, $M_0(5; -2)$.
 8.7. $f = 6x^2y - y^2 - 5x$, $M_0(-7; 1)$.
 8.8. $f = 3x^2 + xy - 4y^2 + 2$, $M_0(4; -5)$.
 8.9. $f = 10 - xy^2 + 4y - 7x$, $M_0(-8; 3)$.
 8.10. $f = x^2 + 2xy + xy^2 - 1$, $M_0(4; -1)$.
 8.11. $f = 8 - x^2y + y^3 + 2xy$, $M_0(-1; -1)$.
 8.12. $f = 4x^2y + xy + 3x + 5$, $M_0(1; 0)$.
 8.13. $f = x^2y - 5y^2 + 5y + 2$, $M_0(0; -5)$.
 8.14. $f = 4 + x^2y + 2xy - 5x^2$, $M_0(-3; -1)$.
 8.15. $f = 5xy + 2y - 4y - 7$, $M_0(4; -3)$.
 8.16. $f = 12 - 3x^2y + 2xy - 15y$, $M_0(2; 1)$.
 8.17. $f = 15x - x^2y + 2xy^2 - 4$, $M_0(5; 2)$.
 8.18. $f = 9 - 2x^2 + 2xy + 3y^2$, $M_0(-3; -4)$.
 8.19. $f = 8y - 2x^2y + 2xy - 7$, $M_0(1; -1)$.
 8.20. $f = -x^2y + 2xy + 3x^3 + 15$, $M_0(0; -1)$.
 8.21. $f = -2 + 3x^2y + 2xy + y^2$, $M_0(3; -1)$.
 8.22. $f = 14 - x^2y + 2xy + 3y^2$, $M_0(3; 0)$.
 8.23. $f = 18 - 2xy + y^2 + 2x^2y$, $M_0(-1; -1)$.
 8.24. $f = 4x^2y + xy + 3x + 5$, $M_0(1; 0)$.
 8.25. $f = 21 - x^2y + x^2 - 3xy$, $M_0(2; 3)$.

Задание № 9.

Найти точки условных экстремумов данных функций.

- 9.1. $f = x_1^2 + 2x_2^2$, если $x_1 + x_2 = 4$.
 9.2. $f = x_1x_2$, если $2x_1 + x_2 = 6$.
 9.3. $f = \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{2}$, если $x_1^2 + x_2^2 = 9$.
 9.4. $f = x_1 - 2x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
 9.5. $f = 2x_1x_2$, если $x_1 + x_2 = 5$.
 9.6. $f = x_1^2 + x_2^2$, если $x_1 + x_2 = 8$.
 9.7. $f = 5x_1 + 6x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 4$.
 9.8. $f = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{4}$, если $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
 9.9. $f = 2x_1^2 + x_2^2$, если $x_1 - x_2 = 1$.
 9.10. $f = 3 - x_1 + x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 9$.
 9.11. $f = 6 - 2x_1 - 3x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
 9.12. $f = x_1^2 + x_2^2$, если $\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{4} = 1$.
 9.13. $f = x_1 - 2x_2 + 4$, если $x_1^2 + x_2^2 = 25$.
 9.14. $f = 3x_1 + 4x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 9$.
 9.15. $f = 5 + 2x_1 + x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 9$.
 9.16. $f = x_1^2 + x_2^2$, если $x_1 + x_2 = 5$.
 9.17. $f = -x_1 - x_2 + 8$, если $x_1^2 + x_2^2 = 5$.
 9.18. $f = 5x_1 + 4x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 16$.
 9.19. $f = x_1^2 + x_2^2$, если $\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{5} = 1$.
 9.20. $f = 4x_1 + 2x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 20$.
 9.21. $f = 5 + 2x_1 + x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 4$.
 9.22. $f = -5x_1x_2$, если $x_1 + 3x_2 = 1$.
 9.23. $f = 4x_1^2 + 9x_2^2$, если $x_1 + x_2 = 1$.
 9.24. $f = 4x_1 + 5x_2$, если $x_1^2 + x_2^2 = 16$.
 9.25. $f = 3x_1x_2$, если $4x_1 + x_2 = 12$.

Задание № 10.

Решить задачи нелинейной оптимизации.

$$10.1. \max(\min)f = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_1 \geq 1, \\ \delta_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.2. \max(\min)f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.3. \max(\min)f = x_1^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 16, \\ x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.4. \max(\min)f = x_1^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 36, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.5. \max(\min)f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 6x_2 \geq 6, \\ (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.6. \max(\min)f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 + 2)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_1 \geq 1, \\ \delta_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.7. \max(\min)f = (x_1 - 3)^2 + (x_1 + 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.8. \max(\min)f = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.9. \max(\min)f = (x_1 - 3)^2 + x_2^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.10. \max(\min)f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.11. \max(\min)f = (x_1 + 2)^2 + x_2^2$$

$$\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \geq 2, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.12. \max(\min)f = x_1^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ (x_1 - 4)^2 + x_2^2 \leq 49, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$10.13. \max(\min)f = (x_1 - 5)^2 + x_2^2$$

$$10.14. \max(\min)f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 9, \\ x_1 \geq 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.15. $\max(\min)f = (x_1 + 1)^2 + (x_1 - 5)^2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 25, \\ x_1 \leq 4, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.16. $\max(\min)f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 36, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

10.17. $\max(\min)f = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1^2 + (x_2 - 2)^2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.18. $\max(\min)f = (x_1 - 5)^2 + (x_2 + 1)^2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ (x_1 - 3)^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.19. $\max(\min)f = (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

10.20. $\max(\min)f = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 16, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.21. $\max(\min)f = (x_1 - 6)^2 + (x_2 + 2)^2$

$$\begin{cases} (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 25, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.22. $\max(\min)f = x_1^2 + (x_2 - 3)^2$

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ x_1^2 + (x_2 - 3)^2 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

10.23. $\max(\min)f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 + 2)^2$

$$\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 25, \\ (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

10.24. $\max(\min)f = (x_1 - 6)^2 + (x_2 + 2)^2$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \leq 9, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

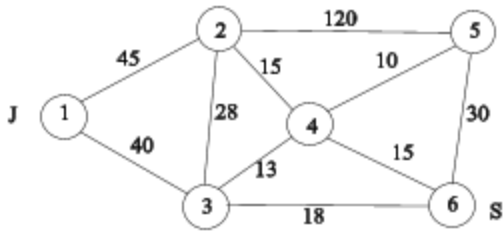
10.25. $\max(\min)f = (x_1 - 6)^2 + (x_2 + 2)^2$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

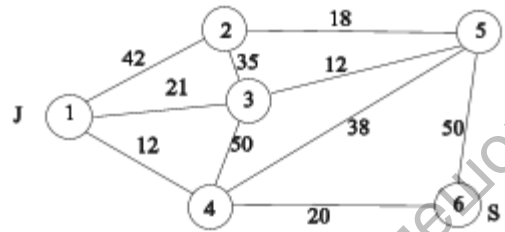
Задание № 11.

На сети сформировать поток максимальной мощности. Выписать ребра, образующие на сети разрез минимальной пропускной способности.

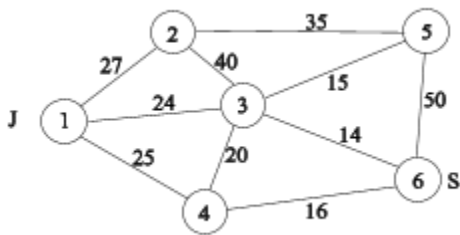
11.1.



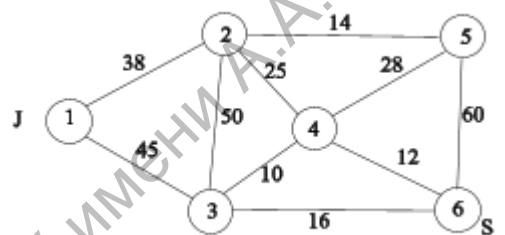
11.2.



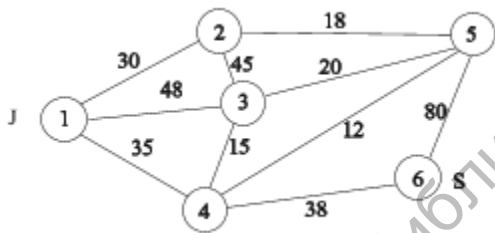
11.3.



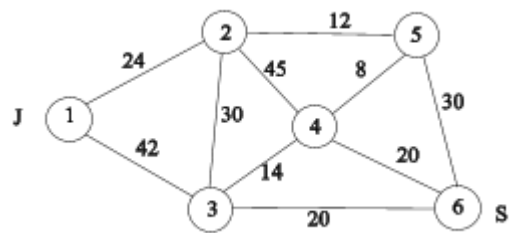
11.4.



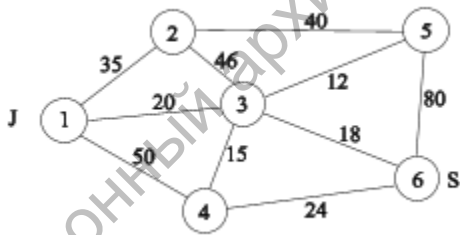
11.5.



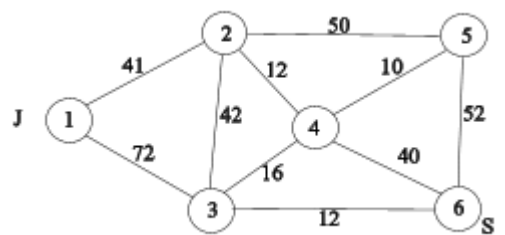
11.6.



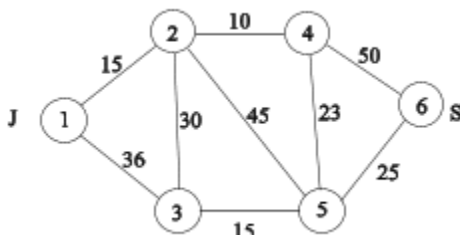
11.7.



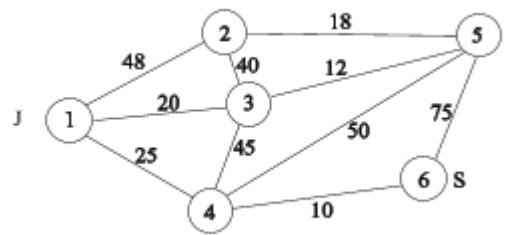
11.8.



11.9.

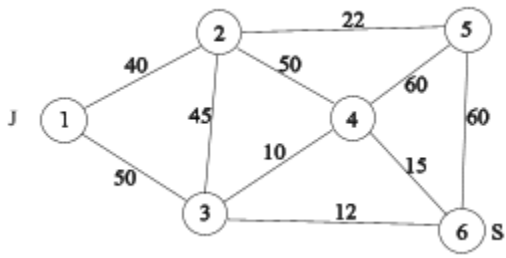


11.10.

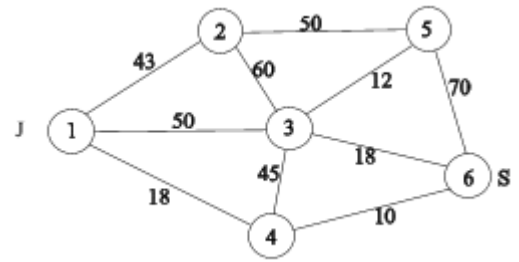


11.11.

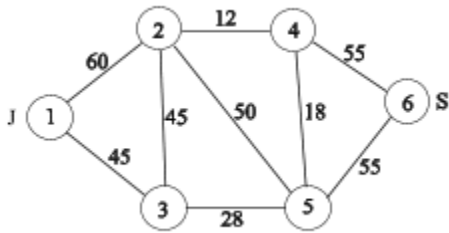
11.12.



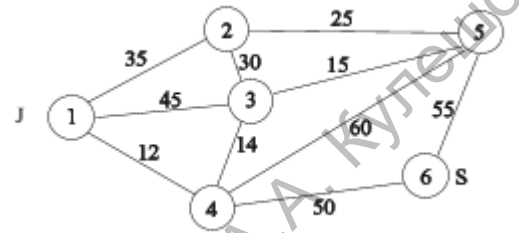
11.13.



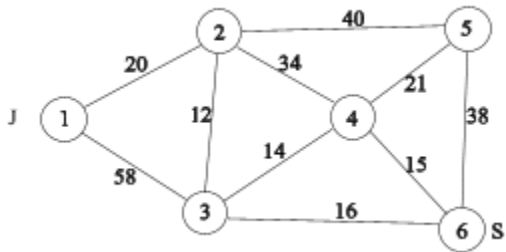
11.14



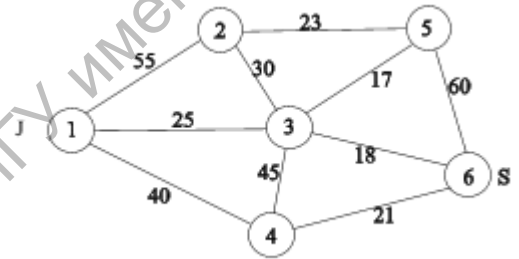
11.15.



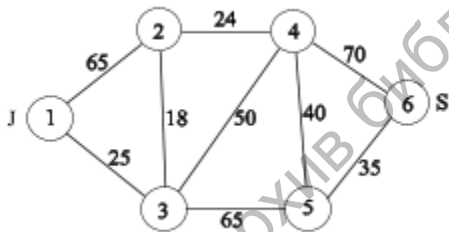
11.16.



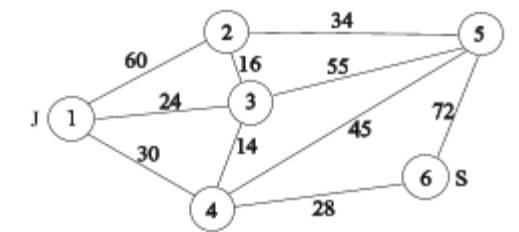
11.17.



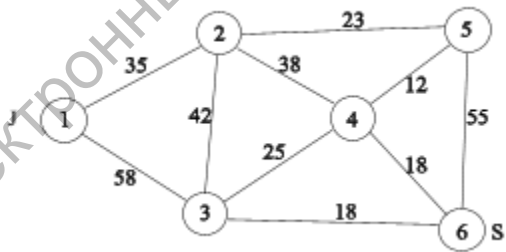
11.18.



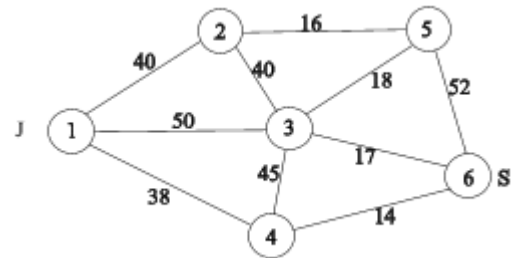
11.19.



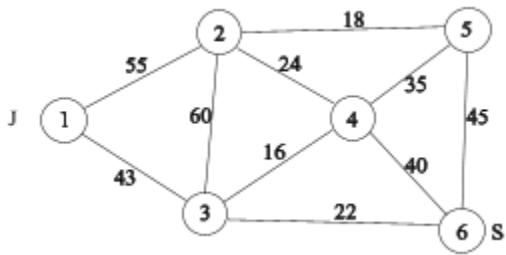
11.20.



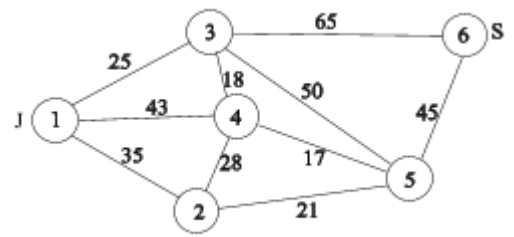
11.21.



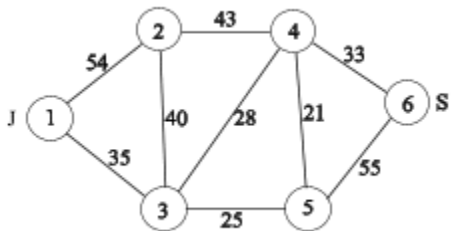
11.22.



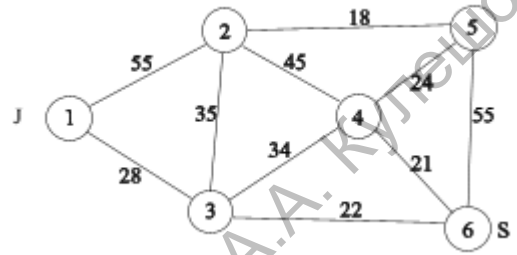
11.23.



11.24.



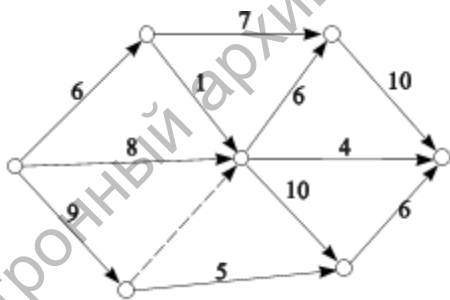
11.25.



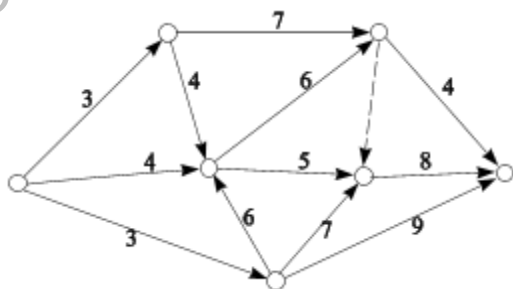
Задание № 12.

Пронумеровать вершины сетевых графиков в соответствии с алгоритмом Фалкерсона, определить критический путь, рассчитать временные параметры сети.

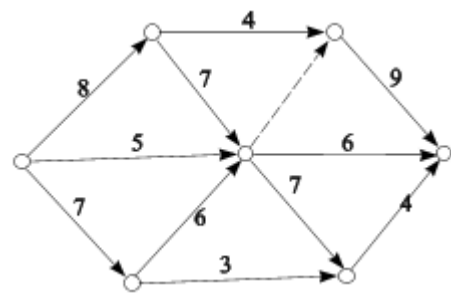
12.1.



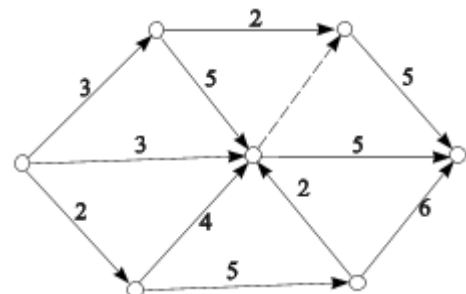
12.3.



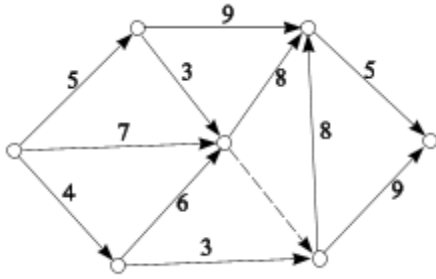
12.2.



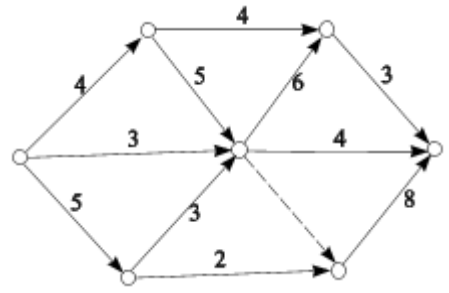
12.4.



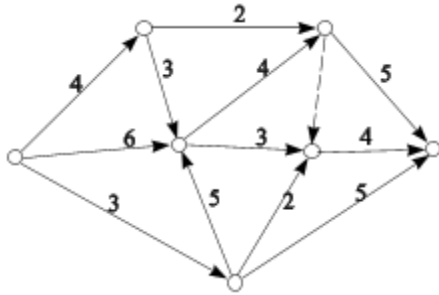
12.5.



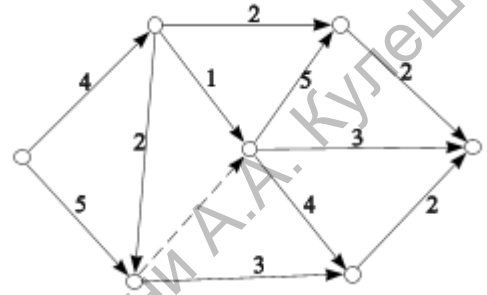
12.6.



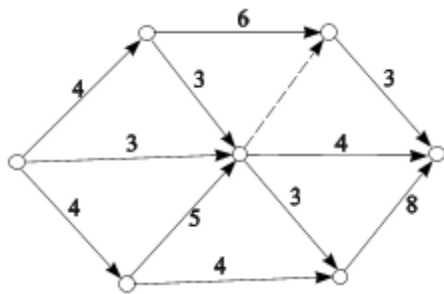
12.7.



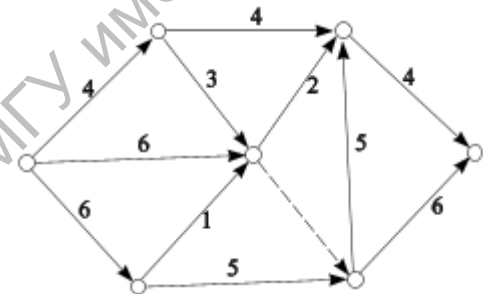
12.8.



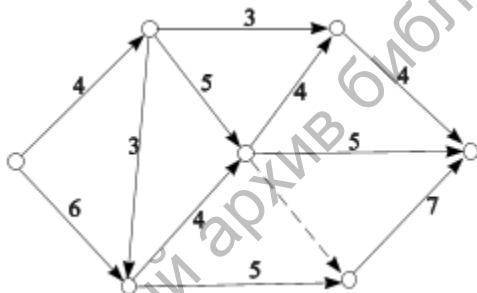
12.9.



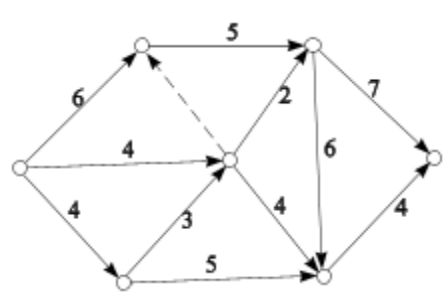
12.10.



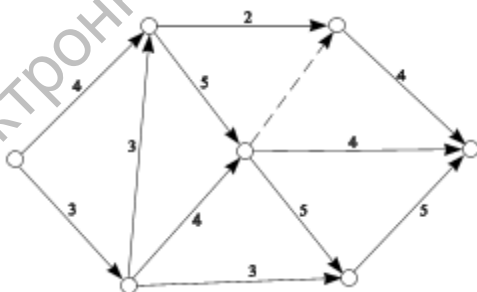
12.11.



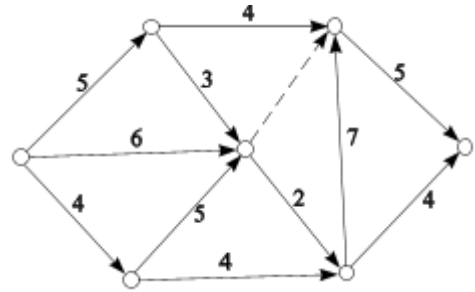
12.12.



12.13.

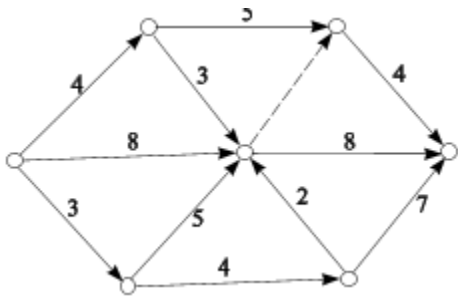


12.14.

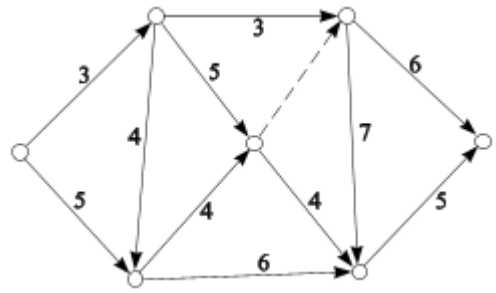


12.15.

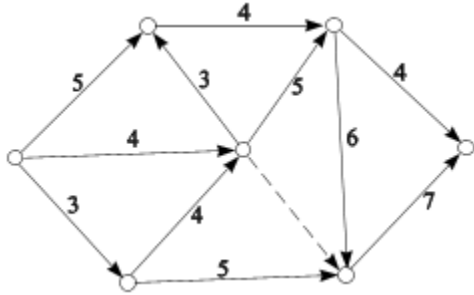
12.16.



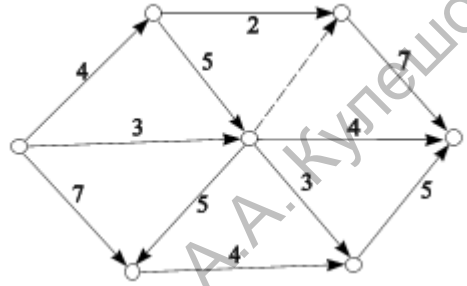
12.17.



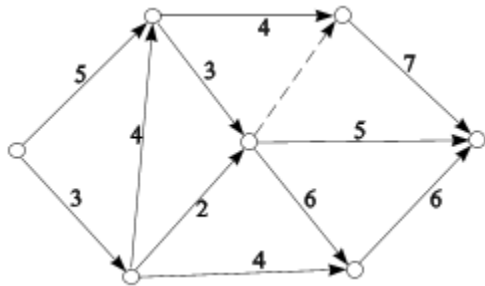
12.18.



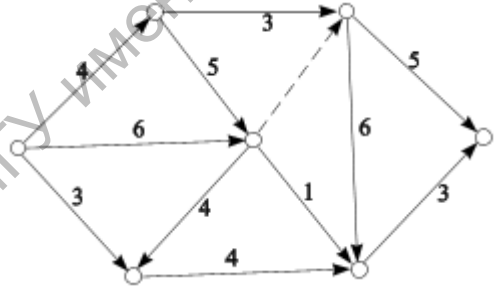
12.19.



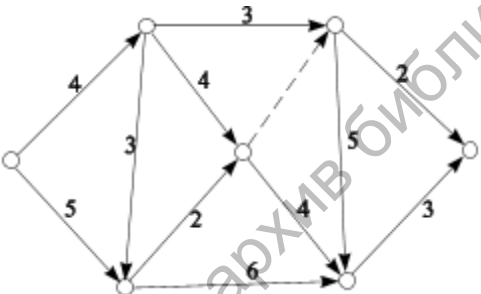
12.20.



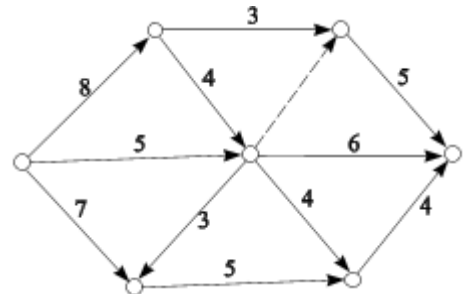
12.21.



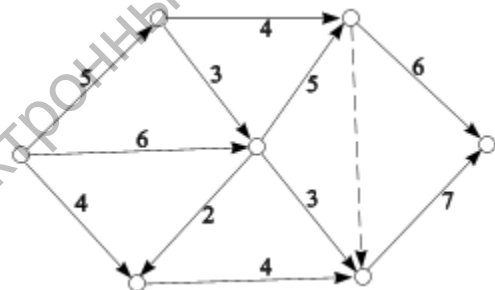
12.22.



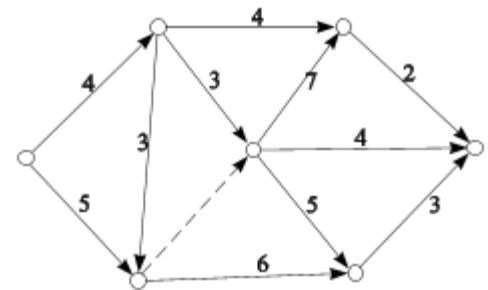
12.23.



12.24.

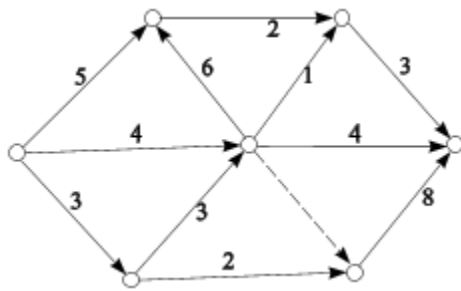


12.25.



12.25.

Электронный архив библиотеки МГУ имени А.А.Кулешова



Задание № 13.

Решить транспортные задачи на минимум, считая что A – матрица запасов, B – матрица потребностей, C – матрица транспортных издержек.

$$13.1. A = \begin{bmatrix} 12 \\ 25 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 15 \\ 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}. \quad 13.2. A = \begin{bmatrix} 16 \\ 10 \\ 25 \\ 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 22 \\ 14 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$13.3. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 32 \\ 20 \\ 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 27 \\ 21 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \\ 8 & 6 & 7 \end{bmatrix}. \quad 13.4. A = \begin{bmatrix} 33 \\ 35 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 15 \\ 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$13.5. A = \begin{bmatrix} 20 \\ 27 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 24 \\ 20 \\ 35 \\ 11 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 7 & 6 \end{bmatrix}. \quad 13.6. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 22 \\ 10 \\ 32 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 16 \\ 21 \\ 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$13.7. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 30 \\ 18 \\ 11 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 25 \\ 17 \\ 22 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}. \quad 13.8. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \\ 28 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \\ 22 \\ 16 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$13.9. A = \begin{bmatrix} 19 \\ 25 \\ 16 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 21 \\ 17 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}. \quad 13.10. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 27 \\ 18 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 17 \\ 22 \\ 12 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 5 \\ 8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$13.11. A = \begin{bmatrix} 18 \\ 30 \\ 25 \\ 17 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 28 \\ 26 \\ 20 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 2 \\ 8 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}. \quad 13.12. A = \begin{bmatrix} 27 \\ 24 \\ 22 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 30 \\ 23 \\ 25 \\ 12 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 & 5 \\ 6 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$13.13. A = \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 30 \\ 18 \\ 25 \\ 11 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 8 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 8 & 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad 13.14. A = \begin{bmatrix} 16 \\ 25 \\ 30 \\ 32 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 18 \\ 27 \\ 25 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & 7 \\ 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$13.15. A = \begin{bmatrix} 41 \\ 27 \\ 36 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 28 \\ 26 \\ 25 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 6 & 2 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}. \quad 13.16. A = \begin{bmatrix} 16 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 35 \\ 20 \\ 24 \\ 18 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$13.17. A = \begin{bmatrix} 19 \\ 25 \\ 16 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 21 \\ 17 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}. \quad 13.18. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 27 \\ 18 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 17 \\ 22 \\ 12 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 5 \\ 8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$13.19. A = \begin{bmatrix} 38 \\ 20 \\ 25 \\ 14 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 18 \\ 26 \\ 25 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad 13.20. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 28 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 35 \\ 22 \\ 27 \\ 20 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$13.21. A = \begin{bmatrix} 22 \\ 32 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 21 \\ 35 \\ 16 \\ 25 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}. \quad 13.22. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 28 \\ 14 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 25 \\ 22 \\ 19 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$13.23. A = \begin{bmatrix} 20 \\ 26 \\ 21 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 20 \\ 24 \\ 28 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}. \quad 13.24. A = \begin{bmatrix} 24 \\ 19 \\ 24 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 38 \\ 26 \\ 18 \\ 22 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$13.25. A = \begin{bmatrix} 26 \\ 30 \\ 15 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 24 \\ 33 \\ 18 \\ 28 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 8 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Задание № 14.

Решить транспортные задачи на максимум, считая что A – матрица запасов, B – матрица потребностей, C – матрица прибыли от перевозки единицы продукции от i -го поставщика j -му потребителю.

$$14.1. A = \begin{bmatrix} 20 \\ 35 \\ 15 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}. \quad 14.2. A = \begin{bmatrix} 18 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$14.3. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 25 \\ 10 \\ 26 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 6 & 8 & 2 \\ 6 & 5 & 5 \end{bmatrix}. \quad 14.4. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 25 \\ 18 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 20 \\ 15 \\ 18 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.5. A = \begin{bmatrix} 12 \\ 25 \\ 16 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 18 \\ 25 \\ 24 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$14.6. A = \begin{bmatrix} 28 \\ 15 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.7. A = \begin{bmatrix} 10 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 16 \\ 12 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$14.8. A = \begin{bmatrix} 20 \\ 32 \\ 26 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 20 \\ 25 \\ 17 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 6 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$14.9. A = \begin{bmatrix} 40 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$14.10. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 34 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 18 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 6 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.11. A = \begin{bmatrix} 17 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 28 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$14.12. A = \begin{bmatrix} 45 \\ 40 \\ 35 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 45 \\ 50 \\ 40 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.13. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 25 \\ 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 10 \\ 34 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$14.14. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \\ 27 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \\ 18 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 4 & 9 & 8 \\ 7 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.15. A = \begin{bmatrix} 21 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 30 \\ 45 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 4 & 5 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$14.16. A = \begin{bmatrix} 35 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 25 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 6 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.17. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 30 \\ 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 35 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 5 \\ 8 & 6 & 4 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$14.18. A = \begin{bmatrix} 24 \\ 30 \\ 35 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 48 \\ 35 \\ 30 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 9 \\ 5 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.19. A = \begin{bmatrix} 10 \\ 45 \\ 25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 22 \\ 10 \\ 25 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.20. A = \begin{bmatrix} 20 \\ 38 \\ 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 24 \\ 20 \\ 42 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 4 \\ 7 & 8 & 5 \\ 4 & 7 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.21. A = \begin{bmatrix} 15 \\ 17 \\ 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 21 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 4 & 8 & 6 \\ 5 & 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.22. A = \begin{bmatrix} 18 \\ 33 \\ 30 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 16 \\ 30 \\ 45 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 6 & 8 & 5 \\ 4 & 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$14.23. A = \begin{bmatrix} 17 \\ 15 \\ 25 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 49 \\ 33 \\ 15 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$14.24. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 12 \\ 34 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 27 \\ 40 \\ 12 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$14.25. A = \begin{bmatrix} 25 \\ 40 \\ 14 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 38 \\ 25 \\ 24 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

Задание № 15.

Найти оптимальный план транспортных задач, для которых a_i , b_j соответственно объемы поставок и потребления, d_r - мощности баз, c_{ir} , c_{rj} - стоимости перевозки единицы продукции от поставщиков базам и от баз к потребителям.

$$15.1. A = \begin{bmatrix} 270 \\ 480 \\ 120 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 185 \\ 240 \\ 150 \\ 90 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 390 \\ 270 \\ 330 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 & 8 \\ 6 & 9 & 4 & 7 \\ 7 & 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}.$$

$$15.2. A = \begin{bmatrix} 380 \\ 270 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 260 \\ 145 \\ 250 \\ 175 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 310 \\ 490 \\ 220 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 6 \\ 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 7 & 5 \\ 6 & 3 & 6 & 4 \\ 8 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$15.3. A = \begin{bmatrix} 570 \\ 295 \\ 100 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 280 \\ 215 \\ 150 \\ 230 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 360 \\ 360 \\ 440 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 6 & 6 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$15.4. A = \begin{bmatrix} 310 \\ 470 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 85 \\ 260 \\ 350 \\ 130 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 290 \\ 270 \\ 330 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 4 \\ 7 & 4 & 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$15.5. A = \begin{bmatrix} 270 \\ 480 \\ 150 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 180 \\ 240 \\ 160 \\ 220 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 390 \\ 470 \\ 230 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 & 8 \\ 6 & 9 & 4 & 7 \\ 7 & 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}.$$

$$15.6. A = \begin{bmatrix} 260 \\ 180 \\ 165 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 260 \\ 140 \\ 285 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 270 \\ 350 \\ 315 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.7. A = \begin{bmatrix} 410 \\ 150 \\ 220 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 285 \\ 260 \\ 150 \\ 130 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 460 \\ 510 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 & 7 \\ 6 & 9 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$15.8. A = \begin{bmatrix} 170 \\ 420 \\ 250 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 300 \\ 80 \\ 180 \\ 210 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 410 \\ 280 \\ 310 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 7 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 3 & 6 \\ 9 & 4 & 5 & 8 \\ 7 & 4 & 6 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.9. A = \begin{bmatrix} 260 \\ 180 \\ 165 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 260 \\ 140 \\ 285 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 270 \\ 350 \\ 215 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.10. A = \begin{bmatrix} 520 \\ 460 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 180 \\ 265 \\ 250 \\ 90 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 280 \\ 290 \\ 330 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 4 \\ 7 & 4 & 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$15.11. A = \begin{bmatrix} 315 \\ 160 \\ 210 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 180 \\ 170 \\ 240 \\ 85 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 360 \\ 410 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$15.12. A = \begin{bmatrix} 250 \\ 215 \\ 160 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 250 \\ 180 \\ 270 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 290 \\ 355 \\ 230 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.13. A = \begin{bmatrix} 185 \\ 190 \\ 125 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 75 \\ 140 \\ 270 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 270 \\ 160 \\ 210 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$15.14. A = \begin{bmatrix} 220 \\ 165 \\ 190 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 235 \\ 210 \\ 80 \\ 230 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 360 \\ 500 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 8 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.15. A = \begin{bmatrix} 515 \\ 345 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 130 \\ 240 \\ 125 \\ 250 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 210 \\ 475 \\ 310 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.16. A = \begin{bmatrix} 255 \\ 185 \\ 260 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 230 \\ 305 \\ 220 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 400 \\ 355 \\ 200 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 1 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$15.17. A = \begin{bmatrix} 115 \\ 160 \\ 225 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 215 \\ 150 \\ 100 \\ 120 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 350 \\ 355 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 4 & 9 \\ 6 & 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$15.18. A = \begin{bmatrix} 210 \\ 350 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 160 \\ 190 \\ 250 \\ 180 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 220 \\ 290 \\ 320 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 4 \\ 7 & 4 & 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

$$15.19. A = \begin{bmatrix} 325 \\ 220 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 210 \\ 150 \\ 125 \\ 100 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 210 \\ 175 \\ 310 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 2 & 6 \\ 4 & 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.20. A = \begin{bmatrix} 210 \\ 180 \\ 200 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 170 \\ 250 \\ 185 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 250 \\ 250 \\ 210 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$15.21. A = \begin{bmatrix} 305 \\ 160 \\ 205 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 215 \\ 150 \\ 100 \\ 220 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 330 \\ 455 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 2 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$15.22. A = \begin{bmatrix} 410 \\ 150 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 160 \\ 190 \\ 250 \\ 80 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 185 \\ 210 \\ 420 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 4 \\ 6 & 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$15.23. A = \begin{bmatrix} 155 \\ 250 \\ 180 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 160 \\ 245 \\ 210 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 320 \\ 330 \\ 200 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \\ 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$15.24. A = \begin{bmatrix} 210 \\ 150 \\ 215 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 120 \\ 95 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 550 \\ 290 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$15.25. A = \begin{bmatrix} 410 \\ 320 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 80 \\ 160 \\ 125 \\ 175 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 210 \\ 300 \\ 320 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Задание № 16.

Используя алгоритм Литтла, найти гамильтонов контур минимальной длины.

$$16.1. C = \begin{bmatrix} \infty & 16 & 9 & 12 & 11 \\ 8 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 10 & 9 & \infty & 12 & 7 \\ 12 & 9 & 10 & \infty & 14 \\ 11 & 8 & 9 & 15 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.2. C = \begin{bmatrix} \infty & 8 & 12 & 7 & 11 \\ 14 & \infty & 11 & 10 & 9 \\ 10 & 9 & \infty & 12 & 7 \\ 12 & 11 & 9 & \infty & 8 \\ 10 & 8 & 9 & 13 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.3. C = \begin{bmatrix} \infty & 9 & 12 & 10 & 11 \\ 14 & \infty & 13 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & \infty & 11 & 8 \\ 12 & 10 & 11 & \infty & 15 \\ 10 & 8 & 9 & 12 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.5. C = \begin{bmatrix} \infty & 5 & 9 & \infty & 10 \\ 8 & \infty & 7 & 6 & 9 \\ 5 & 6 & \infty & 9 & 7 \\ 11 & 9 & 7 & \infty & 9 \\ 12 & 8 & 9 & 6 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.7. C = \begin{bmatrix} \infty & 12 & 9 & 12 & 11 \\ 8 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 12 & 9 & \infty & 14 & 10 \\ 13 & 9 & 10 & \infty & 15 \\ 14 & 8 & 9 & 10 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.9. C = \begin{bmatrix} \infty & 6 & 9 & 7 & 5 \\ 8 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 11 & 9 & \infty & 10 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & \infty & 15 \\ 12 & \infty & 9 & 12 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.11. C = \begin{bmatrix} \infty & 12 & 8 & 7 & 11 \\ 13 & \infty & 10 & 12 & 9 \\ 11 & 9 & \infty & 10 & 13 \\ 10 & 9 & 15 & \infty & 14 \\ 8 & \infty & 9 & 8 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.13. C = \begin{bmatrix} \infty & 12 & 9 & 7 & 11 \\ 8 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 11 & 9 & \infty & 10 & 13 \\ 10 & 9 & 15 & \infty & 11 \\ 12 & \infty & 10 & 9 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.15. C = \begin{bmatrix} \infty & 11 & 9 & 9 & 5 \\ 12 & \infty & 7 & 10 & 9 \\ 11 & 12 & \infty & 10 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & \infty & 10 \\ 13 & \infty & 9 & 12 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.4. C = \begin{bmatrix} \infty & 9 & 11 & 10 & 8 \\ 6 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & \infty & 16 & 13 \\ 12 & 9 & 10 & \infty & 15 \\ 9 & 10 & 8 & 14 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.6. C = \begin{bmatrix} \infty & 10 & 9 & 7 & 8 \\ 8 & \infty & 9 & 10 & \infty \\ 7 & 9 & \infty & 4 & 5 \\ 7 & 11 & 9 & \infty & 8 \\ 10 & 8 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.8. C = \begin{bmatrix} \infty & 10 & 14 & 9 & 8 \\ 11 & \infty & 7 & 10 & 9 \\ 6 & 9 & \infty & 12 & 7 \\ 12 & 11 & 9 & \infty & 13 \\ 10 & \infty & 9 & 13 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.10. C = \begin{bmatrix} \infty & 10 & 19 & 11 & 18 \\ 13 & \infty & 16 & 15 & 9 \\ 11 & 14 & \infty & 10 & 17 \\ 10 & 9 & 17 & \infty & 12 \\ \infty & 16 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.12. C = \begin{bmatrix} \infty & 9 & 8 & 11 & 9 \\ 11 & \infty & 8 & 10 & 9 \\ 7 & 8 & \infty & 9 & 10 \\ 12 & 9 & 13 & \infty & 12 \\ \infty & 10 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.14. C = \begin{bmatrix} \infty & 7 & 9 & 8 & 11 \\ 13 & \infty & 7 & 10 & 9 \\ 11 & 12 & \infty & 10 & 9 \\ 10 & 9 & 9 & \infty & 12 \\ \infty & 8 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.16. C = \begin{bmatrix} \infty & 12 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & \infty & 10 & 8 & 9 \\ 11 & 6 & \infty & 10 & 7 \\ 10 & 9 & 7 & \infty & 12 \\ \infty & 6 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.17. C = \begin{bmatrix} \infty & 6 & 9 & 7 & 5 \\ 8 & \infty & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & \infty & 6 & 9 \\ 11 & 9 & 8 & \infty & 10 \\ 9 & \infty & 9 & 5 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.18. C = \begin{bmatrix} \infty & 10 & 19 & 11 & 18 \\ 13 & \infty & 16 & 15 & 9 \\ 11 & 14 & \infty & 10 & 17 \\ 10 & 9 & 17 & \infty & 12 \\ \infty & 16 & 9 & 11 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.19. C = \begin{bmatrix} \infty & 16 & 9 & 11 & 12 \\ 10 & \infty & 11 & 14 & 9 \\ 11 & 13 & \infty & 10 & 15 \\ 10 & 9 & 17 & \infty & 11 \\ 13 & \infty & 16 & 12 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.20. C = \begin{bmatrix} \infty & 14 & 18 & 11 & 12 \\ 10 & \infty & 13 & 8 & 9 \\ 14 & 15 & \infty & 10 & 17 \\ 12 & 9 & 16 & \infty & 12 \\ \infty & 12 & 14 & 9 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.21. C = \begin{bmatrix} \infty & 20 & 19 & 16 & 12 \\ 18 & \infty & 17 & 14 & 21 \\ 11 & 19 & \infty & 10 & 15 \\ 14 & 19 & 16 & \infty & 15 \\ 20 & \infty & 21 & 19 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.22. C = \begin{bmatrix} \infty & 23 & 19 & 20 & 18 \\ 21 & \infty & 19 & 13 & 17 \\ 11 & 12 & \infty & 15 & 10 \\ 14 & 11 & 17 & \infty & 17 \\ \infty & 16 & 15 & 18 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.23. C = \begin{bmatrix} \infty & 10 & 9 & 7 & 8 \\ 7 & \infty & 11 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & \infty & 10 & 9 \\ 11 & 9 & 8 & \infty & 12 \\ 6 & \infty & 9 & 8 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.24. C = \begin{bmatrix} \infty & 21 & 19 & 20 & 24 \\ 18 & \infty & 16 & 15 & 12 \\ 13 & 14 & \infty & 10 & 15 \\ 16 & 14 & 21 & \infty & 24 \\ \infty & 17 & 15 & 14 & \infty \end{bmatrix}.$$

$$16.25. C = \begin{bmatrix} \infty & 24 & 25 & 19 & 15 \\ 18 & \infty & 17 & 20 & 17 \\ 18 & 19 & \infty & 21 & 25 \\ 26 & 18 & 21 & \infty & 20 \\ 15 & \infty & 18 & 21 & \infty \end{bmatrix}.$$

Задание № 17.

Решить задачи целочисленной оптимизации

а) методом ветвей и границ,

б) методом отсечений.

$$17.1. f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}.$$

$$17.2. f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}.$$

$$17.3. f = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$17.4. f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.5. f = 6x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 8; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$15.7. f = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 4x_1 + x_2 \leq 8; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.9. f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 - 3x_2 \leq 3; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.11. f = -x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 12, \\ -5x_1 + x_2 \leq 5; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.13. f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.15. f = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.17. f = x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \leq 20, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 4; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.19. f = x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.6. f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$15.8. f = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 3x_1 - x_2 \leq 12; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.10. f = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \leq 25, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.12. f = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \leq 20, \\ x_1 + 5x_2 \leq 25; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.14. f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.16. f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.18. f = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_1 + 4x_2 \leq 16; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$17.20. f = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

17.21. $f = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

17.23. $f = -4x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 5, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 40; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

17.25. $f = x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 24; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 3x_1 + x_2 \leq 12; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

17.22. $f = x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

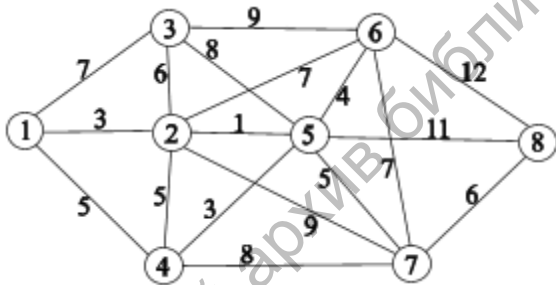
17.24. $f = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \leq 4, \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40; \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

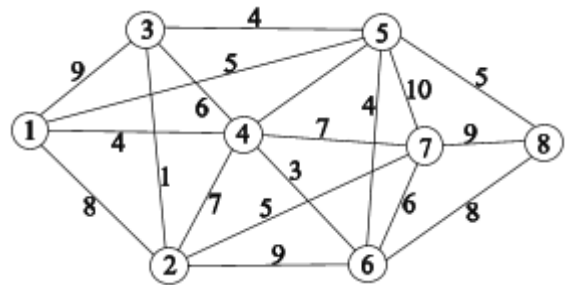
Задание № 18.

Методами динамического программирования найти кратчайший путь из начальной вершины в конечную.

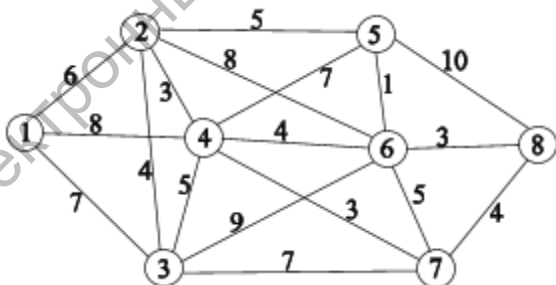
18.1.



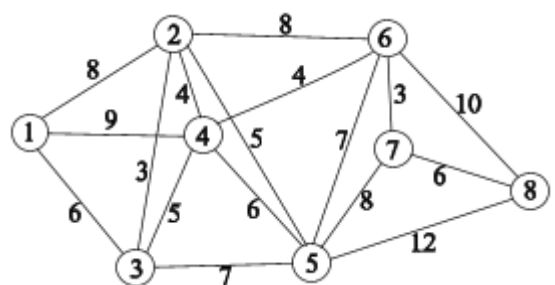
18.2.



18.3.

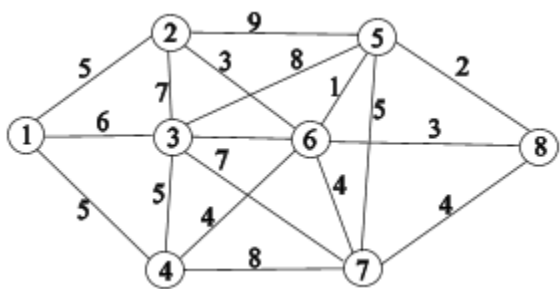


18.4.

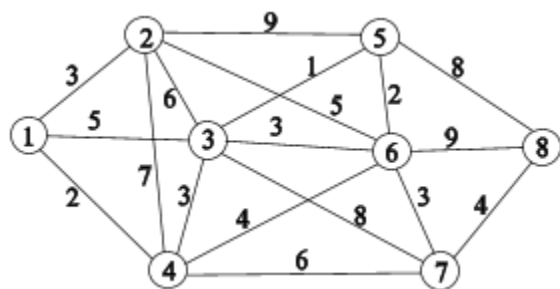


18.5.

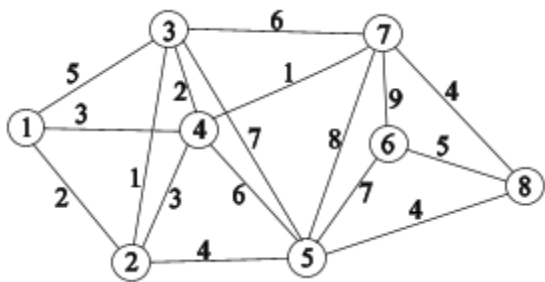
18.6.



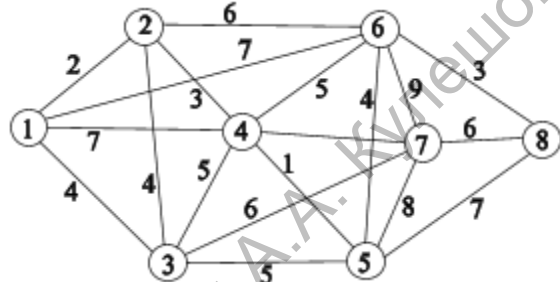
18.7.



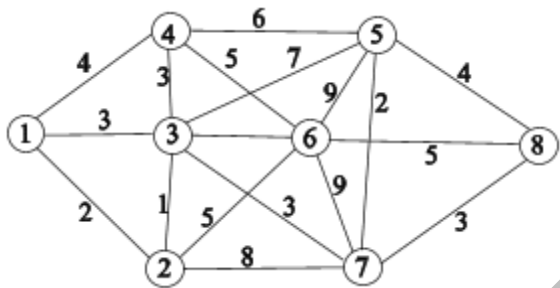
18.8.



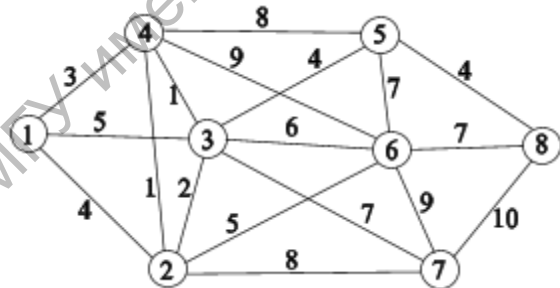
18.9.



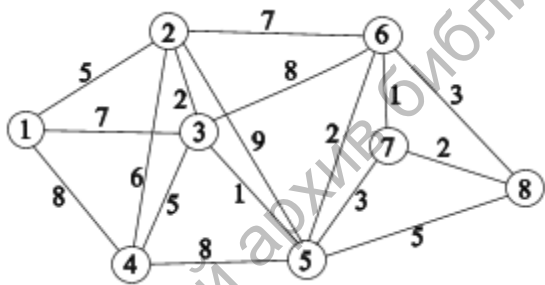
18.10.



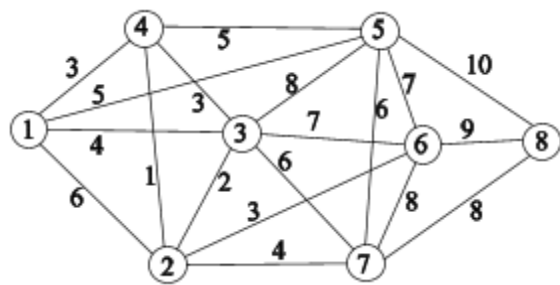
18.11.



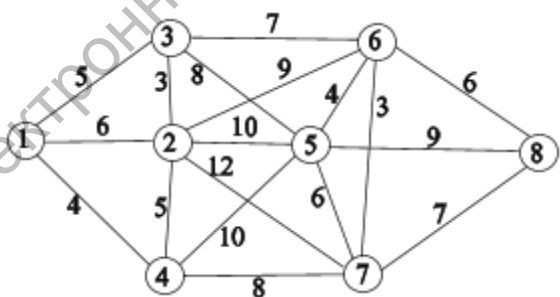
18.12.



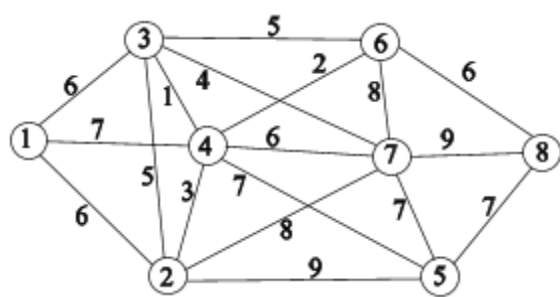
18.13.



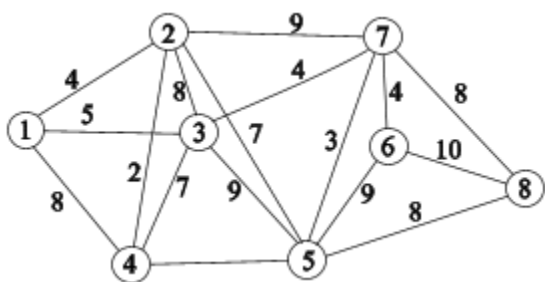
18.14.



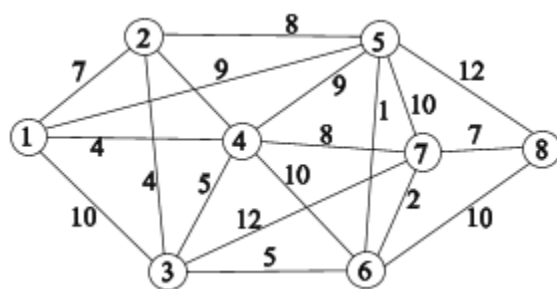
18.15.



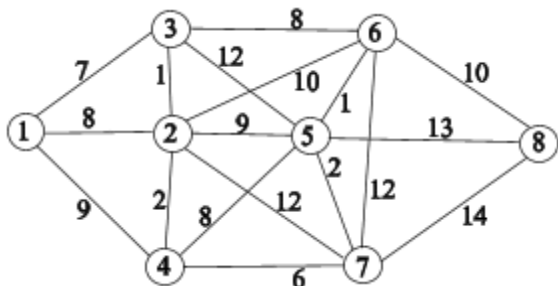
18.16.



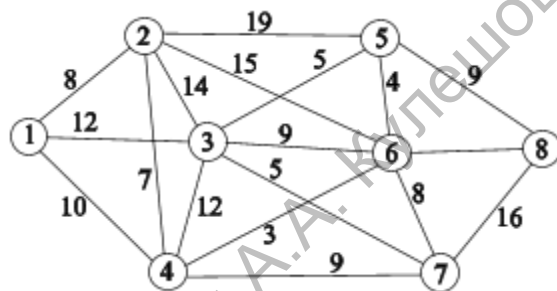
18.17.



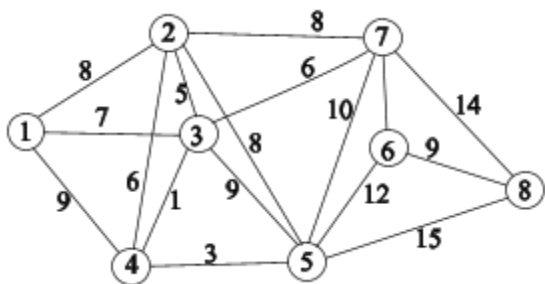
18.18.



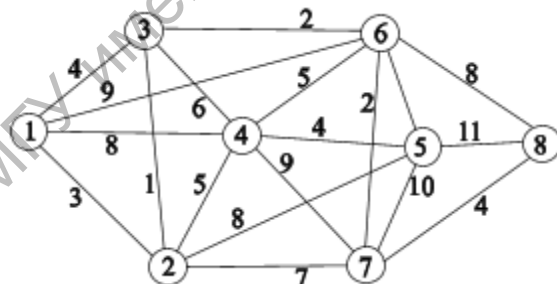
18.19.



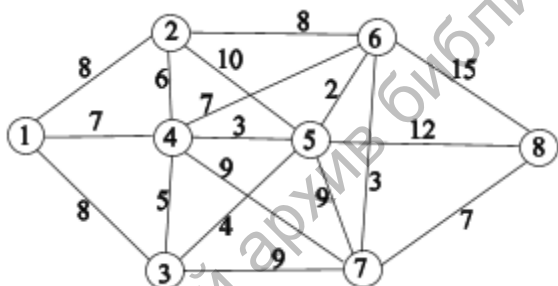
18.20.



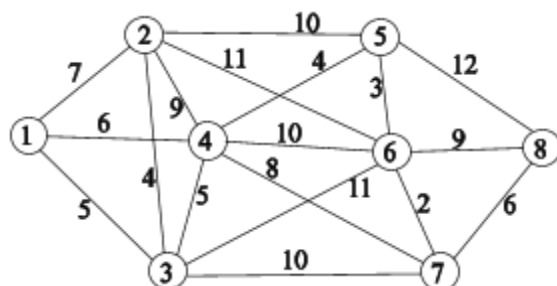
18.21.



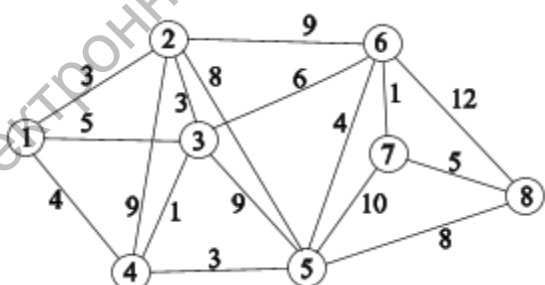
18.22.



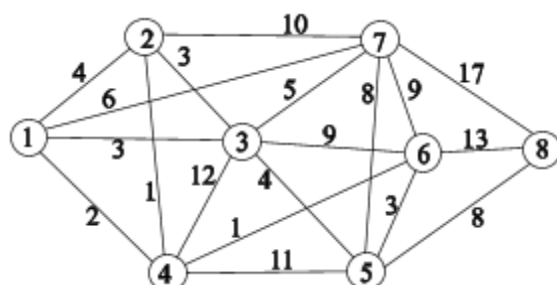
18.23.

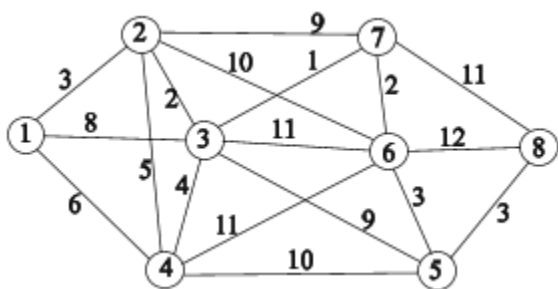


18.24.



18.25.





Задание № 19.

Для матричных игр найти нижнюю и верхнюю цены игры, максиминную и минимаксную стратегии, установить наличие седловых точек.

$$19.1. A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 6 & -1 & 7 & -3 \\ 5 & 6 & 5 & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 5 & 0 & -3 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$19.2. A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 3 & 4 & 7 \\ 6 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -4 & 0 & 7 \\ 8 & 3 & 8 & 5 & 7 \\ 7 & 2 & 5 & 8 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$19.3. A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 5 & 8 & 6 \\ -5 & 3 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & -5 & 3 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$19.4. A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 & -4 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 5 \\ 8 & 9 & 4 & 8 & 4 \\ -1 & -3 & 3 & -5 & 2 \\ 5 & 1 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$19.5. A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 & -5 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & -4 & 10 \\ 1 & 3 & 5 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & 1 & -5 & 8 \\ 0 & -5 & 4 & -6 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$19.6. A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 9 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & 5 & 3 & 4 \\ 7 & 2 & 10 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 6 & -2 & 2 \\ -5 & 1 & -5 & -6 & -7 \end{bmatrix}.$$

$$19.7. A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 5 & 1 & 10 \\ 0 & 3 & 5 & -2 & -1 \\ 5 & 4 & 5 & 0 & 10 \\ 1 & 10 & 0 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$19.8. A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 5 & -4 & 3 \\ 4 & 2 & -5 & -2 & 8 \\ 5 & 2 & 8 & -1 & 9 \\ 0 & -5 & 7 & -2 & 4 \\ 7 & 5 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$19.9. A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & -3 \\ 9 & 5 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -5 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & -3 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$19.10. A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 1 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -6 & 0 & 1 \\ 5 & -5 & -7 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$19.11. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ -1 & 0 & -5 & 3 & -9 \\ 5 & 0 & -1 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$19.13. A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & -4 & 1 & -1 & 0 \\ 9 & 2 & -3 & 0 & -5 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$19.15. A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 0 & 8 & 1 & 9 \\ -4 & -5 & 4 & -4 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & -5 & -7 \end{bmatrix}.$$

$$19.17. A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 1 & 3 & 3 \\ 7 & 8 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & -5 & 0 & -1 \\ 3 & 9 & -6 & 3 & 2 \\ 8 & 5 & -1 & -8 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$19.19. A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 5 & 4 \\ 9 & 5 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & -4 & -5 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & -9 & 6 & -8 \end{bmatrix}.$$

$$19.21. A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 0 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 3 & -4 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & -5 \\ 3 & 1 & -2 & 4 & -7 \\ 6 & 9 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$19.23. A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -3 & -8 \\ 2 & -5 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 1 \\ 7 & -1 & 3 & 0 & 8 \\ -1 & 1 & -2 & 3 & -9 \end{bmatrix}.$$

$$19.12. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & -5 & 1 & -1 \\ -5 & 4 & -8 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 6 & 9 \\ 5 & 0 & -6 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$19.14. A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 5 & -6 & -1 \\ 1 & 3 & 4 & -5 & 1 \\ 9 & 6 & 9 & -2 & 9 \\ 8 & 4 & 9 & -1 & 8 \\ 6 & 0 & 7 & -8 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$19.16. A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -8 & 5 & 4 \\ 0 & -3 & -4 & 0 & -2 \\ -7 & 5 & 0 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & 4 & -5 & 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$19.18. A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 3 & 5 & 1 \\ 5 & 8 & -8 & 4 & -7 \\ 9 & 3 & 0 & 3 & -1 \\ 7 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$19.20. A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 3 & -1 & -3 \\ 5 & 2 & 9 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & -5 & -4 \\ 3 & -5 & 0 & -2 & -7 \end{bmatrix}.$$

$$19.22. A = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 4 & -1 & 6 \\ 9 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & 0 & 7 \\ -1 & -4 & 4 & -3 & -8 \\ 2 & 0 & 9 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$19.24. A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 & 6 \\ -1 & -1 & 3 & -5 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 8 & 6 & 9 & 1 & 4 \\ 2 & -7 & 3 & -8 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$19.25. A = \begin{bmatrix} -8 & -3 & 6 & 0 & -9 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & -1 \\ 7 & 4 & 9 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 6 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Задание № 20.

Произвести возможные упрощения платежных матриц и найти решение матричной игры

а) используя графический метод,

б) сведением к паре задач линейного программирования.

$$20.1. A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -4 & 6 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & -3 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$20.2. A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -4 & 6 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & -3 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$20.3. A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 4 & -2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$20.4. A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \\ 2 & -3 & -5 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$20.5. A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 5 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ -5 & 1 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & -5 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$20.6. A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 & 1 & -3 \\ -4 & 3 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$20.7. A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 2 & 6 \\ 5 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$20.8. A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -5 & 2 \\ -1 & 0 & -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$20.9. A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 9 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & 2 & -1 & 3 \\ -3 & -5 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$20.10. A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & -5 & -4 & 2 & -4 \\ 4 & -3 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$20.11. A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & -5 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$20.12. A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & -5 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$20.13. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & -5 & -4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$20.15. A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 0 & -3 & 3 \\ 8 & -2 & 1 & -3 & -5 \\ 5 & 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$20.17. A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & -2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$20.19. A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & 0 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$20.21. A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -3 & 4 \\ 8 & 0 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & -2 & 2 & 3 \\ -4 & 3 & 1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$20.23. A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 5 & -3 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$20.25. A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 & -4 & -7 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$20.14. A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -5 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$20.16. A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 3 & 6 \\ 9 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -3 & -5 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$20.18. A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 2 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$20.20. A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -2 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$20.22. A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 0 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 5 & -1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$20.24. A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & -5 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Гороховик В.В. Конечномерные задачи оптимизации.* – Минск: 2006.
2. *Галеев Э.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи.* – Москва: КомКнига, 2006.
3. *Исследование операций: Курс лекций / В.И. Бахтин, А.П. Коваленок, А.В. Лебедев, Ю.В. Лысенко.* – Мн.: БГУ, 2003.
4. *Конюховский П.В. Математические методы исследования операций в экономике.* – СПб.: Питер, 2000.
5. *Костевич, Л.С. Математическое программирование: Информационные технологии оптимальных решений: Учеб. Пособие / Л.С. Костевич // Мн.: Новое знание, 2003.*
6. *Кузнецов А. В. Высшая математика. Математическое программирование /Кузнецов А. В., Сакович В. А., Холод Н. И. – Мн.: Выш. шк., 1994.*
7. *Кузнецов А. В. Руководство к решению задач по математическому программированию /Кузнецов А. В., Холод Н. И., Костевич Л. С. – Мн.: Выш. шк., 2001.*
8. *Сборник задач и упражнений по высшей математике: математическое программирование /Под общ. Ред. А. В. Кузнецова, Р. А. Рутковского.- Мн.: Выш. шк., 2002.*
9. *Сакович В. А. Исследование операций.- Мн.:Выш.шк., 1985.*
10. *Лекции по теории графов. / В. А. Емеличев, О.И.Мельников, В.И. Сарванов и др. – М.: Наука, 1990.*
11. *Теория игр. Исследование операций. / Л.С.Костевич, Л.А. Лапо – Мн.: Выш.шк., 1984.*

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Задание № 1</i>	3
<i>Задание № 2</i>	4
<i>Задание № 3</i>	6
<i>Задание № 4</i>	8
<i>Задание № 5</i>	9
<i>Задание № 6</i>	13
<i>Задание № 7</i>	15
<i>Задание № 8</i>	18
<i>Задание № 9</i>	19
<i>Задание № 10</i>	19
<i>Задание № 11</i>	22
<i>Задание № 12</i>	24
<i>Задание № 13</i>	27
<i>Задание № 14</i>	28
<i>Задание № 15</i>	29
<i>Задание № 16</i>	32
<i>Задание № 17</i>	34
<i>Задание № 18</i>	36
<i>Задание № 19</i>	39
<i>Задание № 20</i>	41
<i>Рекомендуемая литература</i>	43