

**В.Н. Борбат  
Н.В. Сакович**

**СБОРНИК  
ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ  
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Часть 1**

**Могилев 2009**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учреждение образования  
«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. А.А.КУЛЕШОВА»

В.Н. Борбат, Н.В. Сакович

**СБОРНИК  
ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ  
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

В двух частях

Часть 1

Для студентов факультета  
экономики и права



Могилев 2009



УДК 51(075.8)

ББК 22.1

Б82

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
УО «МГУ им. А.А. Кулешова»*

**Рецензент**

кандидат физико-математических наук доцент кафедры  
информатики и вычислительной техники  
УО «Могилевский государственный университет продовольствия»  
*В.Л. Титов*

**Борбат, В.Н.**

Б82      Сборник индивидуальных заданий по высшей математике:  
в 2 ч. Ч. 1 / В.Н. Борбат, Н.В. Сакович. – Могилев: УО «МГУ  
им. А.А. Кулешова», 2009. – 48 с.

ISBN 978-985-480-540-5.

Сборник индивидуальных заданий предназначен для организации индивидуальной домашней работы студентов 1 курса специальностей «Экономика управления на предприятии» и «Менеджмент» факультета экономики и права по высшей математике в первом семестре. Материал сборника разбит на 4 индивидуальных задания, которые содержат задачи по следующим разделам высшей математики: системы линейных уравнений и арифметические векторы, матрицы и определители, основы векторной алгебры, прямые и плоскости, линии второго порядка, функции и пределы, непрерывность функции, производная и дифференциал, применение производной для исследования функций и построения их графиков.

**УДК 51(075.8)**

**ББК 22.1**

ISBN 978-985-480-540-5 (ч. 1)  
ISBN 978-985-480-539-9

© Борбат В.Н., Сакович Н.В., 2009

© Оформление.

УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2009

## ИДЗ № 1

### № 1

Решите систему линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных

1.1.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 4x_4 + 3 &= 0, \\2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 3 &= 0, \\3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 - 3 &= 0, \\x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 22 &= 0.\end{aligned}$$

1.3.

$$\begin{aligned}4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 - 7 &= 0, \\x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 3 &= 0, \\3x_1 - x_2 + 2x_3 + 1 &= 0, \\2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 7 &= 0.\end{aligned}$$

1.5.

$$\begin{aligned}2x_1 - 2x_2 + x_4 + 3 &= 0, \\2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 6 &= 0, \\3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 &= 0, \\x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 2 &= 0.\end{aligned}$$

1.7.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 &= 6, \\3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 &= 2, \\2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 &= 6, \\3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 &= -7.\end{aligned}$$

1.9.

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 &= 0, \\6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 &= 0, \\10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 &= 0, \\8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 &= 0.\end{aligned}$$

1.11.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 &= 79, \\3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 &= 263, \\2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 &= 146, \\x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 &= 92.\end{aligned}$$

1.2.

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 &= 6, \\x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 &= 6, \\4x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 8x_4 &= 10, \\2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 &= 3.\end{aligned}$$

1.4.

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 &= 33, \\2x_1 - 4x_2 + 11x_3 - 16x_4 &= -7, \\-2x_1 + 4x_2 - 11x_3 + x_4 &= -8, \\16x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 33.\end{aligned}$$

1.6.

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 &= -2, \\6x_1 - 4x_2 + 10x_3 + 12x_4 &= 8, \\3x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 14x_4 &= -20, \\12x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 32x_4 &= 40.\end{aligned}$$

1.8

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 12x_3 + 7x_4 &= 14, \\-2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 1, \\x_1 + 3x_2 + x_3 + 10x_4 &= 6, \\-x_1 - 6x_2 + 14x_3 + 2x_4 &= 46.\end{aligned}$$

1.10.

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 10x_4 &= 14, \\x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 9x_4 &= 13, \\2x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 11x_4 &= 14, \\x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 13x_4 &= 19.\end{aligned}$$

1.12.

$$\begin{aligned}x_1 + 4x_2 - 11x_3 + 12x_4 &= 6 \\2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 &= 5 \\2x_1 + x_2 + 3x_3 + 17x_4 &= 1 \\2x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 &= 1\end{aligned}$$

1.13.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 1, \\2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 6, \\2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 4.\end{aligned}$$

1.15.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 35, \\5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 &= 35, \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 12.\end{aligned}$$

1.17

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 15, \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 35, \\x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 + 15x_5 &= 70, \\x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 35x_5 &= 126, \\x_1 + 5x_2 + 15x_3 + 35x_4 + 70x_5 &= 210.\end{aligned}$$

1.19.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 2, \\2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 13x_5 &= 12, \\3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 + 21x_5 &= 17, \\x_1 - 7x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 2x_5 &= 57, \\x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 10x_5 &= 7.\end{aligned}$$

1.21

$$\begin{aligned}6x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 18x_4 + 20x_5 &= 14, \\10x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 24x_4 + 30x_5 &= 18, \\12x_1 + 12x_2 + 13x_3 + 27x_4 + 35x_5 &= 32, \\8x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 15x_4 + 20x_5 &= 16, \\4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 15x_4 + 15x_5 &= 11.\end{aligned}$$

1.23.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 + 9 &= 0, \\2x_1 + 2x_2 + 17x_3 + 17x_4 + 82x_5 + 146 &= 0, \\2x_1 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 + 10 &= 0, \\x_2 + 4x_3 + 12x_4 + 27x_5 + 26 &= 0, \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 10x_4 - 37 &= 0.\end{aligned}$$

1.14.

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 - 11x_3 - 16x_4 &= 100, \\21x_1 - 4x_2 + x_3 + 6x_4 &= 101, \\2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 &= 99, \\17x_1 - 12x_2 + x_3 + 6x_4 &= 1.\end{aligned}$$

1.16

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 30, \\2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 &= 35, \\x_1 + 15x_2 + 2x_3 + 14x_4 + 5x_5 &= 135.\end{aligned}$$

1.18.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 4 \\x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 4 \\3x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 &= 4 \\3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 &= 4 \\3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 9x_4 &= 8.\end{aligned}$$

1.20

$$\begin{aligned}4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 8, \\3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 &= 7, \\2x_1 - x_2 - 5x_4 &= 6, \\5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 &= 1.\end{aligned}$$

1.22.

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 1, \\8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 &= 3, \\4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 3, \\2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 &= 3.\end{aligned}$$

1.24.

$$\begin{aligned}5x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 14x_4 &= 21, \\5x_1 - x_2 + 8x_3 - 13x_4 + 3x_5 &= 12, \\10x_1 + x_2 - 2x_3 + 7x_4 - x_5 &= 29, \\15x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 9x_4 + 7x_5 &= 130, \\2x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 7x_5 &= -13.\end{aligned}$$

1.25.

$$\begin{aligned}2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 &= 5, \\x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 &= 3, \\x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 &= 1, \\5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 12.\end{aligned}$$

## № 2

Найдите базис и ранг системы векторов. Выразите небазисные вектора через базисные

2.1.  $\bar{a}_1 = (4, -1, 3, -2), \bar{a}_2 = (8, -2, 6, -4), \bar{a}_3 = (3, -1, 4, -2), \bar{a}_4 = (6, -2, 8, -4).$

2.2.  $\bar{a}_1 = (1, 2, 0, 0), \bar{a}_2 = (1, 2, 3, 4), \bar{a}_3 = (3, 6, 0, 0).$

2.3.  $\bar{a}_1 = (1, 2, 3, 4), \bar{a}_2 = (2, 3, 4, 5), \bar{a}_3 = (3, 4, 5, 6), \bar{a}_4 = (4, 5, 6, 7).$

2.4.  $\bar{a}_1 = (2, 1, -3, 1), \bar{a}_2 = (4, 2, -6, 2), \bar{a}_3 = (6, 3, -9, 3), \bar{a}_4 = (1, 1, 1, 1).$

2.5.  $\bar{a}_1 = (1, 2, 3), \bar{a}_2 = (2, 3, 4), \bar{a}_3 = (3, 2, 3), \bar{a}_4 = (4, 3, 4), \bar{a}_5 = (1, 1, 1).$

2.6.  $\bar{a}_1 = (5, 2, -3, 1), \bar{a}_2 = (4, 1, -2, 3), \bar{a}_3 = (1, 1, -1, -2), \bar{a}_4 = (3, 4, -1, 2).$

2.7.  $\bar{a}_1 = (2, -1, 3, 5), \bar{a}_2 = (4, -3, 1, 3), \bar{a}_3 = (3, -2, 3, 4), \bar{a}_4 = (4, -1, 15, 17),$   
 $\bar{a}_5 = (7, -6, -7, 0).$

2.8.  $\bar{a}_1 = (1, 2, 3, -4), \bar{a}_2 = (2, 3, -4, 1), \bar{a}_3 = (2, -5, 8, -3), \bar{a}_4 = (5, 26, -9, -12),$   
 $\bar{a}_5 = (3, -4, 1, 2).$

2.9.  $\bar{a}_1 = (1, 0, 0, 2, 5), \bar{a}_2 = (0, 1, 0, 3, 4), \bar{a}_3 = (0, 0, 1, 4, 7),$   
 $\bar{a}_4 = (2, -3, 4, 11, 12).$

2.10.  $\bar{a}_1 = (4, -5, 2, 6), \bar{a}_2 = (2, -2, 1, 3), \bar{a}_3 = (6, -3, 3, 9), \bar{a}_4 = (4, -1, 5, 6).$

2.11.  $\bar{a}_1 = (5, 4, 3), \bar{a}_2 = (3, 3, 2), \bar{a}_3 = (8, 1, 3).$

2.12.  $\bar{a}_1 = (2, -3, 1), \bar{a}_2 = (3, -1, 5), \bar{a}_3 = (1, -4, 3).$

2.13.  $\bar{a}_1 = (4, -2, 6), \bar{a}_2 = (6, -3, 9).$

2.14.  $\bar{a}_1 = (1, 2, 3), \bar{a}_2 = (3, 6, 7).$

$$2.15. \bar{a}_1 = (4, 1, 3, -2), \bar{a}_2 = (1, 2, -3, 2), \bar{a}_3 = (16, 9, 1, -3).$$

$$2.16. \bar{a}_1 = (2, 2, 3, -4), \bar{a}_2 = (3, 3, -4, 1), \bar{a}_3 = (4, -5, 8, -3), \bar{a}_4 = (6, 26, -9, -12), \\ \bar{a}_5 = (4, -4, 1, 2).$$

$$2.17. \bar{a}_1 = (1, 1, 3, -4), \bar{a}_2 = (2, 2, -4, 1), \bar{a}_3 = (2, -4, 8, -3), \bar{a}_4 = (5, 25, -9, -12), \\ \bar{a}_5 = (3, -5, 1, 2).$$

$$2.18. \bar{a}_1 = (1, 2, 2, -4), \bar{a}_2 = (2, 3, -5, 1), \bar{a}_3 = (2, -5, 7, -3), \bar{a}_4 = (5, 6, -8, -12), \\ \bar{a}_5 = (3, -4, 2, 2).$$

$$2.19. \bar{a}_1 = (1, 2, 3, -3), \bar{a}_2 = (2, 3, -4, 2), \bar{a}_3 = (2, -5, 8, -2), \bar{a}_4 = (5, 26, -9, -11), \\ \bar{a}_5 = (3, -4, 1, 3).$$

$$2.20. \bar{a}_1 = (3, 2, 3, -4), \bar{a}_2 = (2, 3, -4, 1), \bar{a}_3 = (5, 5, -1, -3), \bar{a}_4 = (7, 8, -5, -2), \\ \bar{a}_5 = (3, -4, 1, 2).$$

$$2.21. \bar{a}_1 = (1, 2, 3, -4), \bar{a}_2 = (12, 0, -16, 1), \bar{a}_3 = (7, -2, -7, 2), \bar{a}_4 = (5, 2, -9, -1), \\ \bar{a}_5 = (2, -4, 2, 3).$$

$$2.22. \bar{a}_1 = (5, 2, 3, -4), \bar{a}_2 = (5, 3, -4, 1), \bar{a}_3 = (0, -1, 7, -3), \bar{a}_4 = (5, 6, -9, -1), \\ \bar{a}_5 = (5, -4, 1, 2).$$

$$2.23. \bar{a}_1 = (1, 2, 3, 4), \bar{a}_2 = (2, 3, 4, 5), \bar{a}_3 = (5, 4, 3, 2), \bar{a}_4 = (4, 3, 2, 1).$$

$$2.24. \bar{a}_1 = (1, 2, 3, 4), \bar{a}_2 = (2, 1, 3, 4), \bar{a}_3 = (2, 1, 4, 3), \bar{a}_4 = (1, 2, 4, 3).$$

$$2.25. \bar{a}_1 = (1, 2, 2, 1), \bar{a}_2 = (2, 3, 3, 2), \bar{a}_3 = (3, 4, 4, 3), \bar{a}_4 = (4, 5, 5, 4), \\ \bar{a}_5 = (5, 6, 6, 5).$$

### № 3

Найдите ранг матрицы

3.1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.2.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

3.3.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & 1 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

3.4.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.5.

$$\begin{pmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{pmatrix}.$$

3.6.

$$\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}.$$

3.7.

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}.$$

3.8.

$$\begin{pmatrix} -6 & 4 & 8 & -1 & 6 \\ -5 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & -7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3.9.

$$\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}.$$

3.10.

$$\begin{pmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

3.11.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 1 \\ 12 & 9 & 8 & -7 & 3 \\ -12 & -15 & -8 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.12.

$$\begin{pmatrix} 77 & 32 & 6 & 5 & 3 \\ 32 & 14 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



3.13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.14.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3.15.

$$\begin{pmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{pmatrix}.$$

3.16.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.17.

$$\begin{pmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{pmatrix}.$$

3.18.

$$\begin{pmatrix} 27 & 44 & 40 & 55 \\ 20 & 64 & 21 & 40 \\ 13 & -20 & -13 & 24 \\ 46 & 45 & -55 & 84 \end{pmatrix}.$$

3.19.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

3.20.

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3.21.

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

3.22.

$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}.$$

3.23.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

3.24

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

3.25.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & 3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найдите произведения матриц

4.1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & -4 & 4 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \\ -16 & -11 & -15 & 14 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

4.2.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4.3.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4.4.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \\ 9 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -4 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & 11 \\ 16 & 24 & 8 & -8 \\ 8 & 16 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

4.5.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

4.6.

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

4.7.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4.8.

$$\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

4.9.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

4.10.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.11.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.12.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

4.13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.14.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.15.

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

4.16.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4.17.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 1 \\ 12 & 9 & 8 & -7 & 3 \\ -12 & -15 & -8 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 77 & 32 & 6 & 5 & 3 \\ 32 & 14 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.18.

$$\begin{pmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.19.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

4.20.

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}.$$

4.21.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

4.22.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & 3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}.$$

4.23.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.24.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & 1 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

4.25.

$$\begin{pmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

## № 5

Решите систему линейных уравнений матричным методом

5.1.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 6. \end{aligned}$$

5.3.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 &= 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= -3. \end{aligned}$$

5.5.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 &= 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 &= 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 &= 37. \end{aligned}$$

5.7.

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 &= 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 &= 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 &= 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 &= 0. \end{aligned}$$

5.9.

$$\begin{aligned} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 &= 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 &= 0, \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 &= 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 0. \end{aligned}$$

5.2.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 10, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 &= 12, \\ 6x_2 + x_3 + x_4 &= 8, \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 3x_4 &= -1. \end{aligned}$$

5.4.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 &= 16, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 15, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 &= 30. \end{aligned}$$

5.6.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= -4, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 14, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= -2, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0. \end{aligned}$$

5.8.

$$\begin{aligned} 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= -6, \\ 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 &= 13, \\ 8x_1 - 9x_2 + 4x_3 + 9x_4 &= -13, \\ 7x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 &= -15. \end{aligned}$$

5.10.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 &= 9, \\ x_1 + 2x_2 &= 3, \\ 2x_1 + 3x_2 &= 8, \\ x_2 + 2x_4 &= 0. \end{aligned}$$

5.11.

$$6x + 5y - 2z + 4t + 4 = 0,$$

$$9x - y + 4z - t - 13 = 0,$$

$$3x + 4y + 2z - 2t - 1 = 0,$$

$$3x - 9y + 2t - 11 = 0.$$

5.13.

$$2x - y - 6z + 3t + 1 = 0,$$

$$7x - 4y + 2z - 15t + 32 = 0,$$

$$x - 2y - 4z + 9t - 5 = 0,$$

$$x - y + 2z - 6t + 8 = 0.$$

5.15.

$$2x + y + 4z + 8t = -1,$$

$$x + 3y - 6z + 2t = 3,$$

$$3x - 2y + 2z - 2t = 8,$$

$$2x - y + 2z = 4.$$

5.17.

$$2x - y + 5z = 9,$$

$$3x - 5y + z = -4,$$

$$4x - 7y + z = 5.$$

5.19.

$$2x - 5y + 3z + t = 5,$$

$$3x - 7y + 3z - t = -1,$$

$$5x - 9y + 6z + 4t = 7,$$

$$4x - 6y + 3z + t = 8.$$

5.21.

$$2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2,$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 10,$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3.$$

5.23.

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1,$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -13,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2.$$

5.12.

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -5,$$

$$5x_1 + 9x_2 + 7x_3 = -14,$$

$$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -6.$$

5.14.

$$2x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 16,$$

$$5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 16,$$

$$7x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 22.$$

5.16.

$$3x_1 - 5x_2 - x_3 = -1,$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 4,$$

$$3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 23.$$

5.18.

$$2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 4,$$

$$3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 4,$$

$$4x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 4.$$

5.20.

$$3x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 11,$$

$$-5x_1 + 7x_2 - 9x_3 - 6x_4 = -32,$$

$$-2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 2,$$

$$2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 24.$$

5.22.

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 12,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3.$$

5.24.

$$x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1,$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -23.$$

5.25.

$$2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 12,$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 12,$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3.$$

№ 6

Решите систему линейных уравнений из задания 5 методом Крамера.

№ 7

Вычислите определитель матрицы

7.1.

$$\begin{pmatrix} 27 & 44 & 40 & 55 \\ 20 & 64 & 21 & 40 \\ 13 & -20 & -13 & 24 \\ 46 & 45 & -55 & 84 \end{pmatrix}.$$

7.2.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

7.3.

$$\begin{pmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{pmatrix}.$$

7.4.

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

7.5.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-5}{2} & \frac{3}{5} & \frac{3}{2} \\ 3 & -12 & \frac{21}{5} & 15 \\ \frac{2}{3} & \frac{-9}{2} & \frac{4}{5} & \frac{5}{2} \\ \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{-1}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}.$$

7.6.

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & 2 & \frac{-1}{2} & -5 \\ 1 & -2 & \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{5}{6} & \frac{-4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{-4}{5} & \frac{1}{2} & \frac{12}{15} \end{pmatrix}.$$



7.7.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & 1 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

7.8.

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{-9}{2} & \frac{-3}{2} & -3 \\ \frac{5}{3} & \frac{-8}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-7}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{-5}{3} & -1 & \frac{-2}{3} \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{pmatrix}.$$

7.9.

$$\begin{pmatrix} -6 & 4 & 8 & -1 & 6 \\ -5 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & -7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

7.10.

$$\begin{pmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{pmatrix}.$$

7.11.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

7.12.

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

7.13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.14.

$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}.$$

7.15.

$$\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}.$$

7.16.

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

7.17.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

7.18.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7.19.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 1 \\ 12 & 9 & 8 & -7 & 3 \\ -12 & -15 & -8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7.20.

$$\begin{pmatrix} 77 & 32 & 6 & 5 & 3 \\ 32 & 14 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7.21.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

7.22.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7.23.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7.24.

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}$$

7.25.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & 3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

## № 8

Найдите матрицу, обратную для данной:

- а) выполняя над матрицей элементарные преобразования;  
 б) с помощью алгебраических дополнений.

8.1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

8.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

8.3.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

8.4.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & 3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

8.5.

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

8.6.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

8.7.

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

8.8.

$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

8.9.

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

8.10.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

8.11.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

8.12.

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

8.13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

8.14.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

8.15.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8.16.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8.17.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8.18.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8.19.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

8.20.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

8.21.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

8.22.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 & -3 \\ 2 & 6 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

8.23.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

8.24.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

8.25.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

## ИДЗ № 2

## № 1

1.1 Каким условием должны быть связаны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы вектор  $\vec{a} + \vec{b}$  делил угол между ними пополам? Предполагается, что все три вектора отнесены к общему началу.

1.2 Три вектора  $\overline{AB} = \vec{c}$ ,  $\overline{BC} = \vec{a}$ ,  $\overline{CA} = \vec{b}$  служат сторонами треугольника, с помощью  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  выразить векторы, совпадающие с медианами треугольника.

1.3 Сторона  $BC$  треугольника  $ABC$  разделена на пять равных частей и все точки деления  $K, L, M, P$  соединены с противоположащей вершиной  $A$ . Обозначив стороны  $\overline{AB} = \vec{c}$ ,  $\overline{BC} = \vec{a}$ , найти выражения для векторов  $\overline{KA}, \overline{LA}, \overline{MA}, \overline{PA}$ .

1.4 При каких значениях  $m$  и  $n$  вектора  $\vec{a} = (-1, -3, m)$  и  $\vec{b} = (n, 1, 6)$  коллинеарны?

1.5 Выясните является ли четырехугольник  $ABCD$  трапецией, если  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, -2, 7)$ ,  $C(5, 1, -3)$ ,  $D(6, -1, -1)$ .

1.6 Выясните является ли четырехугольник  $ABCD$  параллелограммом, если  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, -2, 7)$ ,  $C(5, 1, -3)$ ,  $D(6, -1, -1)$ .

1.7 Даны три точки  $A(4, 2, 3)$ ,  $B(5, -2, 3)$ ,  $C(5, 1, -3)$ . Существует ли в плоскости Оху точка  $D$ , такая что вектора  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  коллинеарны?

1.8 Зная три вершины параллелограмма  $ABCD$   $A(5, 2, 3)$ ,  $B(5, -2, 1)$ ,  $C(4, 1, -3)$ , найдите его четвертую вершину  $D$ .

1.9 Выясните лежат ли точки  $A(4, 2, 3)$ ,  $B(5, -2, 4)$ ,  $C(7, -10, 6)$  на одной прямой.

1.10 Проверить, что медианы любого треугольника, в свою очередь могут служить сторонами другого треугольника.

1.11 Зная векторы, служащие сторонами треугольника  $\overline{AB} = \vec{c}$ ,  $\overline{BC} = \vec{a}$ ,  $\overline{CA} = \vec{b}$ , найти векторы, соответственно коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.

1.12 В ромбе ABCD даны диагонали  $\overline{AC} = \vec{a}$  и  $\overline{BD} = \vec{b}$ . Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  и  $\overline{DA}$ .

1.13 Зная разложения векторов  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  по трем некопланарным векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , проверить, будут ли  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  компланарны, и в случае утвердительного ответа дать линейную зависимость, их связывающую:  $\vec{l} = 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{m} = 2\vec{b} - \vec{c} - \vec{a}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$ .

1.14 Зная разложения векторов  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  по трем некопланарным векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , проверить, будут ли  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  компланарны, и в случае утвердительного ответа дать линейную зависимость, их связывающую:  $\vec{l} = \vec{c}$ ,  $\vec{m} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

1.15 Зная разложения векторов  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  по трем некопланарным векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , проверить, будут ли  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  компланарны, и в случае утвердительного ответа дать линейную зависимость, их связывающую:  $\vec{l} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{m} = \vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{n} = -\vec{a} + \vec{c}$ .

1.16 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ .

1.17 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $\vec{a} + \vec{b} = \lambda(\vec{a} - \vec{b})$ .

1.18 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ .

1.19 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}' + \vec{b}'|$

1.20 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$

1.21 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

1.22 Какой особенностью должны обладать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имело место соотношение  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ .

1.23 Докажите, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.

1.24 При каком значении коэффициента  $\alpha$  векторы  $\vec{p} = \alpha \vec{a} + 5\vec{b}$  и  $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$  окажутся коллинеарными, если  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  — не коллинеарны?

1.25 Найдите линейную зависимость между данными четырьмя векторами  $\vec{a} = (2, -2, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, 0)$ ,  $\vec{a}_1 = (0, 2, 1)$ ,  $\vec{b}_1 = (0, 2, -2)$ .

## № 2

2.1 Зная проекции нескольких векторов на одну и ту же ось: проекция  $\vec{a}$  равна 5, проекция  $\vec{b}$  равна -3, проекция  $\vec{c}$  равна -8, проекция  $\vec{d}$  равна 6, можно ли заключить, что эти векторы образуют замкнутую ломаную линию?

2.2 Чему равна сумма  $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$ , если  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  - три орта, удовлетворяющих условию  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ?

2.3 Зная, что векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют треугольник, т.е.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  вычислить длину стороны  $\vec{c}$ , считая  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  известными.

2.4 При каких значениях  $m$  вектора  $\vec{a} = (-1, -3, m)$  и  $\vec{b} = (m, 1, 6)$  ортогональны?

2.5 Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  единичной длины образуют парами углы в  $60^\circ$ . Найдите угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b} + \vec{c}$ .

2.6 Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  единичной длины образуют парами углы в  $60^\circ$ . Найдите угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b} - \vec{c}$ .

2.7 Даны три точки  $A(4, 2, 3)$ ,  $B(5, -2, 3)$ ,  $C(5, 1, -3)$ . Существует ли в плоскости  $Oxy$  точка  $D$ , такая что вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  ортогональны?

2.8 Даны три точки  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(-1, 1, 2)$ ,  $C(0, 2, -1)$ . Существует ли на оси  $Oz$  точка  $D$ , такая, что вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  ортогональны?

2.9 Будут ли равносильны следующие два равенства  $\vec{a} = \vec{b}$  и  $\vec{a}\vec{c} = \vec{b}\vec{c}$

2.10 Будут ли равносильны следующие два равенства  $\vec{a} = \vec{b}$  и  $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$

2.11 Вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  единичной длины образуют угол в  $60^\circ$ . Вектор  $\vec{c}$  имеет длину 2 и перпендикулярен векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

2.12 Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{A} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{B} = \vec{p} - 3\vec{q}$ , если известно, что  $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{q}| = 3$  и  $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$ .

2.13 К одной и той же точке приложены две силы  $\vec{P}$  и  $\vec{Q}$ , действующие под углом  $120^\circ$ , причем  $|\vec{P}| = 7$  и  $|\vec{Q}| = 4$ . Найти величину равнодействующей силы  $\vec{R}$ .

2.14 Найти равнодействующую пяти компланарных сил, равных по величине и приложенных к одной и той же точке, зная, что углы между каждыми двумя последовательными силами равны  $72^\circ$ .

2.15 Вычислить угол между векторами  $\vec{A} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{B} = \vec{p} + 5\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - единичные взаимно перпендикулярные векторы.

2.16 В прямоугольном равнобедренном треугольнике проведены медианы из вершин острых углов. Вычислить угол между ними.

2.17 Зная векторы, образующие треугольник:  $\overline{AB} = 2\bar{a} - 6\bar{b}$ ,  $\overline{BC} = \bar{a} + 7\bar{b}$  и  $\overline{CA} = -3\bar{a} - \bar{b}$ , где  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  – взаимно перпендикулярные орты, определить углы этого треугольника.

2.18 Зная разложение вектора  $\overline{Q} = 6\bar{a} - 2\bar{b} + 3\bar{c}$  по трем перпендикулярным ортам, вычислить длину вектора  $\overline{Q}$  и углы, которые он образует с каждым из ортов  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$ .

2.19 Проверить, что векторы  $\bar{p} = \bar{a}(\bar{b}\bar{c}) - \bar{b}(\bar{a}\bar{c})$  и  $\bar{c}$  перпендикулярны друг другу.

2.20 Зная, что  $|\bar{a}| = 2$ ,  $|\bar{b}| = 5$  и  $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{2\pi}{3}$ , определить, при каком значении коэффициента  $\alpha$  векторы  $\bar{p} = \alpha\bar{a} + 17\bar{b}$  и  $\bar{q} = 3\bar{a} - \bar{b}$  окажутся перпендикулярными.

2.21 Какой угол образуют единичные векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , если известно, что векторы  $\bar{p} = \bar{a} + 2\bar{b}$  и  $\bar{q} = 5\bar{a} - 4\bar{b}$  взаимно перпендикулярны?

2.22 Найти проекцию вектора  $\bar{p} = 10\bar{a} + 2\bar{b}$  на ось, имеющую направление вектора  $\bar{q} = 5\bar{a} - 12\bar{b}$ , где  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  – взаимно перпендикулярные орты. Вычислить углы между осью проекций и единичными векторами  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

2.23 Зная векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  на которых построен параллелограмм, выразить через них вектор, совпадающий с высотой параллелограмма, перпендикулярной к стороне  $\bar{a}$ .

2.24 Найдите углы треугольника ABC, если A(4, 2, 3), B(5, -2, 3), C(5, 1, -3).

2.25 Найдите проекции вектора  $\bar{a} = (-2, -3, 6)$  на оси координат.

### № 3

3.1 Найдите координаты векторного произведения вектора  $\bar{a} = (-1, -3, 5)$  на вектор  $\bar{b} = (4, 1, 6)$ .

3.2 Найдите координаты векторного произведения вектора  $2\bar{a} + 3\bar{b}$  на вектор  $3\bar{a} - 2\bar{b}$ , если  $\bar{a} = (1, -2, 5)$ ,  $\bar{b} = (5, 1, 4)$ .

3.3 Найдите длину векторного произведения вектора  $\bar{a} = (-4, -3, 2)$  на вектор  $\bar{b} = (4, 5, 1)$ .

3.4 Найдите площадь параллелограмма, построенного на приведенных к общему началу векторах  $\bar{a} = (-5, -3, 4)$  и  $\bar{b} = (3, 1, 7)$ .

3.5 Найдите площадь треугольника ABC, если A(4, 2, 3), B(5, -2, 3), C(5, 1, -3).

3.6 Выясните, лежат ли точки A(1, 2, 3), B(3, -2, 7), C(5, 1, -3), D(6, -1, -1) в одной плоскости.

3.7 Будут ли равносильны следующие два равенства  $\bar{a} = \bar{b}$  и  $[\bar{a} \bar{c}] = [\bar{b} \bar{c}]$

3.8 Показать, что если  $\bar{a} \perp \bar{b}$  и  $\bar{a} \perp \bar{c}$ , то  $[\bar{a} [\bar{b} \bar{c}]] = \bar{0}$ .

3.9 Выясните, правой или левой будет тройка векторов  $\bar{a} = (-1, -3, -5)$ ,  $\bar{b} = (-4, 1, 6)$ ,  $\bar{c} = (3, 1, 7)$ .

3.10 Проверить, компланарны ли данные векторы  $\bar{p} = 2\bar{a} + \bar{b} - 3\bar{c}$ ,  $\bar{q} = \bar{a} - 4\bar{b} + \bar{c}$ ,  $\bar{r} = 3\bar{a} - 2\bar{b} + 3\bar{c}$ , где  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.11 Проверить, компланарны ли данные векторы  $\bar{p} = \bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c}$ ,  $\bar{q} = 3\bar{a} + \bar{b} - 2\bar{c}$ ,  $\bar{r} = 7\bar{a} + 14\bar{b} - 13\bar{c}$ , где  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.12 Докажите, что смешанное произведение трех векторов, два из которых коллинеарны, равно нулю.

3.13 Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a} = 3\bar{m} + 5\bar{n}$ ;  $\bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}$ ;  $\bar{c} = 2\bar{m} + 7\bar{n} + \bar{p}$ , где  $\bar{m}$ ,  $\bar{n}$ ,  $\bar{p}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.14 Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a} = \bar{p} - 3\bar{q} + \bar{r}$ ;  $\bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q} - 3\bar{r}$ ;  $\bar{c} = \bar{p} + 2\bar{q} + \bar{r}$ , где  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$ ,  $\bar{r}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.15 Вычислить объем треугольной призмы, построенной на векторах  $\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q} + 3\bar{r}$ ;  $\bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q} - 5\bar{r}$ ;  $\bar{c} = \bar{p} + 4\bar{q} + 2\bar{r}$ , где  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$ ,  $\bar{r}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.16 Вычислить объем тетраэдра, построенного на векторах  $\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}$ ;  $\bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}$ ;  $\bar{c} = 2\bar{m} + 7\bar{n} + 3\bar{p}$ , где  $\bar{m}$ ,  $\bar{n}$ ,  $\bar{p}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.17 Вычислить длину высоты параллелепипеда, построенного на трех векторах  $\bar{p} = 3\bar{b} + 2\bar{c} - 5\bar{c}$ ,  $\bar{q} = \bar{a} - \bar{b} + 4\bar{c}$ ,  $\bar{r} = \bar{a} - 3\bar{b} + \bar{c}$ , если за основание взять параллелограмм, построенный на  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$ . Кроме того, известно, что  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.18 Вычислить объем тетраэдра ABCD, если A(5, 2, 3), B(3, -2, 7), C(5, 1, -3), D(6, -1, -1).

3.19 Вычислить длину высоты тетраэдра ABCD, опущенной на грань ABC, если A(5, 2, 3), B(3, -2, 7), C(5, 1, -4), D(6, -5, -1).

3.20 Вычислить длину высоты треугольной призмы, построенной на трех векторах  $\bar{p} = 2\bar{b} + 2\bar{b} - 5\bar{c}$ ,  $\bar{q} = 3\bar{a} - \bar{b} + 4\bar{c}$ ,  $\bar{r} = \bar{a} - 3\bar{b} + \bar{c}$ , если за основание взять треугольник, построенный на  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$ . Кроме того, известно, что  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.21 Вычислить проекцию вектора  $\bar{a} = 3\bar{p} - 12\bar{q} + 4\bar{r}$  на ось, имеющую направление вектора  $\bar{b} = [(\bar{p} - 2\bar{r})(\bar{p} + 3\bar{q} - 4\bar{r})]$ , если  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$ ,  $\bar{r}$  – взаимно перпендикулярные орты.



3.22 Дан вектор  $\vec{Q} = [(3\vec{a} + 4\vec{b} + 5\vec{c})(\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c})]$ , где  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  – взаимно перпендикулярные орты, образующие левую тройку. Вычислить его длину.

3.23 Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах:  $\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q} - \vec{r}$  и  $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$ , где  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.24 Проверить, компланарны ли данные векторы  $\vec{p} = [\vec{a} \ \vec{m}]$ ;  $\vec{q} = [\vec{b} \ \vec{m}]$ ;  $\vec{r} = [\vec{c} \ \vec{m}]$ , где  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  – взаимно перпендикулярные орты.

3.25 Пусть даны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Всегда ли можно подобрать вектор  $\vec{c}$  такой, что  $\vec{a} = [\vec{b} \ \vec{c}]$ ?

#### № 4

4.1 Найдите отрезки, отсекаемые прямой  $7x + 3y - 6 = 0$  на осях координат.

4.2 Записать уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-3, 4)$ ,  $B(4, -1)$ .

4.3 Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки  $A(-5, 3)$ ,  $B(6, -1)$ .

4.4 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-4, 3)$  и наклоненной к оси абсцисс под углом  $\frac{3\pi}{4}$ .

4.5 Выясните, являются ли прямые  $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1}$  и  $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{2}$  параллельными.

4.6 Выясните, являются ли прямые  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y}{1}$  и  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2}$  перпендикулярными.

4.7 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3, 4)$ , параллельно к прямой  $x + 2y - 5 = 0$ .

4.8 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-5, 4)$ , перпендикулярно к прямой  $3x + 2y - 5 = 0$ .

4.9 Найдите координаты точки пересечения прямых  $4x - 7y - 7 = 0$  и  $5x + 4y - 47 = 0$ .

4.10 Проверить, проходят ли через одну и ту же точку прямые  $3x - 7y - 2 = 0$ ,  $4x + 5y - 17 = 0$ ,  $2x - 17y + 11 = 0$ .

4.11 Вычислите угол между прямыми  $4x - y - 6 = 0$  и  $x + 4y - 7 = 0$ .

4.12 Вычислите угол между прямыми  $y = -3x + 5$  и  $2x - y - 7 = 0$ .

4.13 Вычислите углы, образованные прямой  $\sqrt{3}x + y - 7 = 0$  с осями координат.

4.14 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-6, 2)$ ,  $B(3, 5)$ ,  $C(-1, -3)$ . Составить уравнение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .

4.15 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-3, 2)$ ,  $B(3, 6)$ ,  $C(7, 12)$ . Выясните, является ли  $\triangle ABC$  прямоугольным.

- 4.16 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-2, 3)$ ,  $B(4, 6)$ ,  $C(-2, -1)$ . Найдите координаты точки пересечения его высот.
- 4.17 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-4, 5)$ ,  $B(4, -7)$ ,  $C(4, 2)$ . Составить уравнения его сторон и медианы, проведенной из вершины  $C$ .
- 4.18 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-3, 5)$ ,  $B(3, 6)$ ,  $C(-1, -1)$ . Найдите координаты центра окружности, описанной около треугольника.
- 4.19 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-4, 0)$ ,  $B(4, 6)$ ,  $C(-1, -4)$ . Составить уравнение биссектрисы угла  $A$ .
- 4.20 Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой  $3x + 4y - 24 = 0$ .
- 4.21 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(7, 4)$  и отсекающей равные отрезки на осях координат.
- 4.22 Найдите расстояние от начала координат до прямой  $4x + 3y - 6 = 0$ .
- 4.23 Найдите расстояние от точки  $A(-3, 5)$  до прямой  $-9x + 12y + 2 = 0$ .
- 4.24 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-4, 5)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(1, 4)$ . Найдите длины его высот.
- 4.25 Найдите расстояние между параллельными прямыми  $-9x + 12y + 2 = 0$  и  $3x - 4y + 6 = 0$ .

## № 5

- 5.1 Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(7, 4)$  и образующей угол  $\frac{\pi}{4}$  с прямой  $4x + 3y - 6 = 0$ .
- 5.2 Найдите координаты точки, симметричной точке  $A(2, 4)$  относительно прямой  $2x + 5y - 8 = 0$ .
- 5.3 Найдите расстояние между параллельными прямыми  $12x + 5y - 26 = 0$  и  $12x + 5y - 78 = 0$
- 5.4 Записать уравнения прямых, параллельных прямой  $4x + 3y - 6 = 0$  и отстоящих от нее на расстоянии 4.
- 5.5 Составить уравнения прямых, которые проходят на расстоянии 5 от точки  $A(3, 2)$ , параллельно прямой  $3x - 4y + 12 = 0$ .
- 5.6 Даны две вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-4, 4)$ ,  $B(4, -12)$  и точка  $M(4, 2)$  пересечения его высот. Найти вершину  $C$ .
- 5.7 Составить уравнения сторон параллелограмма  $ABCD$ , зная, что его диагонали пересекаются в точке  $M(1, 6)$ , а стороны  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  проходят соответственно через точки  $P(3, 0)$ ,  $Q(6, 6)$ ,  $R(5, 9)$ ,  $S(-5, 4)$ .
- 5.8 Дано уравнение стороны ромба  $x + 3y - 8 = 0$  и уравнение его диагонали  $2x + y + 4 = 0$ . Записать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $A(-9, -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.

5.9 Зная уравнения двух сторон  $\triangle ABC$   $2x + 3y - 6 = 0$  (AB) и  $x + 2y - 5 = 0$  (AC) и внутренний угол при вершине B, равный  $\frac{\pi}{4}$ , записать уравнение

высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.

5.10 Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , зная одну из его вершин  $A(2, -4)$  и уравнения биссектрис двух его углов:  $x + y - 2 = 0$  и  $x - 3y - 6 = 0$ .

5.11 Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , зная одну из его вершин  $A(-4, 2)$  и уравнения двух медиан:  $3x - 2y + 2 = 0$  и  $3x + 5y - 12 = 0$ .

5.12 В  $\triangle ABC$  с вершинами  $A(-3, -1)$ ,  $B(1, -5)$ ,  $C(9, 3)$  стороны AB и AC разделены в отношении  $\lambda=3$ , считая от общей вершины A. Доказать, что прямые, соединяющие точки деления с противоположными вершинами, и медиана пересекаются в одной точке.

5.13 Прямые  $3x + 4y - 30 = 0$  и  $3x - 4y + 12 = 0$  касаются окружности, радиус которой  $R=5$ . Вычислить площадь четырехугольника, образованного этими касательными и радиусами круга, проведенными в точки касания.

5.14 Даны две точки  $A(-3, 8)$  и  $B(2, 2)$ . На оси  $Ox$  найти такую точку M, чтобы ломаная линия AMB имела наименьшую длину.

5.15 Известны уравнения стороны AB  $\triangle ABC$   $4x + y = 12$ , его высот BH  $5x - 4y = 12$  и AM  $x + y = 6$ . Найти уравнения двух других сторон  $\triangle ABC$ .

5.16 Даны две вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-6, 2)$ ,  $B(2, -2)$  и точка пересечения его высот  $H(1, 2)$ . Найти координаты точки M пересечения стороны AC и высоты BH.

5.17 Через точку пересечения прямых  $2x - 5y - 1 = 0$  и  $x + 4y - 7 = 0$  провести прямую, делящую отрезок между точками  $A(4, -3)$  и  $B(-1, 2)$  в отношении  $\lambda = \frac{2}{3}$ .

5.18 Известны уравнения двух сторон ромба  $2x - 5y - 1 = 0$  и  $2x - 5y - 34 = 0$  и уравнение одной из его диагоналей  $x + 3y - 6 = 0$ . Найти уравнение второй диагонали.

5.19 Даны уравнения высот  $\triangle ABC$   $2x - 3y + 1 = 0$ ,  $x + 2y + 1 = 0$  и координаты его вершины  $A(2, 3)$ . Найти уравнения сторон AB и AC.

5.20 Составить уравнение биссектрисы того угла между прямыми  $x - 7y = 1$  и  $x + y = -7$ , внутри которого лежит точка  $A(1, 1)$ .

5.21 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(7, 4)$ , отрезок которой, заключенный между осями координат, делился бы в точке A пополам.

5.22 Составить уравнения касательных к окружности радиуса 5 с центром в начале координат, проходящих через точку  $A(1, 3)$ .

5.23 На оси абсцисс найти точку, которая отстоит от прямой  $3x + 4y + 12 = 0$  на расстоянии 4.

5.24 Составить уравнение прямой, параллельной прямым  $12x + 5y - 78 = 0$  и  $12x + 5y - 26 = 0$  и проходящей посередине между ними.

5.25 Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(4, 0)$ , отрезок которой, заключенный между двумя данными прямыми  $2x + y - 8 = 0$  и  $x - 3y + 10 = 0$  делится бы в точке  $A$  пополам.

## № 6

6.1 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-3, -1, 1)$ ,  $B(1, -5, 2)$ ,  $C(9, 3, 5)$ .

6.2 Составить уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка  $AB$  перпендикулярно к нему, если  $A(-5, -3, 1)$ ,  $B(1, -5, 7)$ .

6.3 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2, 5, -1)$ ,  $B(-3, 1, 3)$  параллельно оси  $Oy$ .

6.4 Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось аппликат и точку  $A(2, 5, -1)$ .

6.5 Составить уравнение плоскости относительно которой симметричны точки  $A(3, 4, -1)$ ,  $B(-3, 2, 5)$ .

6.6 Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $A(6, -4, 1)$  и отсекает равные между собой отрезки на осях координат.

6.7 Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $A(7, -5, 1)$  параллельно плоскости  $3x + 12y - 3z - 23 = 0$ .

6.8 Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(5, 1, 2)$  перпендикулярно к прямой  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$ .

6.9 Найти угол между плоскостями  $3x - 4y + 2z + 17 = 0$  и  $2x - 4y - 11z + 7 = 0$ .

6.10 Найти расстояние от точки  $M(2, 0, -0,5)$  до плоскости  $4x - 4y + 2z + 17 = 0$ .

6.11 Составить уравнение плоскости, проходящую через начало координат и линию пересечения плоскостей  $2x - 3y + 2z + 17 = 0$  и  $4x - y + z + 7 = 0$ .

6.12 Составить уравнение плоскости, которая делит пополам двугранный угол между плоскостями  $3x + 5y - 5z + 2 = 0$  и  $x - 3y - 7z + 4 = 0$ .

6.13 Найдите расстояние между параллельными плоскостями  $4x - 6y + 4z + 7 = 0$  и  $2x - 3y + 2z + 17 = 0$ .

6.14 Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3, 4, 0)$  и прямую  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$ .

6.15 Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые  $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$  и  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ .

6.16 Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(2, 3, -4)$  параллельно двум векторам  $\vec{a} = (4, 1, -1)$  и  $\vec{b} = (2, -1, 2)$ .

6.17 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(2, -1, -1)$  перпендикулярно к плоскости  $5x + 2y + 3z - 7 = 0$ .

6.18 Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям  $2x - 3y + z - 1 = 0$  и  $x - y + 5z + 3 = 0$ .

6.19 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3, -1, 2)$ ,  $B(2, 1, 4)$  параллельно вектору  $\vec{a} = (5, -2, -1)$ .

6.20 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(-3, 4, -5)$  параллельно оси  $Oz$ .

6.21 Найти проекцию точки  $M(4, -3, 1)$  на плоскость  $x - 2y - z - 15 = 0$ .

6.22 Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $Oz$  и точку  $K(-3, 1, -2)$ .

6.23 Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2, -3, 4)$  перпендикулярно к прямой  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$ .

6.24 Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(1, 1, 5)$  параллельно двум векторам  $\vec{a} = (-1, -3, 1)$  и  $\vec{b} = (4, 1, 6)$ .

6.25 На оси ординат найдите точку равноудаленную от двух плоскостей  $x - 3y + 4z - 2 = 0$  и  $5x + y + 8 = 0$ .

## № 7

7.1 Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2, 3, 1)$  перпендикулярно к прямой  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ .

7.2 Составить каноническое уравнение прямой, которая является линией пересечения плоскостей  $2x - 3y + 4z - 12 = 0$  и  $x - 5y + 4z - 1 = 0$ .

7.3 Найти угол между прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$  и плоскостью  $4x + 8y + 10z - 21 = 0$ .

7.4 Найти точку, симметричную точке  $M(4, 3, 10)$  относительно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$ .

7.5 При каком значении  $\lambda$  прямая  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$  и плоскость  $\lambda x - 3y + 2z - 2 = 0$  будут параллельными?

7.6 Составить уравнение прямой, которая является проекцией прямой  $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$  на плоскость  $3x + 2y - 3z - 8 = 0$ .

7.7 Составить канонические уравнения прямой, которая проходит параллельно плоскостям  $3x + 12y - 3z - 5 = 0$ ,  $3x - 4y + 9z + 7 = 0$  и пересекает прямые  $\frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}$ ,  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$ .

7.8 Найти проекцию точки  $C(3, -4, -2)$  на плоскость, проходящую через параллельные прямые  $\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}$ ,  $\frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}$ .

7.9 Доказать, что прямые  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ ,  $\frac{x-7}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-2}$  лежат в одной плоскости, и составить уравнение этой плоскости.

7.10 На плоскости  $Oxy$  найти такую точку  $M$ , сумма расстояний от которой до точек  $A(-1, 2, 5)$  и  $B(11, -16, 10)$  была бы наименьшей.

7.11 Дан куб, длина ребра которого равна единице. Вычислить расстояние от вершины куба до его диагонали, не проходящей через эту вершину.

7.12 Даны вершины  $\triangle ABC$   $A(4, 1, -2)$ ,  $B(2, 0, 0)$ ,  $C(-2, 3, -5)$ . Составить уравнение его высоты, опущенной из вершины  $B$  на противоположающую сторону.

7.13 Найти кратчайшее расстояние между двумя непересекающимися прямыми  $\frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$ ,  $\frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$ .

7.14 Найти расстояние от точки  $P(7, 9, 7)$  до прямой  $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$ .

7.15 Показать, что прямые  $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$  и  $x = 3z - 4$ ,  $y = z + 2$  пересекаются и найти точку их пересечения.

7.16 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2, 3, -5)$ ,  $B(-1, 1, -6)$  параллельно вектору  $\vec{a} = (4, 4, 3)$ .

7.17 Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно к плоскостям  $x + 5y - z + 7 = 0$  и  $3x - y + 2z - 3 = 0$ .

7.18 Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M(2, -3, -4)$  и отсекает на осях координат отличные от нуля отрезки одинаковой величины.

7.19 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2, 3, -1)$ ,  $B(1, 1, 4)$  перпендикулярно к плоскости  $x - 4y + 3z + 2 = 0$ .

7.20 Доказать, что прямая  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$  перпендикулярна к прямой  $2x + y - 4z + 2 = 0$ ,  $4x - y - 5z + 4 = 0$ .

7.21 Найти проекцию точки  $P(3, 1, -1)$  на плоскость  $x + 2y + 3z - 30 = 0$ .

7.22 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-6, 2, 2)$ ,  $B(3, 5, 1)$ ,  $C(-1, -3, 3)$ . Составить уравнение высоты, опущенной из верши  $B$  на сторону  $AC$ .

7.23 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-3, 1, 1)$ ,  $B(5, 4, 0)$ ,  $C(-2, -4, 3)$ . Составить уравнение плоскости, проходящей через сторону  $AB$ , перпендикулярно плоскости треугольника.

7.24 Даны три вершины  $\triangle ABC$ :  $A(-5, 3, 2)$ ,  $B(4, 5, 6)$ ,  $C(1, -3, 5)$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A$ , перпендикулярно плоскости треугольника.

7.25 Вычислите расстояние от вершины куба с ребром 3, до его диагонали, не проходящей через эту вершину.

## № 8

8.1 Составить уравнение эллипса, если его малая полуось равна 6 и эксцентриситет равен 0,6.

8.2 Вычислите расстояние между фокусами и эксцентриситет эллипса  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ . Найдите уравнения его директрис.

8.3 Составить уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$  и эксцентриситет 1,5.

8.4 Вычислите расстояние между фокусами и эксцентриситет гиперболы  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Найдите уравнения ее директрис и асимптот.

8.5 Составить уравнение гиперболы, если уравнения ее асимптот  $y = 3x$  и  $y = -3x$ , а расстояние между фокусами 12.

8.6 Определите угол между асимптотами гиперболы, если ее эксцентриситет равен  $\sqrt{2}$ .

8.7 Вычислите эксцентриситет гиперболы, у которой угол между асимптотами равен  $120^\circ$ .

8.8 Вычислите эксцентриситет гиперболы, если расстояние между ее фокусами вдвое больше расстояния между директрисами.

8.9 В эллипс  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$  вписан правильный треугольник, одна из вершин которого совпадает с правой вершиной большой оси. Найти координаты двух других вершин треугольника.

8.10 На эллипсе  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  найти точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния от ее левого фокуса.

8.11 В эллипс  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$  вписан прямоугольник, две противоположные стороны которого проходят через фокусы. Вычислить площадь этого прямоугольника.

8.12 Дан эллипс  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Через точку (1, 1) провести хорду, делящуюся в этой точке пополам.

8.13 Вычислить длину стороны квадрата, вписанного в эллипс  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ .

8.14 Написать уравнение гиперболы, проходящей через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  и имеющей фокусы в вершинах этого эллипса.

8.15 На гиперболе  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$  найти точку, которая была бы в три раза ближе к одной асимптоте, чем к другой.

8.16 Через точку A(3, -1) провести хорду гиперболы  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ , делящуюся пополам в этой точке.

8.17 Написать уравнение эллипса, который проходит через фокусы гиперболы  $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$  и имеет фокусы в ее вершинах.

8.18 К данной гиперболе  $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$  провести касательную параллельно прямой  $x - 2y = 0$ .

8.19 Через точку A(2, 1) провести такую хорду параболы  $y^2 = 4x$ , которая делилась бы в данной точке пополам.

8.20 Дана парабола  $y^2 = 12x$ . Найдите координаты ее фокуса и уравнение директрисы.

8.21 На параболе  $y^2 = 4,5x$  взята точка, расстояние от которой до вершины параболы равно 10. Найдите расстояние от этой точки до директрисы параболы.

8.22 Найдите длину стороны правильного треугольника, вписанного в параболу  $y^2 = 64x$ .

8.23 Найдите координаты точек пересечения параболы  $y^2 = 12x$  и эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

8.24 Определите длину хорды, проходящей через фокус параболы  $y^2 = 12x$ , перпендикулярно к ее оси.

8.25 На параболе  $y^2 = 16x$  найдите точки, расположенные на расстоянии 20 от ее фокуса.



## № 1

Найти пределы.

$$1.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n+n^2}{1+n^2+3n^2}. \quad 1.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^4+2n-3n^2}{1+n^2+n^3}. \quad 1.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+n}{n^4-n^2+5}.$$

$$1.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+2n+4}}{n^{\frac{3}{2}}+n^2}. \quad 1.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3}+\sqrt[3]{n^2+1}}{\sqrt[5]{n^4}+\sqrt{n^2+1}}. \quad 1.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3+1}}{\sqrt[5]{n^3}+\sqrt{n+1}}.$$

$$1.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-3x^2}{1+x^2+3x^3}. \quad 1.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10+2x-3x^2}{1+x^2+x^3}. \quad 1.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}.$$

$$1.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+x}{x^3-5x^2+2}. \quad 1.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\frac{8}{3}}+x}{\sqrt{x^5-3x^2+1}}.$$

$$1.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3-(x+2)^3}{x^2-4x+5}. \quad 1.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3-x+2}}{x+1}.$$

$$1.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5-2x+7}}{4x^{\frac{5}{2}}+x}. \quad 1.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x^5}-\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[5]{x^4}-\sqrt{x^3+1}}.$$

$$1.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x^5}+\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[5]{x^4}+\sqrt{x+1}}. \quad 1.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}. \quad 1.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4+7x}{2x^3-4x^2+5}.$$

$$1.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^4+7x}{2x^3-x^2+1} - x \right). \quad 1.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^4}{x^3-1} - \frac{2x^2}{x-1} \right).$$

$$1.21. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x+1}{2^x-1}. \quad 1.22. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x+1}{2^x-1}. \quad 1.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x}).$$

$$1.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x+3} - x). \quad 1.25. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^2+2x+1} - \sqrt{x^2-2x+1}).$$

## № 2

Найти пределы

$$2.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x}. \quad 2.2. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}. \quad 2.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}.$$

$$2.4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12} \quad 2.5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 10x + 16}{3x^2 + 5x - 12} \quad 2.6. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x - 10}$$

$$2.7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \quad 2.8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{5x^2 + 3x - 26} \quad 2.9. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

$$2.10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 9} \quad 2.11. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4x - 5} \quad 2.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x}}$$

$$2.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x+4} - 2} \quad 2.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+16} - 4} \quad 2.15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 2x + 1}{2x^4 - 3x^2 + 1}$$

$$2.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x}} \quad 2.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt{x}} \quad 2.18. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x^4}{x^3 - 1} - \frac{2x^2}{x-1} \right)$$

$$2.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2} \quad 2.20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \quad 2.21. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{x^3 - 1} - \frac{1}{x-1} \right)$$

$$2.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x^2}{\sqrt{x} - 1} \quad 2.23. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^3 - 125} \quad 2.24. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 + 4x - 5}$$

$$2.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x^2+1} - 1}$$

### № 3

Найти пределы

$$3.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{7x}$$

$$3.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$$

$$3.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$

$$3.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{7x}$$

$$3.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\operatorname{tg} 5x}$$

$$3.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}$$

$$3.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{3x}$$

$$3.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$3.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \sin x}$$

$$\begin{aligned}
3.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \operatorname{tg} x} & \quad 3.11. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x} & \quad 3.12. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 5x} \\
3.13. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin 7x} & \quad 3.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3} & \quad 3.15. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2} \\
3.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{x} & \quad 3.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{2x} & \quad 3.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{x} \\
3.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos x}{5x^2} & \quad 3.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{x^2} & \quad 3.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x - \sin^2 x}{4x^2} \\
3.22. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \operatorname{tg} x & \quad 3.23. \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} & \quad 3.24. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi - x}{\sin 7x} \\
3.25. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi^2 - x^2}{\sin 3x} & & 
\end{aligned}$$

#### № 4

Найти пределы

$$\begin{aligned}
4.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^{3x-1} & \quad 4.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{3x} & \quad 4.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{4x+1}\right)^{3x-1} \\
4.4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)^{2x-1} & \quad 4.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{2x+2}\right)^{2x+3} & \quad 4.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right)^{2x} \\
4.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-2}\right)^{2x-3} & \quad 4.8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x-1}{2x+2}\right)^{x^2} & \quad 4.9. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{2x+2}\right)^{x^2} \\
4.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2} & \quad 4.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+2}\right)^x & \quad 4.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x-1}{-x+5}\right)^x \\
4.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^{x^2} & \quad 4.14. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{2x+3}\right)^{x^2} & \quad 4.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{x}
\end{aligned}$$

$$4.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+2) - \ln 2}{x} \quad 4.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{5x} \quad 4.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2x+3) - \ln 3}{4x}$$

$$4.19. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x(\ln(x+5) - \ln x)) \quad 4.20. \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x(\ln(2x+5) - \ln(2x-1)))$$

$$4.21. \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} \quad 4.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad 4.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{3x}$$

$$4.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{2x} \quad 4.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{2x}$$

### № 5

Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

$$5.1. f(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{если } x \leq 0 \\ \ln x, & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad 5.2. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & \text{если } x \neq 3 \\ 4, & \text{если } x = 3 \end{cases}$$

$$5.3. f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & \text{если } x \leq 0 \\ \sin x, & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad 5.4. f(x) = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x \leq 0 \\ 5 \cos 2x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$$5.5. f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x \leq 1 \\ 5 - x^2, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad 5.6. f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

$$5.7. f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{если } x \neq 2 \\ 0, & \text{если } x = 2 \end{cases} \quad 5.8. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{если } x \neq 1 \\ 1, & \text{если } x = 1 \end{cases}$$

$$5.9. f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{если } x \leq 1 \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 < x \leq 4 \\ \frac{4}{x}, & \text{если } x > 4 \end{cases}$$

$$5.10. f(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ 2 - \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$5.11. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2}, & \text{если } x \neq 1 \\ 1, & \text{если } x = 1 \end{cases} \quad 5.12. f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & \text{если } x \leq 1 \\ 2^x, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$5.13. f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x}, & \text{если } x \leq 0 \\ 2^{-x}, & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad 5.14. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

$$5.15. f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x < -1 \\ \arcsin x, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$5.16. f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{если } x < -1 \\ \arccos x, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ \pi, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$5.17. f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} x, & \text{если } x \leq 0 \\ 2^x, & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad 5.18. f(x) = \begin{cases} \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x, & \text{если } x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$$5.19. f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x}, & \text{если } x \leq 0 \\ \log_2 x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$$5.20. f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x \leq 2 \\ \log_{0,5}(x-2), & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$$5.21. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x-1|}, & \text{если } x \neq 1 \\ 1, & \text{если } x = 1 \end{cases} \quad 5.22. f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x-1}, & \text{если } x \neq 1 \\ 2, & \text{если } x = 1 \end{cases}$$

$$5.23. f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x < -3 \\ |x^2 - 4|, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ x+2, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$5.24. f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & \text{если } x \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x}}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$$5.25. f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \geq 0 \\ \log_2(-x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

## № 6

Найти точки разрыва данных функций, указать характер точек разрыва

$$6.1. f(x) = \frac{1}{\log_2|x|} \quad 6.2. f(x) = \frac{1}{2 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad 6.3. f(x) = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x}}}$$

$$6.4. f(x) = \frac{1}{2 - 2^{|x|}} \quad 6.5. f(x) = \frac{1 + 3^x}{1 - 3^x} \quad 6.6. f(x) = \frac{1}{1 - 3^{2-x}}$$

$$6.7. f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad 6.8. f(x) = \frac{\cos x}{x} \quad 6.9. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$6.10. f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \quad 6.11. f(x) = \frac{\arcsin x}{x} \quad 6.12. f(x) = \frac{1 + 3^{\frac{1}{x}}}{1 - 3^x}$$

$$6.13. f(x) = \sin \frac{\pi}{2x} \quad 6.14. f(x) = x \sin \frac{\pi}{2x} \quad 6.15. f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$6.16. f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \quad 6.17. f(x) = 2^{-\left(\frac{1}{|x|} + \frac{1}{x}\right)} \quad 6.18. f(x) = x \cos \frac{\pi}{x}$$

$$6.19. f(x) = \cos \frac{\pi}{x}. \quad 6.20. f(x) = \frac{1}{1+3^{\operatorname{ctgx}}}. \quad 6.21. f(x) = 2^{\frac{x+1}{1-x}}.$$

$$6.22. f(x) = \frac{1}{1-3^{1-x}}. \quad 6.23. f(x) = \frac{\sin x}{\pi-x}. \quad 6.24. f(x) = \frac{\sin x}{\pi^2-x^2}.$$

$$6.25. f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}.$$

## ИДЗ № 4

### № 1

Продифференцировать функции. В пункте а) найти дифференциалы первого и второго порядков функций

$$1.1. \text{ а) } y = \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x} + 2; \quad \text{б) } y = 3^{\sqrt{x}} \sin^2 x; \quad \text{в) } y = \arcsin^3(x^2 - x);$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{\ln x}}{\cos 2x}.$$

$$1.2. \text{ а) } y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt[5]{x^3}; \quad \text{б) } y = \log_2 x \operatorname{tg}^3 x; \quad \text{в) } y = \arccos^4 \sqrt{3x};$$

$$\text{г) } y = \frac{1+3^{\operatorname{tg} x}}{1+3^{\operatorname{ctg} x}}.$$

$$1.3. \text{ а) } y = \frac{x^3+1}{x^2-x}; \quad \text{б) } y = \log^2_3(x - \operatorname{ctg} x); \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 5^{\sqrt{x}};$$

$$\text{г) } y = \sqrt[3]{x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{x}}}.$$

$$1.4. \text{ а) } y = \sqrt{x} \cos x; \quad \text{б) } y = \frac{10^{\sqrt{x}}}{x^2}; \quad \text{в) } y = \sqrt{x^3 - x} \arcsin^2 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\ln(1 + \sqrt{1+x^2})}{x}.$$

$$1.5. \text{ а) } y = \frac{2^x}{x^2}; \quad \text{б) } y = \sqrt{\ln x} \cos^5 x; \quad \text{в) } y = \operatorname{arcctg}^2 \sqrt{2-5x};$$

$$\text{г) } y = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}.$$

$$1.6. \text{ a) } y = \frac{2}{x^5} + \sin 3x; \quad \text{б) } y = 5^{\operatorname{tg} x} \operatorname{ctg}^2 x; \quad \text{в) } y = \sqrt{1 - \arcsin^2 x};$$

$$\text{г) } y = 2^{\frac{x}{\ln x}}.$$

$$1.7. \text{ a) } y = \cos 2x - \sqrt[7]{x^2}; \quad \text{б) } y = \log_2 \arccos 3x;$$

$$\text{в) } y = \arcsin^2 \ln(x^2 + 2); \quad \text{г) } y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}.$$

$$1.8. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{x} + 1}{\ln x}; \quad \text{б) } y = (1 + \log_3^2 x)^4; \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 \frac{3}{x};$$

$$\text{г) } y = 2^{\frac{x+1}{1-x}}.$$

$$1.9. \text{ a) } y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} x; \quad \text{б) } y = \frac{10^{1 - \sin^4 x}}{x}; \quad \text{в) } y = \arcsin^2 \frac{1-x}{1+x};$$

$$\text{г) } y = \frac{\ln(\operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2})}{x}.$$

$$1.10. \text{ a) } y = \frac{x^3}{3^x}; \quad \text{б) } y = \sqrt{\cos x} \ln^3 x; \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 x^2;$$

$$\text{г) } y = x^{\frac{1}{x}}.$$

$$1.11. \text{ a) } y = \frac{\ln x}{x^2} + \operatorname{ctg} 5x; \quad \text{б) } y = 2^{x^2} \operatorname{tg}^3 2x; \quad \text{в) } y = \sqrt{x - \arccos^3 2x};$$

$$\text{г) } y = x^{\ln x}.$$

$$1.12. \text{ a) } y = \cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi^2}{4}; \quad \text{б) } y = \lg^3(3x - x^2);$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x-1}{x+1}; \quad \text{г) } y = (\ln x)^x.$$

$$1.13. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{x} + e^x}{2^x}; \quad \text{б) } y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + \sqrt{x}}}; \quad \text{в) } y = \arcsin \sqrt{\sin x};$$

$$\text{г) } y = x^{\sqrt{x}}.$$



$$1.14. \text{ a) } y = \sqrt{(x+1)^3}; \quad \text{б) } y = e^{\sqrt{\ln(x^2+x+1)}};$$

$$\text{в) } y = \arccos \frac{2 + \cos x}{1 + 2 \cos x}; \quad \text{г) } y = \left( \frac{x}{1+x} \right)^x.$$

$$1.15. \text{ a) } y = \sin^2 x; \quad \text{б) } y = \sqrt{1 + \ln^2 x}; \quad \text{в) } y = \sqrt{x} \operatorname{arccctg} \sqrt{x};$$

$$\text{г) } y = (x+1)^{\frac{1}{x}}.$$

$$1.16. \text{ a) } y = \operatorname{ctg}^3 5x; \quad \text{б) } y = e^{x^3} \sin^3 2x; \quad \text{в) } y = \sqrt{\arccos^3 x^2};$$

$$\text{г) } y = x^{\sin x}.$$

$$1.17. \text{ a) } y = \frac{1}{\ln x}; \quad \text{б) } y = (1 + \lg^3 x)^2; \quad \text{в) } y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\cos x}.$$

$$1.18. \text{ a) } y = \sqrt[3]{(x+2)^2}; \quad \text{б) } y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}); \quad \text{в) } y = \frac{1}{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}};$$

$$\text{г) } y = x^{x^2}.$$

$$1.19. \text{ a) } y = \frac{1}{e^x} - \sqrt[4]{x^3}; \quad \text{б) } y = 2^{\sqrt{x}} \operatorname{tg}^2 x; \quad \text{в) } y = \arcsin^3 x^3;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{\cos x}}{\ln x}.$$

$$1.20. \text{ a) } y = \sqrt{x^3 + 5x^2 - 2}; \quad \text{б) } y = 3^x \log_3^2 x; \quad \text{в) } y = \cos \frac{\arcsin x}{2};$$

$$\text{г) } y = e^{\frac{1}{\ln x}}.$$

$$1.21. \text{ a) } y = \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^2; \quad \text{б) } y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x}; \quad \text{в) } y = x \arcsin(\ln x);$$

$$\text{г) } y = \sqrt[3]{x + x\sqrt{x}}.$$

$$1.22. \text{ a) } y = (x + \cos x)^2; \quad \text{б) } y = 2^{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}; \quad \text{в) } y = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}};$$

$$\text{г) } y = \frac{\ln \sqrt{1+x^2}}{x^2}.$$

$$1.23. \text{ a) } y = \sqrt{x \sin x}; \quad \text{б) } y = x 2^x \cos x; \quad \text{в) } y = \operatorname{arcc} \operatorname{ctg}^5 \sqrt{x};$$

$$\text{г) } y = \sqrt[3]{\frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}}.$$

$$1.24. \text{ a) } y = \frac{1}{\sqrt[7]{x^3}} + \sin \frac{1}{x}; \quad \text{б) } y = e^{\operatorname{ctg} x} \operatorname{tg}^2 x; \quad \text{в) } y = \sqrt{\operatorname{arcsin}^3 x};$$

$$\text{г) } y = 2^{\frac{\ln x}{x}}.$$

$$1.25. \text{ a) } y = \sqrt[7]{(x^2 + x)^2}; \quad \text{б) } y = \log_2 \cos^2 3x;$$

$$\text{в) } y = \arccos^2(e^x - 2); \quad \text{г) } y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

## № 2

Найти пределы, используя правило Лопиталья.

$$2.1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x^3 e^{\frac{1}{x^3}}.$$

$$2.2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x(\pi - 2 \operatorname{arctg} x).$$

$$2.3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\sqrt[3]{x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right).$$

$$2.4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{x \sqrt{1-x^2}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x (1 - \sin x).$$

$$2.5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{2}{x}.$$

$$2.6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos 6x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x^2) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$2.7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x^2)}{\arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$$

$$2.8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \operatorname{arctg} x}{4x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x.$$

$$2.9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$2.10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{\sin^3 x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(1 - x).$$

$$2.11. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{1 - \cos^3 x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-\sqrt{x}}.$$

$$2.12. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x (\pi - 2 \operatorname{arctg} x).$$

$$2.13. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^{\ln x}.$$

$$2.14. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\sin^2 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^{\sin x}.$$

$$2.15. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\ln x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$2.16. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2 \operatorname{tg} x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right).$$

$$2.17. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg} \pi x}{\ln(1 - x)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$2.18. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x.$$

$$2.19. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x^2)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$2.20. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x} - 1}{\cos 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x}.$$

$$2.21. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\ln(2-x)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x + 1)^{\frac{1}{x}}.$$

$$2.22. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\ln(1 + \sqrt{2x})}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \ln(1-x) \cos \frac{\pi x}{2}.$$

$$2.23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{4x^3 + x^4}}{\sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

$$2.24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - x}{x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{1 + \ln 2x}}.$$

$$2.25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{\ln \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 2x \arcsin x.$$

### № 3

3.1. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x}{1+x^2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

3.2. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2}{x-2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

3.3. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = e^{2x-1}$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

3.4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^3 x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

3.5. Найти координаты точки касания и уравнение касательной к параболе  $y = x^2$ , если известно, что касательная проходит через точку  $A(2, 3)$ .

3.6. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{4}{3}$ , если известно, что она параллельна прямой  $y = -x + 5$ .

3.7. На линии  $y = x^2(x-3)^2$  найти точки, в которых касательная параллельна оси абсцисс.

3.8. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = x^3 + 3x^2 - 5$ , если известно, что она перпендикулярна прямой  $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$ .

3.9. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \arctg 2x$ , если известно, что она образует с осью абсцисс угол  $45^\circ$ .

3.10. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x+9}{x+5}$ , проходящей через начало координат.

3.11. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 1,5x - \sin^2 x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .

3.12. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x - 3\sqrt[3]{x} + 2$  на отрезке  $[-8; 0]$ .

3.13. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 3\sqrt{\frac{x^2}{2x-1}} - 2$  на отрезке  $[0,75; 2]$ .

3.14. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = (x^2 + x - 5)e^{-x-5}$  на отрезке  $[-4; 4]$ .

3.15. Представить число 36 в виде суммы двух положительных слагаемых, так чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

3.16. Представить число 24 в виде суммы двух положительных слагаемых, так чтобы произведение их квадратов было наибольшим.

3.17. Представить число 8 в виде суммы двух положительных слагаемых, так чтобы сумма их кубов была наименьшей.

3.18. Доказать, что из всех равнобедренных треугольников, вписанных в данную окружность, наибольшую площадь имеет правильный треугольник.

3.19. В треугольник с основанием 6 и высотой 4 вписан прямоугольник, одна сторона которого лежит на основании треугольника, а две вершины на боковых сторонах треугольника. Найти наибольшую площадь вписанного прямоугольника.

3.20. Найдите радиус конуса наибольшего объема, имеющего образующую равную 6.

3.21. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 1. Какой должна быть сторона основания пирамиды, чтобы объем пирамиды был наибольшим?

3.22. Около правильной треугольной призмы объема 4 описан цилиндр. Найдите наименьшую площадь поверхности такого цилиндра.

3.23. Найдите радиус цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

3.24. Найдите высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

3.25. Найдите радиус конуса наименьшего объема, описанного около шара радиуса R.

#### № 4

Найдите интервалы монотонности и экстремумы функций

4.1.  $y = x^4 - 2x^2$  . 4.2.  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  . 4.3.  $y = \frac{1-x}{x^2}$  . 4.4.  $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$  .

4.5.  $y = xe^x$  . 4.6.  $y = (x-1)(x-2)(x-3)$  . 4.7.  $y = \frac{x^2 + 1}{1 - x^2}$  .

4.8.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - x^2}$  . 4.9.  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  . 4.10.  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$  .

4.11.  $y = \frac{x}{8} + \frac{1}{(x-3)^4}$  . 4.12.  $y = 4\sqrt{x-2} - 2x$  . 4.13.  $y = x^3 + \frac{48}{x}$  .

4.14.  $y = 18 \ln x + \frac{1}{x^2}$  . 4.15.  $y = -xe^{3-2x^2}$  . 4.16.  $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x+4}$  .

4.17.  $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 27}$  . 4.18.  $y = xe^{x-x^2}$  . 4.17.  $y = \frac{x}{\ln x}$  .

4.20.  $y = \frac{2}{3} x^2 \sqrt[3]{6x-7}$  . 4.21.  $y = x - \ln(x+1)$  . 4.22.  $y = \frac{1}{x\sqrt{1-x}}$  .

$$4.23. y = \frac{3x+1}{\sqrt{5x^2+4}}. \quad 4.24. y = \ln(x^4 + 4x^3 + 30). \quad 4.25. y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}.$$

### № 5

Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графиков функций

$$5.1. y = 3x^4 - 4x^3 + 5. \quad 5.2. y = \frac{x+1}{x^2+x+1}. \quad 5.3. y = x(x+2)(x-3).$$

$$5.4. y = \ln^2 x. \quad 5.5. y = e^{-x^2}. \quad 5.6. y = x^4 + 12x^3 - 42x^2 + 15x + 14.$$

$$5.7. y = x^4 - 2x^2. \quad 5.8. y = \frac{x}{x^2+1}. \quad 5.9. y = \frac{1-x}{x^2}. \quad 5.10. y = xe^x.$$

$$5.11. y = x^3 - \frac{48}{x}. \quad 5.12. y = 6 \ln x + \frac{1}{x^2}. \quad 5.13. y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}.$$

$$5.14. y = (x+2)^5 - 5x + 6. \quad 5.15. y = 2 - \sqrt[3]{x-3}. \quad 5.16. y = \frac{x^3}{x^2+48}.$$

$$5.17. y = \frac{1}{x} \ln x. \quad 5.18. y = x^3 (\ln x - 1). \quad 5.19. y = x^2 (\ln x - 3).$$

$$5.20. y = e^{\arctg x}. \quad 5.21. y = \ln(x^2 + 1). \quad 5.22. y = \arctg x - x.$$

$$5.23. y = e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad 5.24. y = x^4 (12 \ln x - 7). \quad 5.25. y = \frac{x^3}{x^2+12}.$$

### № 6

Провести полное исследование функций и построить их графики

$$6.1. y = \ln(x^2 + 1). \quad 6.2. y = x - \ln(x^2 + 1). \quad 6.3. y = \ln \frac{1+x}{1-x}. \quad 6.4. y = \frac{x^3}{x-1}.$$

$$6.5. y = \frac{1+4x^3}{x}. \quad 6.6. y = \frac{x}{e^x}. \quad 6.7. y = \frac{\ln x}{x} + x. \quad 6.8. y = x^2 e^{-x^2}.$$

$$6.9. y = (x+2)e^{1-x}. \quad 6.10. y = \frac{(x^2-1)(x-2)}{x}. \quad 6.11. y = \frac{e^x}{x}.$$

$$6.12. y = x^2 (x^2 - 1)^3. \quad 6.13. y = \frac{x^3}{e^x}. \quad 6.14. y = \frac{x}{x^2}. \quad 6.15. y = e^{\frac{1}{x}} - x.$$

$$6.16. y = 2x - \sqrt[3]{x^2} \quad 6.17. y = \frac{x^3}{(x+1)^2} \quad 6.18. y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

$$6.19. y = \frac{x^2}{x^2 - 1} \quad 6.20. y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2} \quad 6.21. y = \frac{x^3}{x^3 - 9} \quad 6.22. y = \frac{x + 2}{(x + 1)^2}$$

$$6.23. y = \frac{x}{x^2 - 4} \quad 6.24. y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} \quad 6.25. y = x \ln^2 x$$

## СОДЕРЖАНИЕ

ИДЗ № 1 .....	3
ИДЗ № 2 .....	19
ИДЗ № 3 .....	32
ИДЗ № 4 .....	38



Учебное издание

**Борбат Владимир Николаевич**  
**Сакович Наталья Владимировна**

**СБОРНИК**  
**ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ**  
**ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

В двух частях

Часть 1

Для студентов факультета  
экономики и права

Технический редактор *А.Н. Гладун*  
Компьютерная верстка *А.Л. Позняков*



Подписано в печать *19.05.2009* г.  
Формат 60x84/16. Гарнитура Times New Roman Cyr.  
Усл.-печ. л. 2,8. Уч.-изд. л. 2,5. Тираж 80 экз. Заказ № *204*.

Учреждение образования «Могилевский государственный университет  
им. А.А. Кулешова», 212022, Могилев, Космонавтов, 1.  
ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии  
УО «МГУ им. А.А. Кулешова». 212022, Могилев, Космонавтов, 1.