

# Логические структуры мышления при обучении математике

Г. В. Гостевич,

ассистент кафедры методики преподавания математики  
Могилевского государственного университета им. А. А. Кулешова

**С**овременная система математического образования в Беларуси ориентирована на интеллектуально-развивающее обучение, требующее специального овладения основными приемами теоретического познания, интенсивного развития рациональных, творческих, познавательных процессов при изучении теории и решении разнообразных задач. В связи с этим педагоги, психологи, методисты отмечают необходимость формирования и развития абстрактного мышления школьников, составной частью которого является логическое мышление.

Иногда логическое мышление рассматривается как мышление по законам логики. Законы логики составляют тот невидимый каркас, на котором держится последовательное рассуждение и без которого оно превращается в бессвязную речь [2].

Как показали исследования психологов, несмотря на то, что каждый ребенок обладает «логикой собственного ума», человек не рождается с готовой логикой мышления. Ею он овладевает в процессе жизни, в обучении. Логическое мышление принципиально невыводимо из прирожденных мозгу человека процессов и управляющих внутренних законов, поэтому способность его может быть только результатом овладения логикой [5].

Данный вид мышления формируется при изучении различных школьных предметов. При этом важное место принадлежит математике, где логические формы и отношения выступают в наиболее отчетливом виде. Можно говорить о том, что логическое мышление составляет основу математического рассуждения.

Несмотря на важность развития логического мышления учащихся, этот вид деятельности нередко выпадает из поля зрения учителей, внимание уделяется в основном только запоминанию и воспроизведению учебного материала. В результате работа над развитием логического мышления учеников идет без знания психологических и педагогических основ его формирования, последовательности этапов его развития. Это приводит к тому, что у большинства учащихся на протяжении долгого времени остаются несформированными основные логические операции и приемы мышления.

Как показывает практика, стихийное неуправляемое формирование логического мышления не дает необходимого результата. Поэтому одним из основных подходов к работе в этом направлении является целенаправленная систематическое обучение школьников на материалах, способствующих логическому развитию.

В средней школе в разное время предпринимались многочисленные попытки восполнить пробелы в логическом воспитании учащихся. Например, в учебники математики вводились отдельные задачи, содержащие логические элементы, некоторые темы посвящались изложению вопросов логики в школьном курсе математики.

Одним из подходов явилось введение в 1947 г. логики в качестве специального предмета в старшей школе. Но, как показали исследования, это не привело к значительным успехам. В результате был сделан вывод о нецелесообразности изучения логики в отрыве от математики, где она широко используется. Более того, впоследствии психологами было обосновано и доказано, что начинать изучение элементов логики в старших классах уже поздно. Поэтому в 1956 г. логика была исключена из школьных учебных планов и программ. В настоящее время вновь делаются попытки введения предмета «Логика» в школе. Например, в России он предлагается для учащихся X—XI классов, рекомендуются специальные пособия, соответствующие программе школьного курса данного предмета [6]. В Республике Беларусь в перечне дисциплин по выбору для учащихся гимназий содержится «Гимнастика ума и математическая логика», рассматриваются экспериментальные программы по ней [3]. Однако исследования эффективности введения логики в школе в качестве специального предмета в настоящее время в большом масштабе не проводятся.

С другой стороны, исследования ученых показали, что нельзя изучать математику в отрыве от логики. Например, А. А. Столяр установил, что эффективность обучения математике в отрыве от логики недостаточно высока. По его мнению, учащиеся не могут и не должны изучать вообще логику на уроках математики, но они могут и должны изучать некоторые из тех логических операций и средств вывода, которыми пользуются при изучении математики [11]. В связи с этим для оптимизации процесса обучения математике в действующие учебники математики для начальной школы [7] и IV—V классов [4] были включены элементы, связанные с овладением логическим аппаратом, без которого не обходится математическая наука (например, раздел «Учись рассуждать правильно», логические игры и задачи).

В психологии считается, что основой логического мышления являются мыслительные операции — отдельные законченные, устойчивые и повторяющиеся умственные действия, посредством которых учащиеся приобретают информацию. К ним традиционно относят анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизацию, абстрагирование, классификацию и систематизацию.

Иногда эти операции отождествляются с понятиями «приемы мыслительной деятельности», «логические методы познания», «умственные действия», «общие приемы мыслительной деятельности» и т. п. Подобные трактовки свидетельствуют о том, что единого подхода к именованию выделенных понятий не существует. Мы рассматриваем их с позиции структуры, которая является одной из самых общих во всех областях науки. Понятие «структура» формировалось в течение многих лет

как одно из понятий философии (формальной логики), психологии, математики и других наук.

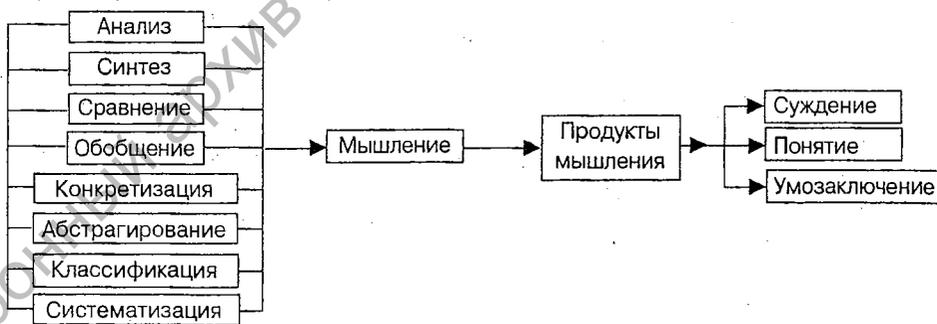
В научной литературе структура определяется по-разному: совокупность внутренних связей; строение, внутреннее устройство объекта; схема связей между элементами; совокупность устойчивых связей между множеством компонентов и т. д.

Однако можно выделить несколько основных подходов к определению понятия «структура». Один из них основан на том, что структура и система являются синонимами. В этом случае под структурой понимают совокупность устойчивых связей между множеством компонентов объекта, обеспечивающих его целостность и тождество самому себе. Представление о структуре предполагает рассмотрение объекта как системы. Недостатком такого подхода является, по мнению К. К. Платонова, недостаточное акцентирование связи элементов с целым, неделимости структуры [9].

Другой подход рассматривает структуру как нечто целое, которое не возникает механическим путем из суммы отдельных частей, а обладает специфически своеобразными свойствами и не может быть выведено из простого объединения его качеств. В этом случае понятие «структура» связывается с процессом развития. Оно является исходным моментом этого процесса, в ходе которого происходит изменение исходной структуры. На основе первичных появляются новые, отличающиеся иными качествами образования, вторичные структуры.

Нужно сказать, что второй подход не отрицает первый: в первом случае структура понимается как результат, а во втором — как процесс. Это соответствует рассмотрению понятия «структура» в первом случае в рамках формальной логики, а во втором — в рамках диалектической логики и психологии.

Формальная логика изучает ту или иную мысль или совокупность мыслей в том виде, в каком они сложились в науке и практике человека, со стороны структуры (логической формы). Она отвлекается при изучении наших мыслей от процесса их формирования и развития. Выявление структуры мыслей и формулирование на этом основании формальных правил представляет собой процесс форма-



Высшей стадией развития мышления является логическое мышление. Однако достижение этой стадии — длительный и сложный процесс. Только к 14 годам ребенок достигает стадии формально-логических операций, когда его мышление приобретает черты, характерные для мыслительной деятельности взрослых. Но достижение этой стадии еще не гарантирует высокого уровня развития логического мышления, т. е. сознательного пользования основными понятиями, правилами, законами логики. Поэтому заниматься развитием логического мышления нужно на всех возрастных этапах становления личности ребенка.

лизации. Структура той или иной мысли — это ее строение, которое представляет собой связи ее составных частей.

Психология же исследует сам мыслительный процесс, в ходе которого у человека формируются те или иные структуры. Эти структуры участвуют в процессе мышления, развиваются, взаимодействуют, в результате чего образуются новые структуры.

Диалектическая логика как учение о законах и формах возникновения и развития научного познания рассматривает также структуры мышления в развитии. Она действует и там, где мы мыслим вещи в движении, и там, где мы мыслим их в относительном покое [1].

Таким образом, мыслительные операции являются действиями, доступными изучению со стороны психолога, а также структурами, законы которых могут быть сформулированы формальной логикой и математикой. Логико-математическими же структурами являются те самые структуры, с которыми стремятся постепенно сообразоваться действия субъекта в его развитии [8].

Составной частью математической науки являются процессы логического мышления, связанные с рассуждениями и аргументацией. При изучении математики пристальное внимание уделяется логическим методам познания. Поэтому имеет смысл говорить о логических структурах мышления при обучении математике. Таким образом, под **логической структурой** будем понимать целостное логическое образование, обладающее специфическими своеобразными свойствами, отношениями, логически взаимосвязанными между собой, находящееся в постоянном развитии.

В качестве примеров логических структур мышления можно рассматривать *анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, классификацию и систематизацию*. Эти логические структуры участвуют в процессе мышления, развиваются, взаимодействуют, в результате чего образуются новые вторичные структуры, выступающие в качестве продуктов мышления. К ним можно отнести *понятия, суждения, умозаключения*. Тогда исходные структуры выступают в качестве подструктур продуктов мышления. Данный процесс можно схематически изобразить следующим образом.

При проведении исследований по формированию логических структур мышления нас интересовали вопросы: влияет ли уровень сформированности логических структур на успешность обучения математике и если да, то как и когда наиболее целесообразно начинать формирование логических структур при обучении математике. Некоторые ответы на них были получены экспериментально. Целями эксперимента являлись: определение того, насколько у учащихся подготовительного, I—V классов сформированы логические структуры мышления; выявление влияния сформированности логических структур на успешность обучения математике.



также самостоятельная деятельность учащихся, которым необходимо знать, с какой целью они усваивают материал, какие качества должны иметь для его усвоения и какие качества ума при этом будут совершенствоваться. Естественно, эту деятельность организует учитель. При этом необходимо обеспечивать единство в управлении процессом усвоения знаний и процессом формирования логических структур мышления. Развитие мышления происходит главным образом под воздействием обучения и самостоятельной деятельности учащихся.

Так, психологами установлено, что уже дошкольники владеют основными операциями мышления, но в самой элементарной форме [10]. У младших школьников выявляются ранние формы суждений, дедуктивных умозаключений (М. Н. Шардаков, М. М. Вахрушев и др.). Это позволяет в начальной школе начать систематическое формирование логических структур мышления. Как показывает практика, одних уроков математики недостаточно для эффективного формирования структур мышления. Поэтому методика такой работы при обучении математике должна осуществляться как на уроках при изучении учебного материала, так и на дополнительных или факультативных занятиях, связанных непосредственно с формированием логических структур мышления (например, в рамках спецкурса «Логика и гимнастика ума»). В рамках проводимого исследования была разработана программа указанного спецкурса для подготовительного, I—III классов гимназий. Целями данного спецкурса являлись: интеллектуальное развитие учащихся; формирование всех видов мышления, характерных для математической деятельности, в том числе и логического; формирование логических структур анализа, синтеза, сравнения, обобщения, конкретизации, абстрагирования, классификации и систематизации; возможность пропедевтики тех понятий и действий, понимание формально-логической сущности которых потребуется учащимся в последующих классах. Приведем фрагмент программы для подготовительного класса:

**Логика и гимнастика ума** (1 ч. в неделю. Всего — 30 ч.)

1. Анализ и синтез при работе с цветом предметов (2 ч.).
2. Анализ и синтез при работе с формой предметов (1 ч.).
3. Сравнение (6 ч.).

Отождествление и отличие предметов по размерам. Синтезирование предметов по одному, двум, трем признакам. Выделение признаков сходства и отличия.

4. Математические игры (2 ч.).
5. Выделение существенных и несущественных признаков предметов при решении задач (1 ч.).
6. Логические задачи. Задачи на переливание (2 ч.).

7. Слова: только, и, или, верно (истина), неверно (ложь); понятие высказывания и связанные с ним термины (1 ч.).
8. Логические задачи на раскрашивание (3 ч.).
9. Обобщение, конкретизация и абстрагирование при работе с предметами и математическими объектами (6 ч.).
10. Классификация при работе с предметами и математическими объектами (2 ч.).
11. Систематизация при работе с предметами и математическими объектами (2 ч.).
12. Олимпиада по логике (1 ч.).
13. Логические игры (1 ч.).
14. Вечер логики (1 ч.).

В 1998—2002 гг. по разработанной программе нами осуществлялся обучающий эксперимент учащихся подготовительных, I—V классов гимназии № 3 и в 2001—2002 гг. I—V классов гимназии № 2 г. Могилева. В ходе эксперимента мы проверяли эффективность нашей программы; разрабатывали методику проведения занятий; выясняли, в какой последовательности и форме, на каких заданиях лучше формировать логические структуры мышления; устанавливали и прослеживали взаимосвязи развития логических структур и успешности обучения математике. Полученные результаты позволяют утверждать, что у учащихся младших классов были сформированы логические структуры мышления, что в свою очередь повлияло на успешность обучения математике.

Следует отдельно отметить, что при формировании логических структур мышления учителю необходимо учитывать этапность и последовательность в их развитии. Опираясь на исследования психологов, педагогов, результаты нашей экспериментальной работы, мы пришли к выводу, что логические структуры нужно формировать в строгой последовательности, начиная с первичных и затем постепенно переходя к более сложным. Мы предлагаем следующую последовательность в развитии логических структур: анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация, абстрагирование, классификация и систематизация.

Не следует забывать и о преемственности формирования и развития логических структур на различных этапах обучения. Как мы выяснили в ходе эксперимента, их нужно начинать целенаправленно и систематически формировать уже в начальной школе. Однако это не означает, что сформированные логические структуры остаются неизменными в средней школе, наоборот, они развиваются и совершенствуются (например, при формировании понятия числа развиваются структуры анализа, синтеза, сравнения и обобщения).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гетманов А. Д. Логика: Учеб. для студентов пед. вузов. М., 1986.
2. Ивин А. А. Строгий мир логики. М., 1988.
3. Качалаў М. Р., Светлакова М. І. Наша мэта — развіццё дзіцяці // Пачатковая школа. 1994. № 11.
4. Латотин Л. А., Чеботаревский Б. Д. Математика: 5-й кл.: Эксперим. учеб. для шк. с рус. яз. обучения. Мн., 1998.
5. Леонтьев А. Н. Избранные психологические произведения: В 2-х т. Т. 1. М., 1983.
6. Логика: Учеб. пособие для общеобразоват. учеб. заведений, шк. и классов с углубл. изуч. логики, лицеев и гимназий. М., 1995.
7. Математика: Учеб. для 3-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения. Мн., 2000.
8. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации. М., 1963.
9. Платонов К. К. Структура и развитие личности. М., 1986.
10. Подгорецкая Н. А. Изучение приемов логического мышления у взрослых. М., 1980.
11. Столяр А. А. Логические проблемы преподавания математики. Мн., 1965.