

Л.В. Лещенко
В.В. Николаева
Л.А. Бондарева

*Контрольные
задания*
ПО МАТЕМАТИКЕ

Для студентов
педагогического факультета

Могилев 2006

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.А. КУЛЕШОВА”

Л.В. Лещенко,
В.В. Николаева,
Л.А. Бондарева

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Для студентов
педагогического факультета



Могилев 2006

УДК 372.851
ББК 22.1
Л54

*Печатается по решению редакционно-издательского
и экспертного совета МГУ им. А.А. Кулешова*

Рецензент

кандидат физико-математических наук доцент
МГУ им. А.А. Кулешова
В.Г. Иванов

Лещенко, Л.В.

Л54 Контрольные задания по математике / Л.В. Лещенко, В.В. Николаева,
Л.А. Бондарева. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2006. – 40 с.

Издание содержит задания по всем основным темам курса математики для педагогического факультета (по каждой теме – 25 вариантов).

Задания могут использоваться для составления контрольных работ, проведения зачетов, организации самостоятельной и индивидуальной работы студентов как заочного отделения, так и дневного.

УДК 372.851
ББК 22.1

1. Суждения и отношения между ними

Два суждения заданы своими логическими формулами.

а) Установите отношения между этими суждениями.

б) Сформулируйте суждения, соответствующие этим формулам.

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $A \vee B \vee C$ | и | $A \vee (\neg B \supset C)$ |
| 2. $\neg B \sim (\neg C \vee \neg A)$ | и | $(\neg A \supset B) \vee (A \supset C)$ |
| 3. $A \vee B \wedge C$ | и | $A \wedge \neg(B \supset C)$ |
| 4. $A \wedge B \wedge C$ | и | $(A \supset \neg B) \vee C$ |
| 5. $\neg A \wedge (B \sim C)$ | и | $\neg A \supset B \vee C$ |
| 6. $\neg A \vee B \supset C$ | и | $A \supset B \wedge \neg C$ |
| 7. $A \wedge (\neg B \vee \neg C)$ | и | $A \vee (B \sim \neg C)$ |
| 8. $\neg A \vee (\neg B \supset \neg C)$ | и | $\neg A \wedge C \sim B$ |
| 9. $\neg A \sim \neg B \vee \neg C$ | и | $B \wedge C \wedge \neg A$ |
| 10. $A \supset \neg(B \wedge C)$ | и | $A \wedge C \vee \neg B$ |
| 11. $A \wedge \neg B \supset \neg C$ | и | $C \sim A \vee B$ |
| 12. $A \vee B \supset \neg C$ | и | $\neg A \supset \neg B \wedge C$ |
| 13. $\neg A \wedge (\neg B \sim C)$ | и | $\neg A \vee \neg(C \supset B)$ |
| 14. $\neg A \supset B \wedge C$ | и | $\neg C \vee A \wedge B$ |
| 15. $A \vee (B \supset C)$ | и | $\neg A \wedge C \supset B$ |
| 16. $A \supset (B \supset C)$ | и | $\neg(A \wedge B) \vee C$ |
| 17. $A \sim B \supset C$ | и | $A \vee \neg(B \wedge \neg C)$ |
| 18. $A \supset B \vee C$ | и | $A \wedge (B \sim C)$ |
| 19. $C \vee \neg(A \vee B)$ | и | $A \wedge \neg B \supset \neg C$ |
| 20. $A \vee B \sim \neg C$ | и | $\neg A \wedge B \supset \neg C$ |
| 21. $(\neg A \wedge \neg B) \vee C$ | и | $(\neg B \sim C) \vee A$ |
| 22. $\neg A \supset B \wedge \neg C$ | и | $A \vee \neg(B \supset C)$ |
| 23. $(A \sim \neg C) \wedge \neg B$ | и | $A \wedge \neg(B \supset \neg C)$ |
| 24. $(B \vee \neg C) \wedge \neg A$ | и | $C \supset \neg(A \wedge B)$ |
| 25. $\neg A \wedge \neg B \sim C$ | и | $\neg B \wedge C \supset A$ |

2. Логическая функция и ее область истинности

Отметьте штриховкой на диаграмме Венна область истинности логической функции.

- | | |
|---|--|
| 1. $\neg A(x) \vee \neg (\neg B(x) \wedge C(x))$ | 14. $\neg (A(x) \vee \neg B(x)) \wedge C(x)$ |
| 2. $\neg A(x) \wedge (\neg B(x) \supset C(x))$ | 15. $\neg (\neg A(x) \vee \neg B(x)) \supset C(x)$ |
| 3. $A(x) \sim \neg B(x) \vee C(x)$ | 16. $\neg A(x) \supset B(x) \wedge \neg C(x)$ |
| 4. $\neg A(x) \sim B(x) \vee C(x)$ | 17. $A(x) \supset \neg (B(x) \wedge C(x))$ |
| 5. $\neg A(x) \sim \neg B(x) \wedge C(x)$ | 18. $A(x) \wedge B(x) \supset \neg C(x)$ |
| 6. $\neg (A(x) \wedge \neg B(x)) \supset C(x)$ | 19. $\neg (\neg A(x) \sim B(x)) \wedge C(x)$ |
| 7. $\neg A(x) \vee (\neg B(x) \supset C(x))$ | 20. $A(x) \wedge \neg (B(x) \vee \neg C(x))$ |
| 8. $A(x) \wedge \neg (\neg B(x) \vee C(x))$ | 21. $A(x) \vee \neg (B(x) \supset \neg C(x))$ |
| 9. $\neg (\neg A(x) \vee B(x)) \supset \neg C(x)$ | 22. $\neg (A(x) \vee \neg B(x)) \wedge \neg C(x)$ |
| 10. $\neg (\neg A(x) \vee B(x)) \wedge \neg C(x)$ | 23. $\neg A(x) \supset \neg B(x) \vee C(x)$ |
| 11. $\neg (A(x) \wedge \neg B(x)) \vee C(x)$ | 24. $A(x) \supset \neg (B(x) \vee C(x))$ |
| 12. $\neg (\neg A(x) \wedge B(x)) \vee C(x)$ | 25. $A(x) \vee \neg (\neg B(x) \vee C(x))$ |
| 13. $\neg A(x) \vee \neg (B(x) \wedge \neg C(x))$ | |

3. Умозаключения, основанные на правилах логического следования

Проанализируйте рассуждение

1. Если число целое, то оно рациональное. Если число – дробь, то оно натуральное. Следовательно, если число натуральное, то оно целое.

2. Если $a \neq 0$ и $b \neq 0$, то $ab \neq 0$. $ab = 0$. Следовательно, $a = 0$ или $b = 0$.

3. Если целое число делится на 5, то оно оканчивается нулем или цифрой 5. Данное целое число делится на 5 и не оканчивается нулем. Следовательно, это число оканчивается цифрой 5.

4. $x = 0$, или $x < 0$, или $x > 0$. $x \neq 0$. Следовательно, $x < 0$ или $x > 0$.

5. $x = 0$, или $x < 0$, или $x > 0$. $x < 0$ или $x > 0$. Следовательно, $x \neq 0$.

6. Если $a = 0$ или $b = 0$, то $ab = 0$. $ab \neq 0$. Следовательно, $a \neq 0$ или $b \neq 0$.

7. Число x четное и кратно 5. Если число x четное и кратно 5, то оно делится на 10. Следовательно, число x делится на 10.

8. Если фигура – параллелограмм, то она четырехугольник. Если фигура – ромб, то она четырехугольник. Следовательно, если фигура – ромб, то она параллелограмм.

9. Если 2 – простое число, то 2 – наименьшее простое число. Если 2 – наименьшее простое число, то 1 не является простым числом. Число 1 не является простым числом. Следовательно, 2 – простое число.

10. Если x – трапеция, то x не является правильным многоугольником. Если x – треугольник, то x не является трапецией. Следовательно, если x – треугольник, то он не является правильным многоугольником.

11. $x > 0$ и $y > 0$. Если неверно, что $xy > 0$, то неверно и то, что $x > 0$ и $y > 0$. Следовательно, $xy > 0$.

12. Если сегодня вечером будет мороз, то я пойду на каток. Если завтра будет оттепель, то я пойду в музей. Сегодня вечером на улице мороз. Следовательно, завтра я не пойду в музей.

13. $xy > 0$. Если неверно, что $xy > 0$, то неверно и то, что $x > 0$ и $y > 0$. Следовательно, $x > 0$ или $y > 0$.

14. Число является нечетным, если и только если оно не кратно 2. Если число не кратно 2, то оно не кратно 4. Следовательно, если число делится на 4, то оно четное.

15. Ребенок болен или устал. Ребенок болен тогда и только тогда, когда у него поднялась температура. Температура у него нормальная. Следовательно, ребенок устал.

16. Если человек – трус, то он может пожертвовать своими убеждениями. Если человек – честный, то он не трус. Следовательно, если человек – нечестный, то он может пожертвовать своими убеждениями.

17. Если человек не упрямый, то он может поменять свое мнение. Если человек честный, то он не упрямый. Следовательно, если человек не может поменять свое мнение, то он нечестный.

18. Если человек принадлежит нашей компании, то он смелый и никогда не подведет. Человек не принадлежит к нашей компании. Следовательно, он не смелый или может подвести.

19. Если фигура – квадрат, то он прямоугольник и все его стороны равны. В четырехугольнике $ABCD$ не все стороны равны. Следовательно, он не квадрат или не прямоугольник.

20. Если число больше 1, то оно простое или составное. Данное число не простое и не составное. Следовательно, оно не больше 1.

21. $x > 0$, или $x < 0$, или $x = 0$. x не больше 0 и $x \neq 0$. Следовательно, $x < 0$.

22. Если фигура – ромб и у нее прямые углы, то эта фигура – квадрат. Данная фигура не ромб. Следовательно, она не квадрат или углы у нее не прямые.

23. Число не делится на 5 тогда и только тогда, когда неверно, что оно оканчивается нулем или цифрой 5. Данное число не оканчивается нулем и не оканчивается цифрой 5. Следовательно, это число не делится на 5.

24. Если Иванов прочитает книгу и не отнесет ее в библиотеку, то он передаст ее Петрову. Иванов прочитал книгу, но не передал ее Петрову. Следовательно, Иванов отнес книгу в библиотеку.

25. Если фигура – ромб, то она – параллелограмм. Если фигура не четырехугольник, то она не параллелограмм. Следовательно, если фигура – ромб, то она – четырехугольник.

4. Операции над числовыми множествами

Даны числовые множества A, B, C .

а) С помощью числовой прямой найдите множества

$$A \cap B \cup C \text{ и } A \setminus (B \cup C).$$

б) Изобразите на координатной плоскости декартово произведение множеств A и B .

1. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 0\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 4\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq 3\}$.
2. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 7\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{Z}, 3 \leq x \leq 6\}$.
3. $A = \{x/x \in \mathbb{R}, 1 < x < 6\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{R}, -1 < x < 3\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{R}, 2 \leq x \leq 5\}$.
4. $A = \{x/x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 5\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{R}, -7 \leq x \leq 1\}$.
5. $A = \{x/x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 3\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{Z}, 2 \leq x \leq 5\}$.
6. $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 4\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{R}, x < 4\}$, $C = \{x/x \in \mathbb{R}, x > 0\}$.

7. $A = \{x/x \in N, x < 6\}$, $B = \{x/x \in R, x > 0\}$, $C = \{x/x \in R, x \leq 4\}$.
8. $A = \{x/x \in N, x < 8\}$, $B = \{x/x \in R, x \geq 2\}$, $C = \{x/x \in R, x < 6\}$.
9. $A = \{x/x \in N, x < 5\}$, $B = \{x/x \in Z, -5 \leq x < 4\}$, $C = \{x/x \in R, x \geq -8\}$.
10. $A = \{x/x \in R, 0 < x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in N, x < 6\}$, $C = \{x/x \in Z, 2 \leq x < 9\}$.
11. $A = \{x/x \in Z, -4 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in R, -2 < x < 2\}$, $C = \{x/x \in Z, -2 \leq x \leq 2\}$.
12. $A = \{x/x \in R, -4 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in Z, -2 < x < 2\}$, $C = \{x/x \in N, x \leq 2\}$.
13. $A = \{x/x \in Z, -5 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x/x \in R, -3 < x < 3\}$, $C = \{x/x \in Z, -3 \leq x \leq 3\}$.
14. $A = \{x/x \in R, -2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x/x \in Z, -4 < x < 4\}$, $C = \{x/x \in N, x \leq 4\}$.
15. $A = \{x/x \in Z, -8 \leq x \leq 8\}$, $B = \{x/x \in R, -6 < x < 6\}$, $C = \{x/x \in Z, -6 \leq x \leq 6\}$.
16. $A = \{x/x \in N, x \leq 8\}$, $B = \{x/x \in Z, -4 \leq x < 6\}$, $C = \{x/x \in Z, -6 < x \leq 3\}$.
17. $A = \{x/x \in R, -1 < x < 3\}$, $B = \{x/x \in R, 1 \leq x \leq 6\}$, $C = \{x/x \in R, 2 \leq x < 10\}$.
18. $A = \{x/x \in Z, -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x/x \in R, -1 < x < 1\}$, $C = \{x/x \in Z, -1 \leq x \leq 1\}$.
19. $A = \{x/x \in N, x \leq 10\}$, $B = \{x/x \in Z, -1 \leq x < 8\}$, $C = \{x/x \in Z, -8 \leq x < 5\}$.
20. $A = \{x/x \in R, x \geq 4\}$, $B = \{x/x \in R, x < 6\}$, $C = \{x/x \in R, 5 \leq x \leq 10\}$.
21. $A = \{x/x \in R, x \leq 6\}$, $B = \{x/x \in R, x > 4\}$, $C = \{x/x \in R, -2 \leq x < 6\}$.
22. $A = \{x/x \in N, x \leq 6\}$, $B = \{x/x \in Z, -4 \leq x < 5\}$, $C = \{x/x \in Z, -6 \leq x < 4\}$.
23. $A = \{x/x \in R, x \leq 8\}$, $B = \{x/x \in R, x > 5\}$, $C = \{x/x \in R, -1 \leq x < 7\}$.
24. $A = \{x/x \in Z, -6 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x/x \in R, -4 < x < 4\}$, $C = \{x/x \in Z, -4 \leq x \leq 4\}$.
25. $A = \{x/x \in R, x \geq 6\}$, $B = \{x/x \in R, -1 < x < 1\}$, $C = \{x/x \in R, -1 \leq x \leq 1\}$.

5. Разбиение множества на классы.

Отношения между множествами

1. При опросе 100 депутатов оказалось: английский язык знают 30 человек, немецкий – 40, только английский и немецкий языки – 10 человек, только немецкий и французский – 12 человек, только английский и французский – 8 человек, только немецкий – 14 человек; 20 депутатов не знают ни одного из названных иностранных языков.

Пусть: I – множество опрошенных депутатов;

A – множество депутатов, которые знают английский язык;

B – множество депутатов, которые знают французский язык;

C – множество депутатов, которые знают немецкий язык.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = A \cap \overline{B \cup C} \text{ и } Y = A \setminus \overline{B \cup C}$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько депутатов знают не менее двух иностранных языков?

2. При опросе 70 учеников оказалось: увлекаются спортом 22 человека, поют в хоре 32 человека, занимаются в драмкружке 27 человек; 10 учеников посещают драмкружок и поют в хоре, 6 – поют в хоре и занимаются спортом, 8 спортсменов посещают драмкружок, 3 ученика занимаются спортом, поют в хоре и ходят в драмкружок.

Пусть: I – множество опрошенных учеников;

A – множество учеников, которые посещают драмкружок;

B – множество учеников, поющих в хоре;

C – множество учеников, которые занимаются спортом.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (\overline{A} \cap B) \cup C \text{ и } Y = (A \setminus \overline{B}) \cup C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько учеников занимаются только в одном кружке?

3. Из 40 студентов педфака во время сессии получили “6” по белорусскому языку 19 человек, по философии – 22 человека, 4 студента получили “6” только по белорусскому языку, 11 – только по философии, 5 – только по математике; 7 студентов получили “6” по философии и математике, 5 из них имеют оценку “6” и по белорусскому языку.

Пусть: I – множество студентов педфака;

A – множество студентов, которые получили “6” по математике;

B – множество студентов, которые получили “6” по белорусскому языку;

C – множество студентов, которые получили “6” по философии.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A | \bar{B}) \cap C \text{ и } Y = (A \cup B) \cap \bar{C}$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько студентов получили не более одной шестерки?

4. Из 100 студентов 26 изучают немецкий язык, 48 – французский, 23 студента изучают немецкий, но не английский язык, 16 – только немецкий, 8 – немецкий и французский и также 8 – английский и французский; 24 студента не изучают ни одного из этих языков.

Пусть: I – множество опрошенных студентов;

A – множество студентов, изучающих английский язык;

B – множество студентов, изучающих французский язык;

C – множество студентов, изучающих немецкий язык.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = A \cap (B \cup C) \text{ и } Y = (A \cup B) \setminus C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько студентов изучают только один иностранный язык?

5. Из 50 студентов педфака досрочно сдали зачет по математике 19 человек, по педагогике – 21 человек, по философии – 12; 8 студентов сдали зачет по педагогике и философии, 5 – по математике и философии, 4 – по математике и педагогике; 3 студента получили зачет по всем этим дисциплинам.

Пусть: I – множество студентов педфака;

A – множество студентов, сдавших зачет по математике;

B – множество студентов, сдавших зачет по педагогике;

C – множество студентов, сдавших зачет по философии.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap B) \cup \bar{C} \text{ и } Y = A \setminus (B \cup C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько студентов сдали только два зачета?

6. В классе 38 учеников. Из них 16 занимаются футболом, 18 – хоккеем, 15 – волейболом; 8 учеников увлекаются футболом и волейболом, 4 – футболом и хоккеем, 5 – хоккеем и волейболом; 5 учащихся не занимаются спортом.

Пусть: I – множество учеников в классе;

A – множество учеников, которые занимаются футболом;

B – множество учеников, которые занимаются хоккеем;

C – множество учеников, которые занимаются волейболом.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap \bar{B}) \cup C \quad \text{и} \quad Y = A \cup (B \setminus C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько учеников занимаются только одним видом спорта?

7. При опросе 100 учеников оказалось: 19 учеников занимаются только лыжами, 20 – только коньками, 30 – только гимнастикой; 9 учеников занимаются лыжами и коньками, но не гимнастикой, 6 – лыжами и гимнастикой, но не коньками, 5 – гимнастикой и коньками, но не лыжами, 9 учеников не занимаются ни одним из указанных видов спорта.

Пусть: I – множество опрошенных учеников;

A – множество учеников, которые занимаются лыжами;

B – множество учеников, которые занимаются коньками;

C – множество учеников, которые занимаются гимнастикой.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \overline{A \cap B \cap C} \quad \text{и} \quad Y = \overline{A \cap B} \setminus C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько учеников занимаются только одним видом спорта?

8. В группе 28 студентов. Из них 4 отличника, 18 – поют в хоре, 14 – занимаются спортом; 3 студента-отличника поют в хоре, 2 студента-отличника занимаются спортом, 10 студентов только поют в хоре, 1 студент-отличник поет в хоре и занимается спортом.

Пусть: I – множество студентов группы;

A – множество студентов-отличников;

B – множество студентов, которые поют в хоре;

C – множество студентов, которые занимаются спортом.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap \bar{B}) \cap C \text{ и } Y = (A \cap \bar{B}) \setminus C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько студентов-отличников не поют в хоре?

9. При опросе 110 человек оказалось: 44 человека знают английский язык, 50 – немецкий, 49 – французский; 14 человек знают английский и французский языки, 12 – французский и немецкий, 13 – английский и немецкий; 5 человек знают все три языка.

Пусть: I – множество опрошенных людей;

A – множество людей, знающих английский язык;

B – множество людей, знающих немецкий язык;

C – множество людей, знающих французский язык.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = A \cup (\bar{B} \cap C) \text{ и } Y = A \setminus (\bar{B} \cap C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько человек не знают ни одного из названных языков?

10. При опросе 100 депутатов оказалось: 63 человека увлекаются теннисом, 20 – лыжами, 25 – футболом; теннисом и футболом – 18, футболом и лыжами – 13, теннисом и лыжами – 12; 10 человек занимаются всеми названными видами спорта.

Пусть: I – множество опрошенных депутатов;

A – множество депутатов, которые занимаются теннисом;

B – множество депутатов, которые занимаются лыжами;
 C – множество депутатов, которые занимаются футболом.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \overline{A|B \cap C} \text{ и } Y = (A \setminus B) \cup C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько депутатов увлекаются только одним видом спорта?

11. Дано 80 натуральных чисел. Среди них 29 – четные, 23 – делятся на 5; 17 четных чисел не делятся на 3; 11 четных чисел не делятся ни на 5, ни на 3; 9 четных чисел делятся на 5; 7 чисел делятся на 3 и на 5; 22 числа не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5.

Пусть: I – множество данных натуральных чисел;

A – множество четных чисел;

B – множество чисел, которые делятся на 5;

C – множество чисел, которые делятся на 3.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A|B) \cap \overline{C} \text{ и } Y = (A \setminus B) \cap C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько нечетных чисел делятся на 3 и 5?

12. Из 80 студентов педфака 29 занимаются в драмкружке, 23 – поют в хоре, 31 – занимаются танцами; 12 студентов из драмкружка занимаются танцами, 9 поют в хоре и посещают драмкружок, 7 поют в хоре и танцуют; 3 студента занимаются всеми тремя видами художественной самодеятельности.

Пусть: I – множество студентов педфака;

A – множество студентов, которые занимаются в драмкружке;

B – множество студентов, которые поют в хоре;

C – множество студентов, которые занимаются танцами.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = A| \overline{B \cap C} \text{ и } Y = A \cap \overline{B \cap C}$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько студентов занимаются только двумя видами деятельности?

13. Среди 80 геометрических фигур имеется: красных – 29, треугольных – 31, больших – 23; красных треугольников – 12, красных и больших фигур – 9, больших треугольников – 7; 9 красных треугольников не являются большими.

Пусть: I – множество данных геометрических фигур;
 A – множество красных фигур;
 B – множество треугольных фигур;
 C – множество больших фигур.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = A \cap \overline{B \setminus C} \text{ и } Y = A \cap (B \setminus C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько треугольных фигур не являются красными?

14. Среди 60 опрошенных учеников 11 класса увлекаются музыкой 21 человек, танцами – 23; 5 человек любят танцы и компьютерные игры, 4 – танцы и музыку, 15 – только музыку, 16 – любят музыку, но не любят компьютеры; 14 учеников не увлекаются ни музыкой, ни танцами, ни компьютерами.

Пусть: I – множество опрошенных учеников;
 A – множество учеников, которые увлекаются музыкой;
 B – множество учеников, которые увлекаются танцами;
 C – множество учеников, которые увлекаются играми.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (\overline{A} | B) \cap C \text{ и } Y = (\overline{A} \setminus B) \cup C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько учеников любят только музыку и танцы?

15. Среди 60 геометрических фигур имеется: 21 синяя, 23 квадратных; при этом 17 квадратов не являются синими и не являются большими;

1 синий квадрат не является большим; 2 больших квадрата не являются синими, 2 большие синие фигуры не являются квадратами; 11 фигур не являются ни синими, ни большими, ни квадратным.

Пусть: I – множество геометрических фигур;

A – множество синих фигур;

B – множество квадратных фигур;

C – множество больших фигур.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \bar{A} \setminus (B \cap C) \text{ и } Y = A \setminus (B \cap C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько синих фигур не являются квадратными?

16. Среди 40 геометрических фигур 26 желтых, 25 больших, 27 круглых; 15 желтых и больших, 18 больших и круглых, 16 желтых и круглых, 1 фигура не является ни круглой, ни большой, ни желтой.

Пусть: I – множество геометрических фигур;

A – множество желтых фигур;

B – множество круглых фигур;

C – множество больших фигур.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap B) \setminus C \text{ и } Y = \bar{A} \cap (B \setminus C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько фигур являются круглыми или желтыми?

17. Из 40 студентов сдали экзамен по математике 26 человек, по педагогике – 25; 5 студентов сдали экзамен по математике и педагогике, но не сдали по философии; 8 – сдали по педагогике и философии и не сдали по математике; 6 – сдали по математике и философии и не сдали по педагогике; 2 студента сдали только по педагогике, 1 студент не сдал ни одного экзамена.

Пусть: I – множество студентов;

A – множество студентов, которые сдали экзамен по математике;

B – множество студентов, которые сдали экзамен по педагогике;
 C – множество студентов, которые сдали экзамен по философии.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap B) \setminus C \text{ и } Y = (A \cup B) \setminus C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько студентов сдали не менее двух экзаменов?

18. Даны 110 натуральных чисел. Среди них 44 четных, 46 делятся на 5, 49 делятся на 3; 13 четных чисел делятся на 5, 15 четных чисел делятся на 3; 14 чисел делятся на 5 и на 3, из них 3 – четные.

Пусть: I – множество данных натуральных чисел;

A – множество четных чисел;

B – множество чисел, которые делятся на 5;

C – множества чисел, которые делятся на 3.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A \cap B) \cup C \text{ и } Y = (A \setminus B) \setminus C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько четных чисел не делятся ни на 3, ни на 5?

19. Среди 108 натуральных чисел имеется: 44 двузначных числа, 49 чисел делятся на 3, 19 двузначных чисел не делятся ни на 3, ни на 5; 22 числа делятся на 5, но не делятся на 3 и не являются двузначными; 23 числа делятся на 3, но не делятся на 5 и не являются двузначными; 3 двузначных числа делятся на 3 и на 5, а 9 двузначных чисел делятся только на 5.

Пусть: I – множество данных натуральных чисел;

A – множество двузначных чисел;

B – множество чисел, которые делятся на 5;

C – множество чисел, которые делятся на 3.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (\bar{A} \cap B) \cup C \text{ и } Y = (A \cap B) \cap C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько двузначных чисел делятся на 3 или на 5?

20. При опросе 50 учеников оказалось: 16 человек увлекаются математикой, 11 – химией, 22 – иностранным языком; причем 7 математиков занимаются и химией, 5 химиков и 4 математика любят иностранный язык; 15 учеников не отдадут предпочтения ни одному из названных предметов.

Пусть: I – множество опрошенных учеников;
 A – множество учеников, которые увлекаются математикой;
 B – множество учеников, которые увлекаются химией;
 C – множество учеников, которые любят иностранный язык.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (\bar{A} | C) \cap B \text{ и } Y = C \setminus (A \cup B)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько учеников любят математику или химию?

21. Из 78 студентов педфака 30 занимаются музыкой, 28 посещают драмкружок, 26 любят спорт; 14 студентов посещают драмкружок и занимаются музыкой, 12 – занимаются музыкой и спортом, 7 – ходят в драмкружок и занимаются спортом, двое увлекаются всеми тремя видами занятий.

Пусть: I – множество студентов педфака;
 A – множество студентов, которые увлекаются музыкой;
 B – множество студентов, которые увлекаются спортом;
 C – множество студентов, которые занимаются в драмкружке.

- а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A | B) \cup C \text{ и } Y = A \cup (B \cap C)$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

- б) В каком отношении находятся множества X и Y ?
 в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?
 г) Сколько студентов занимаются спортом или музыкой?

22. Среди 78 натуральных чисел имеется: двузначных чисел – 28, 30 чисел – делятся на 3, 26 – делятся на 7; 14 двузначных чисел делятся

на 3; 12 чисел делятся на 3 и на 7; 7 двузначных чисел делятся на 7; 20 чисел не являются двузначными и не делятся ни на 3, ни на 7.

Пусть: I – множество данных натуральных чисел;

A – множество двузначных чисел;

B – множество чисел, которые делятся на 3;

C – множество чисел, которые делятся на 7.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \overline{A} \mid (B \cup C) \text{ и } Y = \overline{A \setminus (B \cup C)}$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько недвузначных чисел делятся на 3 или 7?

23. Среди 48 опрошенных студентов оказалось: 16 изучают английский язык, 24 – немецкий, 12 – французский; 8 студентов изучают английский и немецкий языки, 8 – французский и немецкий, 4 – французский и английский, причем двое из них не изучают немецкий.

Пусть: I – множество опрошенных студентов;

A – множество студентов, которые изучают английский язык;

B – множество студентов, которые изучают французский язык;

C – множество студентов, которые изучают немецкий язык.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \overline{A} \mid C \cap B \text{ и } Y = (\overline{A} \cup B) \cap C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько человек изучают только один язык?

24. Среди 100 геометрических фигур имеется: красных – 30, больших – 40; 10 – красных и больших, но не круглых, 12 – больших круглых, но не красных, 8 – красных и круглых, но не больших; 14 больших фигур не являются ни красными, ни круглыми, 20 фигур – не большие, не красные, не круглые.

Пусть: I – множество геометрических фигур;

A – множество красных фигур;

B – множество круглых фигур;

C – множество больших фигур.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = (A|C) \cap \bar{B} \text{ и } Y = A \setminus (C \cap \bar{B})$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько фигур являются красными или небольшими?

25. При опросе 110 человек оказалось: английский язык знают 44 человека, немецкий – 46, французский – 49; 13 человек владеют английским и немецким языками, 14 – немецким и французским, 15 – английским и французским; 8 человек не знают ни одного из этих иностранных языков.

Пусть: I – множество опрошенных людей;

A – множество людей, которые знают английский язык;

B – множество людей, которые знают французский язык;

C – множество людей, которые знают немецкий язык.

а) Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна множества

$$X = \overline{(A|B) \cup C} \text{ и } Y = (A \cup B) \cap C$$

и сформулируйте характеристическое свойство элементов этих множеств.

б) В каком отношении находятся множества X и Y ?

в) Сколько элементов содержат множества X и Y ?

г) Сколько человек знают только два иностранных языка?

6. Соответствие между множествами.

Виды соответствий

Между элементами множеств X и Y задано соответствие R .

а) Задайте соответствие R графом, множеством пар, графиком.

б) Укажите вид соответствия.

1. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

R – “квадрат числа x равен числу y ”.

2. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

R – “число x – квадрат числа y ”.

3. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x меньше числа y на 1”.
4. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x меньше числа y на 2”.
5. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x меньше числа y на 3”.
6. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “модуль числа x равен числу y ”.
7. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x – модуль числа y ”.
8. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x больше числа y ”.
9. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x противоположно числу y ”.
10. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 R – “число x равно числу y ”.
11. $X = \{2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x меньше числа y на 2”.
12. $X = \{2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x – делитель числа y ”.
13. $X = \{2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$;
 R – “числа x и y при делении на 3 дают одинаковый остаток”.
14. $X = \{2, 3, 4, 6\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x делится на число y ”.
15. $X = \{2, 3, 4, 6\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x больше числа y ”.
16. $X = \{2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x больше числа y на 1”.
17. $X = \{2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 6, 9\}$; R – “число x больше числа y на 2”.
18. $X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $Y = \{3, 5, 7, 9\}$;
 R – “числа x и y при делении на 5 дают одинаковый остаток”.
19. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{3, 5, 7, 9\}$;
 R – “число x меньше числа y на 1”.
20. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{3, 5, 7, 9\}$; R – “число x меньше числа y на 3”.
21. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{3, 5, 7, 9\}$; R – “число x больше числа y на 1”.
22. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{3, 5, 7, 9\}$; R – “число x больше числа y на 3”.
23. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{4, 6, 16\}$; R – “число x больше числа y ”.

24. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{4, 6, 16\}$;
 R – “квадрат числа x равен числу y ”.

25. $X = \{2, 3, 4, 6, 8\}$, $Y = \{4, 6, 16\}$;
 R – “число x меньше числа y в 2 раза”.

7. Бинарное отношение на множестве. Свойства отношений

На множестве A задано бинарное отношение R .

а) Задайте это отношение графом, множеством пар, графиком;

б) Определите свойства отношения.

1. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “быть делителем”.

2. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “быть кратным”.

3. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “меньше в 2 раза”.

4. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “больше на 3”.

5. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “быть взаимно простыми”.

6. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “иметь общий делитель (кроме 1)”.

7. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 2”.

8. $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 3”.

9. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 12\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 5”.

10. $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$; R – “меньше на 1”.

11. $A = \{-3, -2, -1, 2, 3, 4\}$; R – “быть модулем”.

12. $A = \{-3, -2, -1, 2, 3, 4\}$; R – “быть противоположным”.

13. $A = \{-3, -2, -1, 2, 3, 4\}$; R – “меньше на 1”.

14. $A = \{-3, -2, -1, 2, 3, 4\}$; R – “меньше на 2”.

15. $A = \{-3, -2, -1, 2, 3, 4\}$; R – “меньше на 3”.

16. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 53, 63\}$;

R – “оканчиваться одинаковой цифрой”.

17. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 53\}$;

R – “иметь одинаковую сумму цифр”.

18. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 54\}$;

R – “иметь общий делитель (кроме 1)”.

19. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 54\}$; R – “быть делителем”.

20. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 54\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 5”.

21. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 54\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 3”.

22. $A = \{11, 17, 33, 44, 51, 58\}$;

R – “иметь одинаковый остаток при делении на 7”.

23. $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$; R – “быть меньше”.

24. $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$; R – “быть меньше или равным”.

25. $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$; R – “меньше на 1”.

8. Теоретико-множественный смысл арифметических операций

Исходя из теоретико-множественного подхода к определению операций над числами, объясните смысл следующих равенств.

1. $4 + 3 = 7$;

$7 - 3 = 4$;

$2 \cdot 3 = 6$;

$6 : 2 = 3$.

2. $2 + 5 = 7$;

$7 - 5 = 2$;

$3 \cdot 0 = 0$;

$8 : 4 = 2$.

3. $3 + 2 = 5$;

$5 - 0 = 5$;

$6 \cdot 2 = 12$;

$12 : 6 = 2$.

4. $5 + 3 = 8$;

$8 - 5 = 3$;

$4 \cdot 3 = 12$;

$0 : 3 = 0$.

5. $5 + 0 = 5$;

$11 - 5 = 6$;

$2 \cdot 4 = 8$;

$8 : 2 = 4$.

6. $4 + 1 = 5$;

$4 - 0 = 4$;

$2 \cdot 5 = 10$;

$10 : 2 = 5$.

7. $2 + 3 = 5$;

$5 - 2 = 3$;

$0 \cdot 3 = 0$;

$9 : 3 = 3$.

8. $2 + 4 = 6$;

$6 - 2 = 4$;

$4 \cdot 0 = 0$;

$10 : 5 = 2$.

9. $2 + 6 = 8$;

$8 - 0 = 8$;

$2 \cdot 6 = 12$;

$12 : 6 = 2$.

10. $2 + 0 = 2$;

$9 - 2 = 7$;

$3 \cdot 2 = 6$;

$6 : 3 = 2$.

11. $2 + 7 = 9$;

$9 - 7 = 2$;

$3 \cdot 3 = 9$;

$0 : 4 = 0$.

12. $3 + 4 = 7$;

$7 - 4 = 3$;

$3 \cdot 4 = 12$;

$12 : 4 = 3$.

13. $3 + 5 = 8$;

$8 - 3 = 5$;

$3 \cdot 5 = 15$;

$0 : 5 = 0$.

14. $3 + 6 = 9$;

$9 - 0 = 9$;

$4 \cdot 2 = 8$;

$8 : 2 = 4$.

- | | | | |
|--------------------|----------------|--------------------|----------------|
| 15. $3 + 7 = 10$; | $10 - 3 = 7$; | $0 \cdot 4 = 0$; | $15 : 3 = 5$. |
| 16. $3 + 0 = 3$; | $11 - 3 = 8$; | $4 \cdot 4 = 16$; | $16 : 4 = 4$. |
| 17. $3 + 8 = 11$; | $11 - 8 = 3$; | $5 \cdot 2 = 10$; | $0 : 5 = 0$. |
| 18. $4 + 2 = 6$; | $6 - 4 = 2$; | $5 \cdot 3 = 15$; | $15 : 5 = 3$. |
| 19. $4 + 5 = 9$; | $9 - 9 = 0$; | $6 \cdot 2 = 12$; | $12 : 6 = 2$. |
| 20. $4 + 6 = 10$; | $10 - 4 = 6$; | $5 \cdot 0 = 0$; | $12 : 2 = 6$. |
| 21. $4 + 7 = 11$; | $11 - 4 = 7$; | $7 \cdot 2 = 14$; | $0 : 7 = 0$. |
| 22. $4 + 0 = 4$; | $12 - 4 = 8$; | $9 \cdot 2 = 18$; | $18 : 9 = 2$. |
| 23. $4 + 8 = 12$; | $12 - 8 = 4$; | $0 \cdot 5 = 0$; | $18 : 2 = 9$. |
| 24. $5 + 2 = 7$; | $7 - 0 = 7$; | $8 \cdot 2 = 16$; | $16 : 8 = 2$. |
| 25. $5 + 4 = 9$; | $9 - 5 = 4$; | $6 \cdot 0 = 0$; | $16 : 2 = 8$. |

9. Теоретико-множественное обоснование правил, связанных с операциями сложения и вычитания

Дайте теоретико-множественное обоснование равенства.

Сформулируйте правило, которое задается этим равенством.

Приведите пример использования этого правила при вычислениях в начальной школе.

1. $(a + b) - c = (a - c) + b$

2. $(a + b) - c = a + (b - c)$

3. $a - (b + c) = (a - b) - c$

4. $a - (b + c) = (a - c) - b$

5. $(a - b) + c = (a + c) - b$

6. $(a - b) + c = a + (c - b)$

7. $a + (b - c) = (a - c) + b$

8. $a + (b - c) = (a + b) - c$

9. $(a - b) - c = (a - c) - b$

10. $(a - b) - c = a - (b + c)$

11. $a - (b - c) = (a - b) + c$

12. $a - (c + b) = (a - c) - b$

13. $(a + c) - b = a + (c - b)$

14. $(b + a) - c = (b - c) + a$

15. $(b - a) + c = b + (c - a)$

16. $(a + c) - b = (a - b) + c$

17. $(c - b) + a = (c + a) - b$

18. $b - (a + c) = (b - a) - c$

19. $(a - c) + b = a + (b - c)$

20. $c + (a - b) = (c - b) + a$

21. $b + (a - c) = (b + a) - c$

22. $(a - c) - b = (a - b) - c$

23. $c - (b - a) = (c - b) + a$

24. $(b + c) - a = b + (c - a)$

25. $(a - c) + b = a + (b - c)$

10. Свойства арифметических операций

Докажите равенства, исходя из определений и свойств операций над целыми неотрицательными числами.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| 1. $(a + b) - c = (a - c) + b$ | 14. $(ba) : c = b(a : c)$ |
| 2. $(a + b) - c = a + (b - c)$ | 15. $(ba) : c = (b : c)a$ |
| 3. $a - (b + c) = (a - b) - c$ | 16. $a : (bc) = (a : b) : c$ |
| 4. $a - (b + c) = (a - c) - b$ | 17. $c : (ab) = (c : b) : a$ |
| 5. $(a + c) - b = (a - b) + c$ | 18. $b : (a : c) = (b : a) c$ |
| 6. $b - (a + c) = (b - a) - c$ | 19. $(a c) : b = a(c : b)$ |
| 7. $a - (c - b) = (a - c) + b$ | 20. $c : (a : b) = (c : a)b$ |
| 8. $(b + c) - a = b + (c - a)$ | 21. $b : (ac) = (b : c) : a$ |
| 9. $c - (b - a) = (c - b) + a$ | 22. $(ac) : b = (a : b)c$ |
| 10. $b - (c - a) = (b - c) + a$ | 23. $c : (ba) = (c : b) : a$ |
| 11. $a - (b - c) = (a - b) + c$ | 24. $(bc) : a = b(c : a)$ |
| 12. $a - (c + b) = (a - c) - b$ | 25. $b : (ac) = (b : a) : c$ |
| 13. $(a + c) - b = a + (c - b)$ | |

11. Связь между компонентами арифметических операций

Решите уравнение, используя правила нахождения неизвестных компонент арифметических операций.

- $(420 : (160 - 1000 : x) + 24) \cdot 5 = 180.$
- $((((120 + x) \cdot 40 : 2 + 200) : 131) : 20) = 1.$
- $1225 : ((13x - 30) \cdot 4 : 12 - 10) = 7.$
- $((10638 : x + 2112) \cdot 275 - 8597) : 6757 = 229.$
- $125125 : ((1001 - (1100x - 160) : 24) \cdot 55) = 25.$
- $54756 : (51545 \cdot (47859 - 47856x)) : 305 = 108.$
- $4 : ((48 - 5x) \cdot 7 : 3 - 3) = 1.$
- $((87 - 24x) : 3 : 29 + 15) : 4 = 4.$
- $((3x - 54) \cdot 8 - 159) : 21 = 21.$

10. $((1835 + x) + 732545) : 937 - 375) \cdot 412 = 168920.$
11. $((239112 : (220 - x) + 1111) - 4432) \cdot 398 = 0.$
12. $117 \cdot (1056 : x + 12) : 195 + 40 = 100.$
13. $7294545 : (45 \cdot (x : 23 - 19500)) + 63 = 1000.$
14. $(420 : (160 - x : 8) + 24) \cdot 5 = 180.$
15. $((458 - x) : 2 - 112) \cdot 18 + 6 = 1212.$
16. $((25x + 200) : 30 - 88) \cdot 50 - 86 = 14.$
17. $((8x - 98) : 2 + 56) \cdot 36 - 268) : 500 = 4.$
18. $((12x + 1) \cdot 20 + 200) : 131 - 19 = 1.$
19. $((146 - 49x) : 2 + 156) \cdot 16 - 635 = 2245.$
20. $((11x + 98) : 3 - 37) \cdot 15 + 69 = 279.$
21. $((195x + 217) \cdot 3 - 11) : 175 = 7.$
22. $1335 : ((3189 - 3x) \cdot 4 : 28 + 10) = 3.$
23. $((15x + 1) \cdot 60 : 2 - 200) : 104 = 20.$
24. $((1154 - 7x) : 2 + 2398) : 11 - 159 = 107.$
25. $((12563208 : x - 343581) \cdot 3 + 809) : 17 = 1000.$

12. Аксиоматический смысл арифметических операций

Вычислите сумму и произведение чисел, исходя из аксиоматического подхода к определению операций сложения и умножения целых неотрицательных чисел.

Запишите аксиомы, определения, свойства, которые были использованы.

- | | | | |
|-------------|--------|--------------|--------|
| 1. $8 + 2,$ | 8 · 2; | 14. $5 + 2,$ | 5 · 2; |
| 2. $8 + 3,$ | 8 · 3; | 15. $5 + 3,$ | 5 · 4; |
| 3. $8 + 4,$ | 8 · 4; | 16. $5 + 4,$ | 5 · 4; |
| 4. $9 + 2,$ | 9 · 2; | 17. $4 + 2,$ | 4 · 2; |
| 5. $9 + 3,$ | 9 · 3; | 18. $4 + 3,$ | 4 · 3; |
| 6. $7 + 4,$ | 7 · 4; | 19. $4 + 4,$ | 4 · 4; |
| 7. $7 + 2,$ | 7 · 2; | 20. $3 + 2,$ | 3 · 2; |

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 8. $7 + 3,$ | $7 \cdot 3;$ | 21. $3 + 3,$ | $3 \cdot 3;$ |
| 9. $6 + 4,$ | $6 \cdot 4;$ | 22. $3 + 4,$ | $3 \cdot 4;$ |
| 10. $6 + 2,$ | $6 \cdot 2;$ | 23. $2 + 2,$ | $2 \cdot 2;$ |
| 11. $6 + 3,$ | $6 \cdot 3;$ | 24. $2 + 3,$ | $2 \cdot 3;$ |
| 12. $2 + 5,$ | $5 \cdot 5;$ | 25. $2 + 4,$ | $2 \cdot 4.$ |
| 13. $3 + 5,$ | $3 \cdot 5;$ | | |

13. Метод математической индукции

Докажите равенство методом математической индукции.

- | | |
|--|--|
| 1. $y + (x + z) = (y + x) + z$ (по x). | 14. $x + y = y + x$ (по x). |
| 2. $y + (x + z) = (y + x) + z$ (по z). | 15. $(x + y) + z = x + (y + z)$ (по x). |
| 3. $(x + y) + z = x + (y + z)$ (по y). | 16. $(x + y) + z = x + (y + z)$ (по z). |
| 4. $xy + zy = (x + z)y$ (по x). | 17. $x(yz) = (xy)z$ (по z). |
| 5. $x(yz) = (xy)z$ (по y). | 18. $xy = yx$ (по x). |
| 6. $xy = yx$ (по y). | 19. $x(y + z) = xy + xz$ (по x). |
| 7. $x(y + z) = xy + xz$ (по y). | 20. $x(y + z) = xy + xz$ (по z). |
| 8. $(xy)z = x(yz)$ (по x). | 21. $(xy)z = x(yz)$ (по y). |
| 9. $(xy)z = x(yz)$ (по z). | 22. $(x + y)z = xz + yz$ (по x). |
| 10. $(x + y)z = xz + yz$ (по y). | 23. $(x + y)z = xz + yz$ (по z). |
| 11. $y + (x + z) = (y + x) + z$ (по y). | 24. $xy + xz = x(y + z)$ (по x). |
| 12. $xz + yz = (x + y)z$ (по y). | 25. $xz + yz = (x + y)z$ (по z). |
| 13. $x(yz) = (xy)z$ (по x). | |

14. Системы счисления

Выполните действия в заданной системе счисления.

Сделайте проверку: переведите данные числа в десятичную систему счисления, выполните действия, переведите ответ в исходную систему счисления.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $(13\dot{1}1_5 + 1010_5) : 4;$ | 14. $(234_6 - 145_6) \cdot 14_6;$ |
| 2. $(2351_6 + 14_6) : 5;$ | 15. $(2232_4 : 3) - 12_4;$ |

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 3. $526_7 - (150_7 : 6)$; | 16. $(2512_7 + 3413_7) : 3$; |
| 4. $(247_8 + 1013_8) \cdot 35_8$; | 17. $(4067_8 - 1525_8) : 5$; |
| 5. $(10122_3 - 2212_3) \cdot 121_3$; | 18. $(115_9 + 107_9) \cdot 8$; |
| 6. $(1246_7 : 5) + 151_7$; | 19. $121_3 + (10210_3 : 2)$; |
| 7. $(3201_7 + 204_7) : 6$; | 20. $(1053_6 - 255_6) \cdot 21_6$; |
| 8. $(1714_9 - 731_9) : 7$; | 21. $(413_5 + 1213_5) \cdot 32_5$; |
| 9. $(332_6 + 504_6) : 12_6$; | 22. $(1216_7 - 136_7) \cdot 15_7$; |
| 10. $(12203_4 - 3002_4) : 21_4$; | 23. $(1233_4 + 122_4) \cdot 31_4$; |
| 11. $(10111001_2 - 1100110_2) \cdot 11_2$; | 24. $(20431_5 \cdot 11_5) : 22_5$; |
| 12. $(1543_6 + 1144_6) \cdot 21_6$; | 25. $(3330_4 - 323_4) \cdot 13_4$. |
| 13. $(1554_6 - 535_6) \cdot 114_6$; | |

15. НОД и НОК чисел

Вычислите НОД и НОК двух чисел двумя способами:

- а) по каноническому разложению чисел;
 б) с помощью алгоритма Евклида.

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1. 1960 и 588; | 14. 4620 и 7700; |
| 2. 4608 и 24894; | 15. 3072 и 2112; |
| 3. 1980 и 720 | 16. 1320 и 9960; |
| 4. 1995 и 1260; | 17. 1155 и 5385; |
| 5. 4608 и 774; | 18. 8415 и 1515; |
| 6. 1760 и 84700; | 19. 84700 и 1430; |
| 7. 13464 и 1644; | 20. 1850 и 680; |
| 8. 1530 и 1020; | 21. 1875 и 29835; |
| 9. 13464 и 6897; | 22. 4326 и 13608; |
| 10. 4628 и 8840; | 23. 5720 и 139425; |
| 11. 85800 и 7644; | 24. 57596 и 24990; |
| 12. 7888 и 7308; | 25. 70785 и 172788. |
| 13. 9405 и 18525; | |

16. Делимость целых неотрицательных чисел

Докажите истинность утверждения на множестве натуральных чисел.

1. Произведение квадрата числа на число, предшествующее этому квадрату, делится на 12.
2. Сумма трех последовательных степеней числа 2 делится на 14.
3. Число $6^n - 1$ делится на 5.
4. Число $n(n+1)(n+2)(n+3)$ делится на 24.
5. Число $2^n + 2^{n+1}$ делится на 6.
6. Если m и n – нечетные числа, то число $m^2 - n^2$ делится на 8.
7. Если n – нечетное число, то число $n^2 - 1$ делится на 8.
8. Число $n(2n+1)(7n+1)$ делится на 6.
9. Число $n^5 - n$ делится на 6.
10. Число $n^2(n^2-1)$ делится на 12.
11. Число $9^n - 1$ делится на 8.
12. Сумма трех последовательных степеней числа 3 делится на 13.
13. Если число n при делении на 5 дает остаток 3, то число $n^2 + 1$ делится на 5.
14. Если число не делится на 5, то его квадрат, уменьшенный или увеличенный на 1, делится на 5.
15. Если число не делится на 7, то его куб, уменьшенный или увеличенный на 1, делится на 7.
16. Число $3^{2n+1} + 1$ делится на 4.
17. Число $n^3 - 7n + 6$ делится на 6.
18. Число $n^5 - 5n^3 + 4n$ делится на 4.
19. Число $n^6 - n^2$ делится на 12.
20. Если n – нечетное число, то число $n^2 + 7$ делится на 8.
21. Разность между кубом нечетного числа и самим числом делится на 24.
22. Число $n^4 + 11n^2$ делится на 12.
23. Сумма двух последовательных степеней числа n делится на произведение этого числа и числа, следующего за ним.

24. Разность между квадратом числа, которое не делится на 3, и единицей делится на 3.

25. Если n – нечетное число, то число n^3+3n^2-n-3 делится на 24.

17. Арифметические действия над действительными числами

Преобразуйте десятичные периодические дроби в обыкновенные и выполните действия.

1. $\frac{0,8(3) - 0, (16)}{0,8(3) + 0, (16)}$

14. $\frac{2,2(6) + 1, (02)}{2,2(6) - 1, (02)}$

2. $\frac{0,8(5) - 0, (17)}{0,8(5) + 0, (17)}$

15. $\frac{1,7(8) + 0, (3)}{1,7(8) - 0, (3)}$

3. $\frac{2,37(2) - 2, (14)}{2,37(2) + 2, (14)}$

16. $\frac{2,5(3) - 1, (7)}{2,5(3) + 1, (7)}$

4. $\frac{0, (85) - 0,17(1)}{0, (85) + 0,17(1)}$

17. $\frac{1,7(3) - 0, (25)}{1,7(3) + 0, (25)}$

5. $\frac{1,7(12) - 1, (5)}{1,7(12) + 1, (5)}$

18. $\frac{1,1(5) - 0, (4)}{1,1(5) + 0, (4)}$

6. $\frac{2,13(4) - 1, (75)}{2,13(4) + 1, (75)}$

19. $\frac{3,01(7) - 0, (12)}{3,01(7) + 0, (12)}$

7. $\frac{13,25(6) + 0, (15)}{13,25(6) - 0, (15)}$

20. $\frac{4,0(21) - 1, (9)}{4,0(21) + 1, (9)}$

8. $\frac{2, (17) - 1,0(14)}{2, (17) + 1,0(14)}$

21. $\frac{4,02(1) - 2, (21)}{4,02(1) + 2, (21)}$

9. $\frac{2,13(4) - 1, (13)}{2,13(4) + 1, (13)}$

22. $\frac{2, (7) - 0,5(3)}{2, (7) + 0,5(3)}$

10. $\frac{1,0(21) + 0, (8)}{1,0(21) - 0, (8)}$

23. $\frac{1,8(3) - 0, (16)}{1,8(3) + 0, (16)}$

11. $\frac{1, (21) + 0, 1(8)}{1, (21) - 0, 1(8)}$.

24. $\frac{1, 0(21) - 0, (8)}{1, 0(21) + 0, (8)}$.

12. $\frac{1, 2(3) - 1, (2)}{1, 2(3) + 1, (2)}$.

25. $\frac{1, 2(3) - 1, (23)}{1, 2(3) + 1, (23)}$.

13. $\frac{1, (6) - 0, 2(13)}{1, (6) + 0, 2(13)}$.

18. Системы и совокупности неравенств с одной переменной

Решите систему и совокупность двух неравенств с одной переменной.

1. $2(3, 2x - 4) < 3(4, 3x - 3) + 1, 6$ и $4, 2(1 + 0, 5x) < 3, 2x + 5$

2. $10, 2(0, 5x - 1) + 1, 1 > 5(x + 1)$ и $3, 2x - 5 < 2, 5(x - 1)$.

3. $5(3, 2x - 4) > 3(4, 3x - 3) + 1, 6$ и $4, 2(1, 5 + 0, 5x) < 2, 5x + 5$

4. $10, 2(0, 5 - 1, 4x) > 3, 2(x + 1)$ и $3, 2x - 5 > 2, 4(2x - 1, 5)$.

5. $4(1, 5x - 4) \geq 2(4, 5x - 3) + 1, 5$ и $2, 5(2 - 0, 5x) \geq 3, 2x + 5$

6. $3, 2(1, 5x - 4) - 8, 4 > 5(x - 1)$ и $3, 2x - 8 < 2, 5(x - 8)$.

7. $2(3, 2 - 4x) \leq 4(4, 5x - 4) + 6$ и $4, 2(1 - 0, 5x) < 3, 2x + 5$

8. $8(2, 5x - 4) + 1, 1 > 5(x + 1)$ и $3(2x - 5) > 2, 5(x - 2)$.

9. $2(2, 2x - 5) < 3(3, 2x - 4) + 4, 6$ и $4, 2(2 - 0, 5x) < 3, 2x + 5$

10. $5(4, 5x - 1) + 5, 1 > 5(x - 10)$ и $4(3, 2x - 5) < 2, 5x - 1$.

11. $2, 5(3x - 4, 2) < 3(4x - 3, 2) + 2$ и $4, 2(2x - 0, 5) < 3, 2 + 5x$

12. $10, 2(0, 5x - 1) + 1, 1 > 5(x + 1)$ и $3, 2x - 5 < 2, 5(x - 1)$.

13. $2(4, 5x - 4) < 2, 2(0, 5x - 3) - 4$ и $4, 2(2, 5 - 5x) < 3x + 5$

14. $2(3, 2x - 4) \geq 3(4, 3x - 3) - 6$ и $4, 2(1 - 4, 5x) < 3, 2x - 5$

15. $10(2, 5x - 1) + 1, 5 > 5(x + 1, 4)$ и $3, 2x - 5, 4 < 2, 5(2x - 1)$.

16. $5(2, 4x - 4) > 3(4, 3x + 3) + 1, 4$ и $4, 2(5 - 0, 5x) < 2, 5x + 5$

17. $10(0,5 - 2,4x) > 3,2(2x - 1)$ и $4,2x - 5 > 2,4(2 - 1,5x)$.
 18. $4(1,5x - 2) \geq 2,5(5x - 3) - 5$ и $2,5(2x - 0,5) < 3x + 5,2$
 19. $3,2(5x - 4) - 8,4 > 5(x - 1)$ и $3,2x + 6 < 2,5(x - 8,2)$.
 20. $2(3,5 - 5x) \leq 4(4,5x + 4) + 6$ и $4,2(1 + 0,5x) < 3(2x + 5)$
 21. $8(2,5x + 2) + 11 > 5(2,4x + 1)$ и $3(2,2x - 5) > 2,5(x - 2)$.
 22. $2(2,2 - 5x) < 5(3,2x - 4) + 4,4$ и $4,2(2 - 4,5x) < 3,2x + 3$
 23. $5(4,5 - 1,5x) + 5,4 > 5(x - 10)$ и $4(3,2x + 5) \geq 2,5x - 4$.
 24. $2,5(3,2x - 4) < 3(4,5x - 2) + 2$ и $4,2(2,5x - 5) < 2,2 + 5x$
 25. $10(0,5x - 4) + 10 > 5(x + 4,5)$ и $3,2x - 5,4 < 2,5(x - 4)$.

19. Системы уравнений с двумя переменными

Решите систему уравнений двумя способами:

а) алгебраическим (сложением или подстановкой);

б) графическим.

$$1. \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 5x + 4y - 17 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x + 4y = 17 \\ x - 4y + 11 = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 4y = -11 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 4x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ x = 4y - 9 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x = 3y - 5 \\ x + 9 = 4y \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 15x - 3y = -3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ 2x - 2y = 9 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3xy = 1 \\ 6x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} xy + 2 = 6 \\ x + 4y - 10 = 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 5x + 4y = 17 \\ xy - 3 = 0 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x + 2y = 10 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x^2 + y - 3 = 0 \\ y + 2x = 3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x^2 = -y + 3 \\ 4y = 3x - 10 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} y = x^2 + 2 \\ x - 4y = -22 \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} x^2 = y + 3 \\ y + 2x = 12 \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} 2x^2 = y + 5 \\ y + 3x - 9 = 0 \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} 2y = x^2 + 2 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} x^2 + y - 5 = 0 \\ y + 2x = 6 \end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} x^2 = y + 3 \\ 4y = 3x + 15 \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ x - 4y = -21 \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} 8x - 4y = 9 \\ 13x + 6y = -1 \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -8 \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = -6 \end{cases}$$

25.
$$\begin{cases} x^2 = y - 3 \\ y + 2x = 6 \end{cases}$$

20. Системы неравенств с двумя переменными

Решите систему неравенств графическим способом.

1.
$$\begin{cases} x^2 + y < 5 \\ y + 2x > 9 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x^2 < y + 3 \\ 4y < 3x + 15 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y > x^2 - 3 \\ x - 4y \geq -21 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ 13x + 6y \leq 1 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 9 \\ xy < 8 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 2x + y > 5 \\ xy > -6 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} x + 2y - 1 > 0 \\ 5x + 4y < -17 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 5x + 4y \leq 17 \\ x - 4y + 11 > 0 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} x + 2y \geq 1 \\ x - 4y > -11 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} 5x - 2y < 1 \\ 15x - 3y < -3 \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} 3x - 4y > 12 \\ 2x - 2y > 9 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} 3xy < 1 \\ x - 4y \leq -2 \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x^2 + y < 3 \\ y + 2x > 3 \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} x^2 < -y + 3 \\ 4y \leq 3x - 10 \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} x^2 + y \geq 4 \\ y + 2x \leq 6 \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} y \leq x^2 + 2 \\ x - 4y \leq -22 \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} 4x + 2y > 8 \\ x \leq 4y - 9 \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} 2x > 3y - 5 \\ x + 9 \geq 4y \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} x^2 \leq y+3 \\ y+2x \geq 12 \end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} 2x^2 \leq y+5 \\ y+3x < 9 \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} 2y > x^2 + 2 \\ x-4y+10 > 0 \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} xy+2 > 6 \\ x+4y-10 > 0 \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} 5x+4y \leq 17 \\ xy-3 < 0 \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} x+2y > 10 \\ xy > 12 \end{cases}$$

25.
$$\begin{cases} 2x-3y+5 < 0 \\ 4x+2y-8 \leq 0 \end{cases}$$

21. Свойства геометрических фигур (вычисления)

1. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 60° , а его биссектриса делит сторону BC на отрезки, равные 4 см и 6 см. Найдите площадь параллелограмма.

2. В треугольнике ABC длина стороны AC равна 20 см, медиана BK перпендикулярна биссектрисе CD . Найдите длины двух других сторон треугольника, если его периметр равен 45 см.

3. Острый угол прямоугольной трапеции $ABCD$ равен 45° . Меньшее основание трапеции равно меньшей боковой стороне. Найдите большее основание трапеции, если длина средней линии равна 3.

4. В квадрат со стороной 5 см вписан второй квадрат так, что его вершины являются серединами сторон первого квадрата. Во второй квадрат таким же образом вписан третий. Найдите сумму периметров всех трех квадратов.

5. В правильный треугольник со стороной 6 см вписан второй треугольник, вершинами которого являются середины сторон первого. Во второй треугольник таким же образом вписан третий. Найдите сумму периметров этих трех треугольников.

6. Боковые стороны и меньшее основание прямоугольной трапеции равны 8 см, 10 см, 10 см соответственно. Найти большее основание.

7. Два угла треугольника равны 55° и 67° . Найдите тупой угол между высотами, проведенными из вершин этих углов.

8. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты $AK = 10$ см, $CE = 12$ см. Отрезок $BE = 9$ см. Найдите площадь треугольника.

9. Периметр прямоугольника $ABCD$ равен 24 см. Точка M – середина стороны BC , а MA и MD – взаимно перпендикулярные прямые. Найдите стороны прямоугольника.

10. В параллелограмме $ABCD$ угол B тупой. На стороне AD отмечена точка E так, что $\angle BEA = 90^\circ$, $\angle ABE = 45^\circ$, $AE = 4$ см, $ED = 7$ см. Найдите площадь параллелограмма.

11. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма длин гипотенузы и меньшего из катетов – 27 см. Найдите длину гипотенузы.

12. В треугольнике один из углов равен 50° , второй – 70° . Найдите острый угол между высотами, проведенными из вершин этих углов.

13. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 25 см.

14. В параллелограмме $ABCD$ угол B тупой. На продолжении стороны AD за вершину D отмечена точка E так, что $\angle CED = 90^\circ$, $\angle ECD = 60^\circ$, $AB = 4$ см, $AD = 10$ см. Найдите площадь параллелограмма.

15. Найдите площадь ромба со стороной 8 см, если угол между стороной ромба и его диагональю равен 60° .

16. Найдите площадь ромба со стороной 14 см, если угол между стороной ромба и его диагональю равен $22,5^\circ$.

17. Найдите сторону параллелограмма, если другая его сторона равна 8 см, его площадь 24 см², а один из углов 30° .

18. Найдите стороны параллелограмма, если его диагонали равны 8 см и 6 см, а угол между ними равен 60° .

19. Найдите площадь равнобедренного треугольника с основанием 16 см и боковой стороной 10 см.

20. Периметр равнобедренного треугольника равен 16 см. Найдите высоту, проведенную к основанию, если оно длиннее боковой стороны на 1 см.

21. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 12 см, а угол при вершине равен 120° . Найдите периметр треугольника.

22. Найдите сторону ромба, площадь которого равна 24 дм², а одна из диагоналей – 6 дм.

23. Диагональ равнобедренной трапеции делит ее тупой угол пополам. Меньшее основание трапеции равно 8 м, периметр равен 44 м. Найдите площадь трапеции.

24. Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части длиной 2 см и 5 см. Найдите площадь трапеции, если ее боковая сторона равна 5 см.

25. Средняя линия равнобедренной трапеции равна 20 см, высота 15 см. Найдите диагональ и боковую сторону трапеции, если ее основания относятся как 3 : 7.

22. Свойства геометрических фигур (доказательства)

Сделайте чертеж и докажите утверждение.

1. Вершины треугольника равноудалены от прямой, проходящей через середины двух его сторон.

2. Если точка K – середина медианы AM треугольника ABC , а прямая BK пересекает сторону AC в точке D , то $AD = \frac{1}{3}AC$.

3. Если в равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC и углом при вершине B , равным 36° , проведена биссектриса AD , то треугольники CDA и ADB – равнобедренные.

4. Отрезок AD – биссектриса треугольника ABC . Если через точку D провести прямую, параллельную AC и пересекающую сторону AB в точке E , то треугольник ADE – равнобедренный

5. Середины сторон равнобедренного треугольника являются вершинами равнобедренного треугольника.

6. Если диагонали прямоугольника пересекаются под прямым углом, то этот прямоугольник – квадрат.

7. $ABCD$ – квадрат. Если на каждой его стороне отложить равные отрезки: $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$, то $A_1B_1C_1D_1$ – также квадрат.

8. На диагонали AC квадрата $ABCD$ отмечена точка M так, что $AM = AB$. Через точку M проведена прямая, перпендикулярная прямой AC и пересекающая сторону BC в точке H . Докажите, что $BH = HM = MC$.

9. Выпуклый четырехугольник является параллелограммом, если его противоположные углы парами равны.

10. Выпуклый четырехугольник является параллелограммом, если сумма углов, прилежащих к каждой из двух смежных сторон, равна 180° .

11. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Значит, четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$, вершинами которого являются середины отрезков OA, OB, OC, OD , – параллелограмм.

12. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки P и M так, что $PB = MD$. Значит, четырехугольник $APCM$ – параллелограмм.

13. На сторонах AB, BC, CD и DA четырехугольника $ABCD$ отмечены точки M, N, P и K так, что $AM = CP, BN = DK, BM = DP, NC = KA$. Докажите, что $ABCD$ и $MNPK$ – параллелограммы.

14. Если из вершин B и D параллелограмма $ABCD$, у которого $AB \neq BC$, а угол A – острый, провести перпендикуляры BK и DM к прямой AC , то получившийся четырехугольник $BMDK$ – параллелограмм.

15. Точки пересечения биссектрис углов параллелограмма образуют прямоугольник.

16. Если точки M и N – середины сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$, то прямые AN и MC делят диагональ BD на 3 равные части.

17. Если в параллелограмме все углы равны, то это – прямоугольник.

18. Середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба.

19. Середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

20. Точка пересечения диагоналей ромба равноудалена от его сторон.

21. Из вершины B ромба $ABCD$ проведены перпендикуляры BK и BM к прямым AD и DC . Значит, луч BD является биссектрисой угла KBM .

22. В равнобедренной трапеции углы при основании равны.

23. Если в трапеции углы при основании равны, то она равнобедренная.

24. Если в трапеции диагонали равны, то она равнобедренная.

25. В равнобедренной трапеции диагонали равны.

23. Геометрические преобразования (осевая симметрия)

Заданы координаты вершин треугольника ABC .

Постройте $\Delta A_1B_1C_1 = S_l \circ S_p (\Delta ABC)$.

Запишите координаты вершин треугольника $A_1B_1C_1$.

1. $A(-3, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = 1$.
2. $A(3, -2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = 2$.
3. $A(-3, 2)$, $B(-6, 2)$, $C(-1, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = -1$.
4. $A(-2, 2)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = -2$.
5. $A(-1, 4)$, $B(2, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = 1$.
6. $A(-3, 2)$, $B(-1, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = -1$.
7. $A(-3, 1)$, $B(-6, 3)$, $C(-1, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = 1$.
8. $A(-4, 2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 4)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = -1$.
9. $A(-3, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = -x$, p – прямая $y = 1$.
10. $A(-3, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = -x$, p – прямая $y = -1$.
11. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 4)$, l – прямая $y = -x$, p – прямая $y = 1$.
12. $A(-4, 2)$, $B(-6, 3)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = -x$, p – прямая $y = -1$.
13. $A(-3, 2)$, $B(-5, 4)$, $C(-1, 5)$, l – прямая $y = -x$, p – прямая $y = 2$.
14. $A(-2, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 4)$, l – прямая $y = x + 1$, p – прямая $y = 1$.
15. $A(-3, 2)$, $B(-6, 2)$, $C(-3, 5)$, l – прямая $y = x + 1$, p – прямая $y = -1$.
16. $A(-3, 2)$, $B(-6, 3)$, $C(-3, 5)$, l – прямая $y = x + 1$, p – прямая $y = 2$.
17. $A(-4, 2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 4)$, l – прямая $y = x - 1$, p – прямая $y = 1$.
18. $A(-3, 4)$, $B(-2, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x - 1$, p – прямая $y = 2$.
19. $A(-3, 5)$, $B(6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x - 1$, p – прямая $y = -1$.
20. $A(3, -2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $x = 1$.
21. $A(-3, -2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 1)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $x = -1$.
22. $A(-3, -1)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 0)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $x = 2$.
23. $A(3, 2)$, $B(6, 4)$, $C(2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = x + 1$.
24. $A(3, 2)$, $B(6, -4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = x + 2$.
25. $A(-3, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, l – прямая $y = x$, p – прямая $y = x - 2$.

24. Геометрические преобразования (параллельный перенос, центральная симметрия)

Заданы координаты вершин четырехугольника $ABCD$.

Постройте четырехугольник $A_1B_1C_1D_1 = Z_p$ о $\vec{a}(ABCD)$.

Запишите координаты вершин четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$.

1. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DA}$, $P(6, 6)$.
2. $A(-3, 2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(6, -1)$.
3. $A(-3, -1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 4)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(5, 1)$.
4. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$, $P(6, 0)$.
5. $A(-3, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(2, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(5, 6)$.
6. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(-6, 6)$.
7. $A(-3, 2)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(2, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$, $P(-5, 6)$.
8. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CB}$, $P(6, -6)$.
9. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AC}$, $P(5, 4)$.
10. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$, $P(3, 6)$.
11. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AC}$, $P(8, 6)$.
12. $A(3, 1)$, $B(6, -4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{AD}$, $P(8, 3)$.
13. $A(-3, 1)$, $B(6, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(-1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{BC}$, $P(7, 6)$.
14. $A(3, 1)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, -2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DA}$, $P(7, 5)$.
15. $A(-3, 1)$, $B(-3, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(2, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(7, 3)$.
16. $A(-3, 1)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 3)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DC}$, $P(7, 1)$.
17. $A(-4, 1)$, $B(-2, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CB}$, $P(8, -1)$.
18. $A(-3, 1)$, $B(-3, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(3, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DB}$, $P(8, -2)$.
19. $A(-3, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 1)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CA}$, $P(8, -3)$.
20. $A(-3, 1)$, $B(6, -4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 1)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CD}$, $P(-6, 2)$.
21. $A(-2, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{BD}$, $P(-6, -6)$.
22. $A(-3, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(-2, 4)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{BD}$, $P(-8, 2)$.
23. $A(-1, 1)$, $B(-4, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CB}$, $P(-7, 1)$.
24. $A(-3, 1)$, $B(2, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(-1, 2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{CD}$, $P(-7, -3)$.
25. $A(-3, 1)$, $B(0, 4)$, $C(-2, 5)$, $D(1, -2)$; $\vec{a} = 2\overrightarrow{DA}$, $P(-6, -5)$.

25. Геометрические преобразования (гомотетия, поворот)

Заданы координаты вершин треугольника ABC .

Постройте $\Delta A_1B_1C_1 = R_{O_1}^\alpha \circ H_{O_1}^k(\Delta ABC)$.

Запишите координаты вершин треугольника $A_1B_1C_1$.

1. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 2)$, $O_1(5, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
2. $A(-2, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(2, 2)$, $O_1(1, 2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
3. $A(-1, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 1)$, $O_1(2, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
4. $A(-4, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-1, 2)$, $O_1(3, 2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
5. $A(-5, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 2)$, $O_1(4, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
6. $A(-4, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-1, 2)$, $O_1(1, 1)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
7. $A(-3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 2)$, $O_1(1, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
8. $A(-2, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-1, 2)$, $O_1(1, 3)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
9. $A(-1, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 2)$, $O_1(1, 4)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
10. $A(-3, 1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(1, -2)$, $O_1(1, 5)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
11. $A(-3, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 0)$, $O_1(1, 1)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
12. $A(-3, 3)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-1, 2)$, $O_1(1, 2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
13. $A(-3, 4)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(-2, 2)$, $O_1(1, 3)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
14. $A(-3, 5)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(3, 2)$, $O_1(1, 4)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
15. $A(-3, -1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(3, 0)$, $O_1(1, 1)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
16. $A(-3, -2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(0, 3)$, $O_1(2, 2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
17. $A(-2, -1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(1, 4)$, $O_1(3, 3)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
18. $A(-3, 0)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-1, 0)$, $O_1(4, 4)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
19. $A(3, -1)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(-1, 4)$, $O_1(1, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
20. $A(2, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(4, 0)$, $O_1(1, -2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
21. $A(3, 0)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(3, 0)$, $O_1(1, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
22. $A(3, 1)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(1, 4)$, $O_1(-2, 2)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
23. $A(3, 2)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(4, 4)$, $O_1(-1, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.
24. $A(-4, 2)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 3)$, $O'(-3, 4)$, $O_1(-1, 0)$, $k=2$, $\alpha=-90^\circ$.
25. $A(0, 4)$, $B(-6, 4)$, $C(-2, 5)$, $O'(-3, 0)$, $O_1(0, 2)$, $k=-2$, $\alpha=+90^\circ$.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Суждения и отношения между ними	3
2. Логическая функция и ее область истинности	4
3. Умозаключения, основанные на правилах логического следования	4
4. Операции над числовыми множествами	6
5. Разбиение множества на классы. Отношения между множествами	7
6. Соответствие между множествами. Виды соответствий	18
7. Бинарное отношение на множестве. Свойства отношений	20
8. Теоретико-множественный смысл арифметических операций	21
9. Теоретико-множественное обоснование правил, связанных с операциями сложения и вычитания	22
10. Свойства арифметических операций	23
11. Связь между компонентами арифметических операций	23
12. Аксиоматический смысл арифметических операций	24
13. Метод математической индукции	25
14. Системы счисления	25
15. НОД и НОК чисел	26
16. Делимость целых неотрицательных чисел	27
17. Арифметические действия над действительными числами	28
18. Системы и совокупности неравенств с одной переменной	29
19. Системы уравнений с двумя переменными	30
20. Системы неравенств с двумя переменными	31
21. Свойства геометрических фигур (вычисления)	32
22. Свойства геометрических фигур (доказательства)	34
23. Геометрические преобразования (осевая симметрия)	36
24. Геометрические преобразования (параллельный перенос, центральная симметрия)	37
25. Геометрические преобразования (гомотетия, поворот)	38

Учебное издание

Лещенко Лариса Васильевна,
Николаева Валентина Владимировна,
Бондарева Любовь Антоновна

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Для студентов
педагогического факультета

Технический редактор *А.Н. Гладун*
Компьютерная верстка *В.С. Малякко*
Корректор *Н.С. Осмоловкая*

Подписано в печать **21.07.06**. Формат 60x84/16.
Гарнитура Times New Roman Cyr.
Усл.-печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,5. Тираж 80 экз. Заказ № **260**.

Учреждение образования "Могилевский государственный университет
им. А.А. Кулешова", 212022, Могилев, Космонавтов, 1.
ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004

Отпечатано на ризографе отдела оперативной полиграфии
МГУ им. А.А. Кулешова.
212022, Могилев, Космонавтов, 1.